岩石のヤング率に関する考察[†]

甲 村 雄 一^{*}

A Study of Young's Modulus on Rocks

by

Yuichi KOHMURA^{*}

There are several reports that the static Young's modulus of rocks differs from the dynamic one. In this study, the relation between static Young's modulus and dynamic Young's modulus of rocks is examined. First, static Young's modulus was obtained by the uni-axial compression test, and dynamic Young's modulus was obtained by the ultrasonic transmission method. Secondly, their relationship was examined from the viewpoint of the strain level. In addition, the value of the Poisson's ratio for calculation of dynamic Young's modulus was examined. As a result, it was clarified that the dynamic Young's modulus becomes almost equal to the static one determined from the region of small strain if the Poisson's ratio used to calculate the dynamic Young's modulus is the appropriate value which is measured at the strain level without effect of crack closure.

Key words : Rocks, Static Young's modulus, Dynamic Young's modulus, Strain level, Poisson's ratio

1 緒 言

ヤング率には、一軸圧縮試験等で求められるいわゆる静的ヤング率と、弾性波速度から求められるいわゆる動的ヤング率がある。岩石の場合、静的ヤング率に比べて動的ヤング率の方が高い値を示すことが多いことが知られている。^{1) 林田²⁾}は種々の岩石について室内試験を行い、静的ヤング率と動的ヤング率を比較した結果、例外はあるものの動的ヤング率の方が大きい値を示すことを報告している。また、静的ヤング率と動的ヤング率が異なる値を示す原因として、岩石のレオロジカルな性質に着目した考察を行っている。南雲³⁾は、岩盤を対象としてジャッキ法によって求められる静的ヤング率と、弾性波速度から求められる動的ヤング率が異なる原因について考察している。岩盤を新鮮な部分と風化した部分との混合体と考え、ジャッキ法と弾性波速度による方法に対応する等価完全弾性体をそれぞれ異なるものと考えすることで、静的ヤング率と動的ヤング率が異なる値となることを報告している。一方で、越智ら⁴⁾は堆積軟岩を対象として、室内三軸試験、原位置での孔内載荷試験、平板載荷試験、室内での弾性波速度試験および原位置でのPS検層を行い、これらの試験で得られるヤング率はひずみレベルに依存することを示すとともに、ひずみレベルに着目して整理すると統一的なものになりえることを報告している。

岩盤構造物の設計にあたっては、岩盤のヤング率を評価することが必要となる。岩盤のヤング率は、岩石の風化の影響を受けるとともに、岩盤内部に存在する亀裂の影響を受けるなど、複雑な要因に支配されるものと考えられる。これに加えて、静的ヤング率と動的ヤング率が異なるという報告があるなど、ヤング率に関して不明確な点が残されている。

本研究では、岩盤を構成する要素の一つである岩石に着目し、まず、室内試験により静的ヤング率と動的ヤング率の値を求める。次に、両者の関係をひずみレベルに着目して検討する。さらに、動的ヤング率を求める際に用いるポアソン比の値に着目し、静的ヤング率と動的ヤング率との関係を考察した結果について述べる。

2 岩石の静的ヤング率

2・1 試験方法

一軸圧縮試験により岩石の静的ヤング率（割線ヤング率）を評価した。試験にはTable 1に示す5種類の岩石を用いた。それぞれブロックの状態でサンプリングし、同一ブロックから供試体を作製した。花崗岩については採石場で経験的に知られているRift-plane, Grain-planeおよびHardway-planeにそれぞれ垂直になるようブロックを採取し、Hardway-planeに垂直に供試体を作製した。その他の岩石はブロック採取時の鉛直方向に供試体を作

Table 1 Physical properties of rocks.

Rock type	Sampling site	Unit weight (kN/m ³)
Granite	Kasama, Ibaraki, Japan	25.7
Sandstone	India	25.2
Marble	Italy	26.7
Andesite	Kofu, Yamanashi, Japan	26.6
Tuff	Ooya, Tochigi, Japan	16.1

[†] 原稿受理 平成25年5月20日 Received May 20, 2013 ©2014 The Society of Materials Science, Japan

^{*} 正 会 員 (株)竹中工務店技術研究所 〒270-1395 印西市大塚, Takenaka R & D Inst, Ohtsuka, Inzai, 270-1395

製した。供試体の寸法は、花崗岩、砂岩、大理石および安山岩は $\phi 35 \times h 70 \text{ mm}$ 、凝灰岩は $\phi 50 \times h 100 \text{ mm}$ とし、端面の平行度および平坦度は $1/100 \text{ mm}$ 以内とした。供試体作製後、3 か月間室内で乾燥した後に試験に用いた。

試験は応力速度一定で制御し、凝灰岩は 0.01 MPa/s で、凝灰岩以外は 0.1 MPa/s で試験を実施した。ひずみの計測方法の模式図を Fig. 1 に示す。軸ひずみの測定は、測定間隔 50 mm の 2 点を点接触させる軸ひずみ計を 2 個取り付け、その平均値を軸ひずみとした。周ひずみの測定は、供試体にチェーンを巻きつけ、チェーンの両端部の変位を計測し、周ひずみを計算した。軸ひずみ、周ひずみともに、測定時の分解能は約 3×10^{-6} であった。

2・2 試験結果

各岩石とも 6 本の供試体で試験を行った。試験で得られた応力-ひずみ曲線については既報告⁵⁾を参照されたい。横軸に軸ひずみを、縦軸に各ひずみにおける割線ヤング率の平均値を示した結果を Fig. 2 に示す。花崗岩では、ひずみが大きくなると割線ヤング率は大きくなる傾向が見られた。これは、応力-ひずみ曲線の初期の段階で下に凸の曲線が観測されたためである。この原因としては岩石中に存在するマイクロクラックの閉塞が考えられる。その他の岩石では、ひずみが大きくなると割線ヤング率は小さくなる傾向が見られた。これは、ひずみが大きくなり巨視的破壊に近づくにつれて、微視的な破壊が進行するため、割線ヤング率が小さくなるものと考えられる。ひずみレベルが大きい領域では微視的な破壊が進行しているものと考えられ、この領域で弾性係数である割線ヤング率を求めることは不適切である可能性も考えられるが、ここではひずみレベルにかかわらず同じ方

Fig. 1 Schematic diagram of the strain measurement.

Fig. 2 Secant Young's modulus of rocks.

法で割線ヤング率を求め、値の比較を行った。各岩石とも軸ひずみが 300×10^{-6} 以下では、 30×10^{-6} の値がばらつくものの、おおむね一定値を示すようである。軸ひずみが 30×10^{-6} の割線ヤング率がばらつく原因としては、ひずみの測定分解能が前述したように約 3×10^{-6} であることから測定誤差と考える。このような測定誤差も勘案し、今回の実験ではひずみレベルが小さい 100×10^{-6} の軸ひずみにおける割線ヤング率を静的ヤング率 $E_{S,100}$ と定義することとする。

なお、前述したように実験はひずみ速度一定で制御した。大久保ら⁶⁾によると、岩石のヤング率は载荷速度依存性を示すこと、载荷速度依存性は凝灰岩で大きいことおよび载荷速度依存性は低応力レベルでの非弾性ひずみを認めれば説明可能であることが報告されている。ここでは、凝灰岩を用いて応力速度が 1 MPa/s と 0.001 MPa/s について割線ヤング率の比較を行った。なお、実験には $\phi 35 \times h 70 \text{ mm}$ の供試体を用い、各条件で 5 本の供試体を用いて一軸圧縮試験を行った。実験結果を Fig. 3 に示す。試験は供試体に荷重を作用させて上下加圧版と供試体を密着させた状態から開始したが、試験開始時の軸ひずみが 30×10^{-6} よりも大きな値であった供試体が多数を占めたため、軸ひずみが 30×10^{-6} における割線ヤング率の値は取得できなかった。Fig. 3 より実験時の応力速度が割線ヤング率の値に影響を及ぼすものの、軸ひずみが 100×10^{-6} 以上の範囲では、割線ヤング率の载荷速度依存性は小さいという結果となった。

3 岩石の動的ヤング率

3・1 試験方法

前述した一軸圧縮試験を行う前に、各供試体で弾性波伝播速度の測定を行った。試験は超音波パルス法により固有振動数が 50 kHz の振動子を用いて実験を行った。P 波と S 波の測定を実施したが、S 波についてはオシロスコープで観測される波形の立ち上がり不明瞭で、実験の再現性に問題があると判断したため計測を断念し、P 波のみの計測とした。供試体を細長い棒とみなした場合の動的ヤング率 E_B は式 (1) で求められる。^{1), 7)}

$$E_B = V_B^2 \cdot \rho \quad (1)$$

ここで、 V_B は細長い棒の条件における弾性波速度、 ρ は密度である。また、岩石が無限の大きさを持ち体積変

Fig. 3 Dependency of secant Young's modulus of tuff on the strain rate.

化が伝ばする場合の動的ヤング率 E_D は式 (2) で求められる^{1), 7)}

$$E_D = V_P^2 \cdot \rho \cdot (1 + \nu) \cdot (1 - 2\nu) / (1 - \nu) \quad (2)$$

ここで、 V_P は弾性波速度 (P 波)、 ν はポアソン比である。なお、式 (1) および式 (2) で求められる動的ヤング率は、ひずみレベルが極めて小さい値でのヤング率と考えられる。P 波の波形の立ち上がり時刻の測定は 0.1×10^{-6} s、供試体の寸法の測定は 0.05 mm および供試体の質量の測定は 0.01 g の精度で測定した。

3・2 試験結果

各供試体で求めた弾性波速度を密度の計測値と合わせて Table 2 に示す。これらの値から測定した弾性波速度を V_B と仮定して式 (1) により供試体ごとに動的ヤング率 E_B を求め、2・2 節で述べたひずみレベルが小さい 100×10^{-6} における静的ヤング率 $E_{S,100}$ との比を求めた結果を Fig. 4 に示す。すべての供試体で E_B の値は $E_{S,100}$ に比べて大きく、最大で約 50% 大きいという結果となった。

式 (2) により動的ヤング率 E_D を求める場合、ポアソン

Table 2 Measurements of V_p and ρ .

	Velocity (km/s)	Unit whight (kN/m^3)
Granite	4.78	25.7
	4.93	25.8
	4.79	25.8
	4.83	25.7
	4.95	25.7
	4.87	25.7
Sandstone	5.68	25.1
	5.69	25.3
	5.53	25.2
	5.79	25.0
	5.76	25.3
	5.82	25.3
Marble	6.40	26.6
	6.29	26.7
	6.27	26.6
	6.38	26.7
	6.25	26.7
	6.27	26.7
Andesite	5.33	26.6
	5.33	26.6
	5.31	26.6
	5.20	26.6
	5.33	26.7
	5.30	26.7
Tuff	2.48	16.1
	missing data	16.1
	2.52	16.1
	2.54	16.1
	2.54	16.1
	2.54	16.2

Fig. 4 Relation between $E_{S,100}$ and E_B .

比の値が必要となる。P 波と S 波を測定した場合には動的ポアソン比が求められ、これを式 (2) に用いるべきであると考えられるが、本研究では前述したように S 波の測定はできなかったため、一軸圧縮試験で得られるポアソン比を用いることにした。一軸圧縮試験で得られたポアソン比の値の平均値を Fig. 5 に示す。各岩石ともポアソン比の値はひずみレベルが大きくなるにしたがって大きくなる。ポアソン比の値が 0.5 を超えるデータもあるが、これは供試体が巨視的な破壊に近づくにつれて、局所的な微視的破壊が進行しているためと考えられる。2・2 節で述べたひずみが 100×10^{-6} における静的ヤング率 $E_{S,100}$ と比較するため、ひずみが 100×10^{-6} におけるポアソン比を用いて式 (2) により動的ヤング率 E_D を求め、静的ヤング率 $E_{S,100}$ との比を求めた結果を Fig. 6 に示す。 E_D の値についても $E_{S,100}$ と比較して大きいという結果となった。

4 考 察

これまで岩石の静的ヤング率と動的ヤング率の値を比較し、動的ヤング率の方が大きいことを述べた。この原因について考察する。

まず、式 (1) による動ヤング率 E_B について考える。谷村⁸⁾によると式 (1) が適用できるのは、弾性波の波長よりも棒の直径が十分に小さい場合であると述べられている。波長 λ は式 (3) で求められる。

$$\lambda = V_p / f \quad (3)$$

ここで、 f は周波数である。弾性波速度計測に用いた振動子の固有振動数は 50 kHz であり、凝灰岩の V_P は 2.5 km/s 程度であるから、波長は 5 cm となる。一方、大

Fig. 5 Poisson's ratio of rocks.

Fig. 6 Relation between $E_{S,100}$ and E_D .

理石の V_P は 6.3km/s 程度であるから、波長は 12.6cm となる。試験に用いた供試体の直径は 5cm および 3.5cm であるため、供試体の直径は波長よりも十分小さいとは言えない。このため式 (1) ではなく式 (2) を用いて動的ヤング率を求めることが適切であると考えられる。

式 (2) を用いてヤング率を計算する場合にはポアソン比の値が必要となる。各岩石で軸ひずみおよび周ひずみの増分値を用いて計算したポアソン比をここでは接線ポアソン比と呼ぶこととし、ひずみレベルごとに接線ポアソン比の値を求めた平均値を Fig. 7 に示す。接線ポアソン比の値は、ひずみレベルが大きくなるに従い直線的に増加した後、加速度的に大きくなっている。岩石は鉱物粒子の集合体であり、鉱物粒子内のマイクロクラックや、鉱物粒子間の空隙が存在すると考えられる。

一軸圧縮試験を実施する場合、マイクロクラックや空

隙が存在する状態で試験を開始する。今回は乾燥状態で試験を実施したため、マイクロクラックや空隙は空気で満たされている。空気は岩石を構成する鉱物粒子に比べて明らかに剛性が小さいと考えられるため、軸方向の変形が生じると、マイクロクラックや空隙が閉塞していくとともに、マイクロクラックが閉塞した後の状態に比較して、周方向に生じるひずみは小さいであろう。よって、マイクロクラックや空隙の閉塞が完了するまでは、完了後に比べて接線ポアソン比の値は小さな値を示すと考えられる。

次に、マイクロクラックや空隙が閉塞した後の状態では、閉塞完了前に比べて大きな接線ポアソン比の値を示すことに加えて、ひずみレベルが大きいため岩石内の微視的な局所的破壊も進行するため、加速度的に接線ポアソン比の値が増加していくものと考えられる。

一方、弾性波速度から動的ヤング率 E_D を求める場合を考える。弾性波速度が伝ばする際のひずみレベルは極めて小さいものと考えられ、一軸圧縮試験のようにマイクロクラックや空隙が閉塞するとは考えにくい。このため、式 (2) によって動的ヤング率 E_D を求める際に用いるポアソン比の値は、クラックの閉塞の影響を受けないポアソン比の値を用いる必要がある。Fig. 6 では軸ひずみが 100×10^{-6} におけるポアソン比を用いて E_D を求めたが、このポアソン比の値はマイクロクラックや空隙の閉塞の影響を受けた値であることが考えられ、閉塞の影響を受けない値に比較して小さな値であることが考えられる。ここでは、閉塞の影響を排除したポアソン比として、

Fig. 7 Tangential Poisson's ratio of rocks.

接線ポアソン比の増加が直線的から加速度的に変化する点、すなわち、Fig. 7で矢印を付けた値を E_D の計算に使用することにした。この理由は、Fig. 7で矢印を付けたひずみレベルまでは、ポアソン比の値が直線的に増加していることからマイクロクラックや空隙の閉塞が進行していると考えられるためである。また、Fig. 7で矢印を付けたひずみレベル以降ではポアソン比の値は加速度的に増加している。これは、マイクロクラックや空隙の閉塞が完了し、岩石内の微視的な局所的破壊が進行することが原因と考える。この値を使用して、式(2)によって E_D を求め、静的ヤング率 $E_{S,100}$ との比を求めた結果をFig. 8に示す。動的ヤング率 E_D の値は、静的ヤング率 $E_{S,100}$ と同程度の値を示すことがわかる。このことから、今回試験に用いた乾燥状態での岩石では、マイクロクラックや空隙の閉塞の影響を排除したポアソン比を用いれば、動的ヤング率とひずみレベルが小さい領域での静的ヤング率はほぼ同じ値を示すと考えられる。

5 結 言

本研究では5種類の乾燥状態の岩石を用い、室内試験により静的ヤング率と動的ヤング率に関して検討を行った。本研究で得られた成果は以下のとおりである。

(1) 一軸圧縮試験により静的ヤング率の評価を行った。静的ヤング率の値はひずみレベルに依存するが、軸

Fig. 8 Relation between $E_{S,100}$ and E_D .

ひずみが 300×10^{-6} 以下の領域では、ほぼ一定であることがわかった。

(2) 弾性波速度(P波) V_P を用いて岩石の動的ヤング率を式(1)および式(2)で計算した。この結果、ひずみレベルが小さい領域における静的ヤング率に対して、動的ヤング率は大きな値に計算されることが分かった。

(3) マイクロクラックや空隙の閉塞の影響を排除したポアソン比を用いて式(2)により動的ヤング率を求めた結果、ひずみレベルが小さい領域における静的ヤング率と同程度の値となることが分かった。

参 考 文 献

- 1) U. Yamaguchi and Y. Nishimatsu, "Ganseki rikigaku nyuumon", Tokyo Daigaku ShuppanKai, pp.184-189 (1987).
- 2) Y. Hayashida, "On the dynamic and static modulus of rocks", Ouyou Chisitsu, Vol.14, No.3, pp.17-25 (1973).
- 3) S. Nagumo, "A note on the difference of static and dynamic Young's modulus", Butsuri Tankou, Vol.14, No.3, pp.138-141 (1961).
- 4) K. Ochi, Y. Kim and F. Tatsuoka, "Study into the deformation characteristics of sedimentary soft rock taking into account the strain level-dependency and measurement errors", Journal of the Japan Society of Civil Engineering, No.463, III-22, pp.133-142 (1993).
- 5) Y. Kohmura, "A study on critical strain of rocks", Journal of the Japan Society of Civil Engineering, Vol.68, No.3, pp.526-534 (2012).
- 6) S. Okubo, K. Fukui and X. Jiang, "Loading rate dependency of Young's modulus of rock", Shigen-to-Sozai, Vol.117, pp.29-35 (2001).
- 7) M. Hoshino and M. Negisi, "An experimental study on mechanical properties of rocks", Ouyou Chishitsu, Vol.11, No.3, pp.91-96 (1970).
- 8) Y. Tanimura, "Chouonpa gizyutsu kisono kiso", Nikkan kougyou Shinbunsha, pp.142-145 (2012).