SHPB 法におけるランプ波の生成方法[†]

小川 欽也*

Formation of Ramped Incident Wave in the SHPB Method

by

Kinya OGAWA*

Split-Hopkinson pressure bar method based on one-dimensional stress wave theory has been the most reliable and versatile testing method for materials at high rate of deformation, and generation of various kinds of incident wave for the respective tests such as strain rate jump, constant strain rate, and reverse loading, is inevitable requirement in the method. Since the ramped incident wave is fundamental to suppress high frequency vibrations and to obtain the smooth transmitted wave, various kinds of methods have been investigated. In the present paper elastic springs were focused as a buffer to generate ramped incident wave. It was confirmed that an elastic spring could be used instead of traditional metallic buffer. It was also found that the ramped wave with gradual increase at the beginning could be generated by combination of two springs together with the two-stage SHPB method previously proposed by the author. Application of the present method for impact impression test is discussed.

Key words:

SHPB method, Ramped incident wave, Two-stage SHPB, Elastic buffer, Indentation test, Simulations

1 緒 言

スプリット・ホプキンソン圧力棒 (Split-Hopkinson Pressure Bar : SHPB) 法¹⁾ は 1 次元弾性波伝播論に基づく高速変形試験法であり, 入力棒を介して入射応力波を試験片に負荷し, 試験片両側での力の釣合いが成立する条件の下で入力棒において検出される反射応力波, 出力棒を介して検出される透過応力波より試験片の変形量と試験片の荷重とを算定し, 材料の変形特性を同定する材料試験法として確立された. 今日に至るまで目的に応じた様々な入射応力波を生成することによって圧縮試験¹⁾, 引張り試験²⁾, 捩じり試験³⁾, 曲げ試験⁴⁾など多くの試験法として発展してきている. すなわち, SHPB 法の最大の特徴は目的に応じた入射波を形成する点であり, これによってひずみ速度一定試験や, ひずみ速度急変試験, あるいはリバース試験など, Talor 試験法や Charpy 試験法, あるいは One-Bar 試験法などの衝突型試験法では実施できない高度な試験法として発展してきている.

矩形状の入射波の波頭近辺を緩やかにするいわゆるランプ波は, 初期に生じる応力の非平衡性を除去することで脆性材料などの強度を評価するためや, 曲げ変形などに現れる高周波振動を抑制するために用いられてきた⁵⁾. 通常用いられる矩形状の入射波の場合, 加工硬化によりひずみ速度は変形の進行とともに減少するため, 主としてひずみ速度の低下する状況での強度の変形速度依存性が論じられてきたが, ひずみ速度が増加する, いわゆる加速試験による物性の変化を捉えようとする試みは少ない. 加速波であるランプ波は, 引張り試験でのくびれの

発生や破壊進展などの動的安定性を調べるための負荷波としても必須であり, ひずみ速度の増加する状況下での変形挙動が運動転位を加速する場合の議論に直接的に繋がるから, その動的挙動を捉えるための実験手法として簡便なランプ波の生成方法の開発は重要と考えられる. ここでは従来の方法の問題点を明らかにするとともに, これに代わる新しいランプ波の創成方法として弾性変形を利用する方法を提案し, その汎用性と実用上の問題点について明らかにする.

2 ランプ波の生成方法

2.1 基礎式

Fig.1 Schematic arrangement of SHPB method with a buffer and a specimen.

Fig. 1 には圧縮型 SHPB 試験法を模式的に示す. 打撃棒と入力棒の間にバッファーを, 入力棒, 出力棒の間に試験片を設置する. バッファーの両面での力が等しいと仮定できる場合, 打撃棒の断面積, 密度, 縦弾性波速度, 打撃速度, を A_s, ρ_s, C_s, V_0 , 入力棒の断面積, 密度, 縦弾性波速度, を A, ρ, C とし, 打撃棒, 入力棒に発生する応力波をそれぞれ, σ_{sR}, σ_I とすると, 次式が成り立つ.

[†] 原稿受理 平成 30 年 4 月 25 日 Received Apr.25,2018©2018 The Society of Materials Science, Japan

* 正 会 員 スペースダイナミクス研究所 〒616-8255 京都市右京区鳴滝音戸山町
Institute of Space-dynamics., Ukyo-Ku, Kyoto 616-8255.

$$\dot{\delta} = V_0 - \frac{\sigma_{sR}}{\rho_s c_s} - \frac{\sigma_I}{\rho c} \quad (1)$$

$$A_s \sigma_{sR} = A \sigma_I = F_B \quad (2)$$

ここに、バッファーの変形速度を $\dot{\delta}$ 、バッファーに働く圧縮力を F_B とする。

バッファーの変形特性が変形速度 $\dot{\delta}$ に依存せず、 $F_B(\delta)$ と与えられると、微分方程式

$$\dot{\delta} = V_0 - \left(\frac{1}{A_s \rho_s c_s} + \frac{1}{A \rho c} \right) \cdot F_B(\delta) \quad (3)$$

を数値的に解くことで、入力棒に生じる応力波 σ_I を求めることができる。すなわち、時刻 0 で $\delta=0$ とし、 V_0 を与えて、その時の変形速度 $\dot{\delta}$ を求め、積分操作により微小時間 Δt 経過後の変形量 δ を求め、バッファーの力 $F_B(\delta)$ を定める。以下、同様な手順を繰り返すことでバッファーの力が定まり、入射波とそれによって生じる粒子速度が定まる。

(a)

(b)

Fig.2 Stress-strain relation of O-F-Cu for metallic buffer in (a) and particle velocity of ramped wave obtained by cylindrical O-F-Cu buffers with different sizes at the striker velocity of 10m/s in (b).

バッファーの一例として無酸素銅を取り上げ、Fig.2(a)に圧縮時の公称応力-公称ひずみ曲線を示し、それがひずみ速度によらないとした場合について求められたランプ波の粒子速度-時間関係を Fig.2(b)に示す。ここに、打撃棒、入力棒、出力棒を直径 10mm の不銹鋼とし、バッファーを直径 d 、高さ L の円柱とし、時間刻みは $1 \mu s$ とした。円柱状のバッファー直径、長さを変更することによって様々な形状のランプ波を予測することができるが、材料特性がひずみ速度に依存する場合には、動的な特性が明確でなければ必要とするランプ波の形状を求めることは困難になる。そこで、変形速度に依らず特性が定められる弾性体を利用することを考える。

2.2 線形弾性体の利用

バッファーが線形弾性体の場合には、ばね定数を k_1 として(3)式中の $F_B(\delta)$ を P_1 と表し、

$$P_1 = k_1 \delta_1 \quad (4)$$

として解くと、次の解が得られる。

$$P_1 = V_0 \frac{1}{\alpha} (1 - e^{-\alpha k_1 t}) \quad (5)$$

ここに、

$$\alpha = \left(\frac{1}{A_s \rho_s c_s} + \frac{1}{A_1 \rho_1 c_1} \right) \quad (6)$$

である。

Fig.3には、Fig.2(b)の場合と同じ打撃棒、入力棒、出力棒について得られた結果を数種のパネ定数について示す。いずれも時間に対して上に凸なランプ波が得られる。時定数はバッファーのばね定数だけでなく、打撃棒、入力棒のインピーダンスにも依存するため、目的に応じて適切に選定することが必要である。

このように負荷応力が上に凸となる変化を示すのは、一定断面の打撃棒を用いたことにより時間的にバッファーの変形速度が低下するためである。

Fig. 3 Particle velocity of ramped wave simulated for elastic spring buffers of different spring constant.

Fig. 4 Set-up of the two-stage SHPB arrangement with spring buffers.

時間に対して下に凸なランプ波を得るためには、時間的に変形速度が上昇するように、テーパ状などの変断面の打撃棒を用いるか、非線形な特性のバネを用いることが考えられる。ここでは、Fig.3に示す透過波を新たな線形なばねに負荷することを試み、Fig.4に示すような入力波導入部を介して二番目の弾性バッファを配置した二段 SHPB 法⁶⁾に適用することを考える。バッファ1,2,がいずれも弾性変形のみを生じるとして、それぞれの変形量 δ_1, δ_2 、と荷重 P_1, P_2 の関係を以下のように表す。

$$P_1 = k_1 \delta_1, \quad P_2 = k_2 \delta_2 \quad (7)$$

二番目のバッファの変形 δ_2 について次式が成り立つ。

$$\dot{\delta}_2 = \frac{\sigma_I}{\rho_1 C_1} - \frac{\sigma_R}{\rho_1 C_1} - \frac{\sigma_T}{\rho_2 C_2} \quad (8)$$

二番目のバッファの両側の力が等しく、入射応力が(5)式で与えられるとすると、

$$A_1(\sigma_I + \sigma_R) = A_2 \sigma_T = P_2, \quad (9)$$

$$\sigma_I = \frac{1}{A_1} P_1 = \frac{V_0}{A_1 \alpha} (1 - e^{-k_1 \alpha t})$$

が成り立ち、(8)式は以下になる。

$$\dot{\delta}_2 + \left\{ \frac{1}{A_1 \rho_1 C_1} + \frac{1}{A_2 \rho_2 C_2} \right\} k_2 \delta_2 - \frac{2V_0}{\alpha A_1 \rho_1 C_1} \{1 - e^{-k_1 \alpha t}\} = 0 \quad (10)$$

これより、 $t=0$ における初期条件

$$\delta_2 = 0$$

を用いて、次式が得られる。

$$\delta_2 = \frac{2V_0}{\alpha A_1 \rho_1 C_1} \left\{ \frac{1}{k_2 \beta} - \frac{1}{(k_2 \beta - k_1 \alpha)} e^{-k_1 \alpha t} + \frac{k_1 \alpha}{k_2 \beta (k_2 \beta - k_1 \alpha)} e^{-k_2 \beta t} \right\} \quad (11)$$

ここに、 β は次式で与えられる。

$$\beta = \frac{1}{A_1 \rho_1 C_1} + \frac{1}{A_2 \rho_2 C_2} \quad (12)$$

$$\dot{\delta}_2 = \frac{2V_0}{A_1 \rho_1 C_1} \frac{k_1}{(k_2 \beta - k_1 \alpha)} (-k_1 \alpha e^{-k_1 \alpha t} + k_2 \beta e^{-k_2 \beta t})$$

であるから、 $t=0$ では

$$\dot{\delta}_2 = \frac{2V_0}{\alpha A_1 \rho_1 C_1} k_1 > 0$$

であり、得られたランプ波 $P_2(t) = k_2 \delta_2(t)$ は

$$k_2 \beta > k_1 \alpha \quad \text{のときは、}$$

$$\frac{1}{(k_2 \beta - k_1 \alpha)} \ln \left(\frac{k_2 \beta}{k_1 \alpha} \right) \geq t \geq 0$$

$$k_1 \alpha > k_2 \beta \quad \text{のときは、}$$

$$\frac{1}{(k_1 \alpha - k_2 \beta)} \ln \left(\frac{k_1 \alpha}{k_2 \beta} \right) \geq t \geq 0$$

において、時間に対して下に凸な曲線を描く。

$\alpha = \beta$, $k_1 = k_2 = k$ の場合には、(11)式は

$$\delta_2 = \frac{2V_0}{\beta A_1 \rho_1 C_1} \left\{ \frac{1}{\beta k} (1 - e^{-k \beta t} - \beta k t e^{-k \beta t}) \right\} \quad (13)$$

となり、

$$\ddot{\delta}_2 = \frac{2V_0 k}{\beta A_1 \rho_1 C_1} (1 - \beta k t) e^{-\beta k t}$$

であるから、 $\frac{1}{\beta k} \geq t \geq 0$ において時間に対して下に凸な曲線となる。

Fig.5 には得られたランプ波の粒子速度と時間の関係を例示する。

2.3 つるまきバネのインピーダンス

バッファとして用いる線形弾性体としては広範なバネ定数が得られるつるまき円筒バネが挙げられる。つるまき円筒ばね中を伝ばする弾性波に関しては、これまで多くの研究が行われており⁷⁾、ピッチ角がゼロの場合以外では、軸方向の運動とねじれ運動とが連成することが明らかにされている。ここでは、ピッチ角が非常に小

Fig. 5 Particle velocity of incident wave obtained by combination of dual spring buffers.

Fig. 6 Schematic presentation to evaluate impedance of coil spring.

さいと仮定して、ばね中を伝ばする弾性波について考え、バッファの動的特性であるインピーダンスの評価を

行う。Fig.6 に示す、つるまき円筒ばねの平均直径を D ，素線の密度 ρ ，径を d ，単位長さ当たりの巻き数を N とし，せん断弾性係数を μ ，とすると，ばねの中心軸に沿って単位時間にせん断波が伝播する速度 C_{ap} は次式で表される。

$$C_{ap} = \frac{C_s}{\pi DN} \quad (14)$$

ここで，素線を伝わるせん断波速度は $C_s = \sqrt{\mu/\rho}$ と表される。これより，平均直径 D の円形断面について求めたばねの見かけのインピーダンス I は次式で与えられる。

$$I = \frac{\pi \rho C_s}{4} d^2 \quad (15)$$

またバネ定数 k は巻き数を N_a として次式で表される。

$$k = \frac{\mu d^4}{8 N_a D^3} \quad (16)$$

一方，直径 D_B の円形断面の応力棒のインピーダンス I_B は次式で表される。

$$I_B = \frac{\pi \rho_B C_0}{4} D_B^2 \quad (17)$$

ここに ρ_B は応力棒の密度， C_0 は応力棒を伝ばする縦波の速度である。いま，ばねと応力棒がともに鋼製であるとし， $d/D = 1/4$ のばねを想定し，そのばね定数を k_0 とする。このばねは（素線の直径/平均直径）が比較的大きいばねであるが，ばねを支えるためにばねの平均直径が応力棒の直径として，(15)式と(17)式を比較すると， $C_s/C_0 \cong 0.63$ であるから， $I_B/I \cong 25$ となる。応力棒に比べてバッファのインピーダンスが低い場合には，バッファの変形がほぼ一様で，バッファ両端での力がほぼ同一とみなされるには，バッファ内で複数回の弾性波の往復が必要であり，両者のインピーダンス比 I_B/I が10倍程度であれば，5往復以内，1000倍程度でも10往復以内であり，インピーダンスの変化に対して必要な往復回数の増加は緩やかであることを示した⁸⁾。

いま想定しているばねのばね定数を $k_0/100$ にするには，素線直径を $1/\sqrt[3]{10}$ に，あるいは，平均直径を $\sqrt[3]{100}$ 倍に，あるいは，巻き数を100倍にする必要がある。このとき，応力棒とのインピーダンスの比は前二者の場合にそれぞれ 2.5×10^2 ， 5.4×10^2 となり，ばね内の弾性波の往復が10回程度必要であることになる⁸⁾。一方，巻き数を100倍にすると長さが100倍となるから，少なくとも100回程度の往復回数が必要となるから，バネの長さを増さずに平均径を増す方がバッファ両端での応力を一致させるには有効であることに注意する必要がある。

3 衝撃押込み試験への適用

立ち上がり時に時間に対して正の曲率をもって緩やかに立ち上がるランプ波は衝撃初期の高周波振動を抑制することができるため，様々な衝撃試験に有用であるが，特に近年多く試みられてきた圧子を用いた衝撃押込み試験へも適用できる可能性がある。

ビッカース硬さ H_V と押込深さ h (mm)，押込力 P (KN)の関係は次式で表される。

$$P = 259.1 \times H_V \times h^2 \quad (18)$$

また，ひずみ速度は κ を材料に依存する一定値として

$$\dot{\epsilon} = \kappa \frac{1}{h} \frac{dh}{dt} \quad (19)$$

と表されるから⁹⁾，押込み速度 $\dot{h} = \frac{dh}{dt}$ を一定にすることができてもひずみ速度を一定にできないことが分かる。

Fig. 7 Load-indentation relation of Ti-alloy evaluated by Viker's hardness.

Fig.7 には，チタン合金 Ti-6Al-4V を想定して， $H_V = 320$ の場合に得られた押込量と荷重の関係を示す。押込量の増加とともに急激に荷重の上昇が生じることが分かる。いま，Fig.4 に示した二段 SHPB 法において出力棒にビッカース圧子を取り付け，この Ti-6Al-4V を押込む場合を考え，入射応力波 σ_{I2} を改めて σ_I と表すと，押込み速度 (dh/dt) は入射応力波 σ_I ，透過応力波 σ_T を用いて次式で表される。

$$\frac{dh}{dt} = \frac{2}{\rho C} (\sigma_I - \sigma_T) \quad (20)$$

ここに， ρ, C は入力棒，出力棒の密度と，縦弾性波速度である。

いま，一定の粒子速度 V_0 の入射応力波 σ_I が負荷されると，押込み速度 (dh/dt) ，ひずみ速度 $\dot{\epsilon} = (d\epsilon/dt)$ は以下のようなになる。ただし，出力棒の断面積を A として，

$$\sigma_T = \frac{1}{A} P = \frac{1}{2} \alpha_0 \rho C h^2 \quad (21)$$

と表す。ここに， $\alpha_0 = 2 \frac{259.1}{A \rho C} H_V$ と表す。

これより，(20)式は

$$(V_0 - \alpha_0 h^2) = \frac{dh}{dt} \quad (22)$$

となる。

初期条件 $t=0 : h=0$ とすれば，

$$\sigma_T = \rho C V_0 \left\{ \frac{(e^{\beta t} - 1)}{(e^{\beta t} + 1)} \right\}^2 = \rho C V_0 \left\{ \frac{\sinh(\frac{\beta t}{2})}{\cosh(\frac{\beta t}{2})} \right\}^2 \quad (23)$$

$$h = \frac{\sqrt{V_0}}{\sqrt{\alpha}} \frac{(e^{\beta t} - 1)}{(e^{\beta t} + 1)} \quad \dot{\epsilon} = \frac{1}{h} \frac{dh}{dt} = \beta \operatorname{cosech}(\beta t) \quad (24)$$

が得られる。ここで，

$$\beta = 2\sqrt{\alpha_0 V_0} \quad (25)$$

である。

Fig. 8 Stress-time relation of transmitted wave calculated for impact indentation test in SHPB method by constant amplitude incident wave.

Fig8には直径20Φのアルミニウム製の打撃棒と応力棒を用いた場合、一定速度の入射波を与えた際に得られる透過波を示す。その際のひずみ速度の変化をFig.9に示すが、押し込み量の増加とともに急激にひずみ速度が減少するため、ひずみ速度依存性を示す材料の場合には、押し込み量の違いが硬さの値に影響を及ぼす可能性のあることが推察できる。

ひずみ速度を一定にするために与えるべき入射応力波 σ_I は以下のようにして求めることができる。(19)式よりひずみ速度を一定値 $\dot{\epsilon}_0$ とし、初期条件 $t=0$ において $h=h_0$ とすると、

$$h = h_0 \exp(\dot{\epsilon}_0 t / \kappa) \quad (26)$$

と表せ、(18)、(20)、(26)式を用いて、

Fig. 9 Change of strain rate during indentation evaluated by transmitted wave shown in Fig8.

$$\sigma_I = \frac{\rho C}{2} \frac{dh}{dt} + \gamma h^2 = h_0 \exp(\dot{\epsilon}_0 t / \kappa) \left\{ \frac{\epsilon_0 \rho C}{2\kappa} + \gamma h_0 \exp(\dot{\epsilon}_0 t / \kappa) \right\} \quad (27)$$

と表せる。

Fig.10には、ひずみ速度が1000/sの場合について求めた入射波を実線で示し、これに近い入射波として2個の線形バネをバッファとして用いて得られる入射波を打撃速度が10m/sと20m/sの場合について破線で示した。(11)式と(27)式を比較すれば分かるように両者を完全に一致させることはできないが実用上は対応可能な領域が認められる。

Fig. 10 Particle velocity of input waves for constant strain rate (solid curve) and for comparison obtained by dual spring buffers.

4 結 言

SHPB 試験法におけるランプ状入射波の創成のため線形バネをバッファとして用いることを提案し、以下の点を明らかにした。

- (1) 応力棒のインピーダンス、線形バネのバネ定数によって得られるランプ波の特性を理論的に予測できる。
- (2) 二個の線形バネを二段 SHPB 法に用いることによって、初期の曲率が正となる緩やかな立ち上がりのランプ波を形成することができる。
- (3) 適切なランプ波を用いることで、衝撃押込み試験においてもひずみ速度を一定にできる可能性がある。

参 考 文 献

- 1) H.Kolsky: "An Investigation of the Mechanical Properties of Materials at Very High Rates of Loading", Proc. Phys. Soc., Section B, Vol. 62, pp. 676-700 (1949)
- 2) J. Harding, E. O. Wood and J. D. Campbell, "Tensile testing of materials at impact rates of strain", J. Mech. Engng Sci., 2, pp. 88-96 (1960)
- 3) J. Duffy, J. D. Campbell and R. H. Hawley, "On the use of a torsional split Hopkinson bar to study rate effects in 1100-0 aluminium", Trans. ASME, J. Appl. Mech., 38, pp. 38-91 (1971)
- 4) K. Tanaka, T. Kagatsume, "Impact bending test on steel at low temperatures", Bull. JSME, Vol. 23, pp. 1736-1741, (1980), pp. 302-310 (1980)
- 5) K. Ogawa, F. Higashida, "Impact Three-point Bending using Ramped Incident Wave", Kyoka Plastics, Vol. 36, No. 4, pp. 123-129 (1989)
- 6) K. Ogawa, "Two-Stage SHPB Method for Constant Deformation Rate Test", J. Soc. Mat. Sci. Jap., Vol. 27, No. 10, pp. 755-761 (2015)
- 7) R. M. Davies, Engineering, vol. 148, No. 3837, pp. 113-115 (1938),
- 8) K. Ogawa, "On the Effect of Mechanical Impedance Mismatch in the Split-Hopkinson Pressure Bar Method", J. Jap. Soc. Exp. Mech., Vol. 13, No. 3, pp. 244-249 (2013).
- 9) M. F. Doerner and W. D. Nix, "A method for interpreting the data from depth-sensing indentation instrument", Journal of Materials Research, Vol. 1, No. 4, pp. 601-609, (1986).