機械加工面の3軸残留応力の $\cos \alpha$ 法によるX線測定

田中 啓介*

X-Ray Measurement of Triaxial Residual Stress on Machined Surfaces by The Cos α Method

by

Keisuke TANAKA*

In recent years, the $\cos \alpha$ method attracts engineers as a new method of X-ray stress measurement using whole Debye-Scherrer rings recorded on two-dimensional detectors. The principle of the $\cos \alpha$ method was first proposed by Taira, Tanaka, and Yamasaki for in-plane biaxial stress analysis, and later extended by Sasaki et al. to the triaxial state of stresses. The method proposed by Sasaki et al. utilizes several Debye-Scherrer rings taken at different incident angles of X-rays to determine triaxial stresses. In the present paper, the $\cos \alpha$ method was applied to measure triaxial residual stresses of uni-directionally machined surfaces of a carbon steel made by grinding, milling, and planing. The recommended procedure for experimental measurement of out-of-plane shear stresses was proposed, together with a new method for determination of the normal stress perpendicular to the specimen surface. The incident angle of X-rays for stress determination is recommended to be larger than 35° and the normal incidence is for out-of-plane shear stresses. Out-of-plane shear stresses along the cutting direction which were characteristic of uni-directionally machined surfaces were increased according to the degree of cutting severity in the order of grinding, milling, and planing. In-plane normal stresses were compressive, and the magnitude of compression was larger in the direction perpendicular to the cutting direction. Based on the stress values measured under different incident angles, the in-plane normal residual stress was suggested to increase near the surface. Out-of-plane normal stress determined by the new method was small compression.

Key words:

X-ray stress measurement, The $\cos \alpha$ method, Two-dimensional detector, Residual stress, Triaxial stress, Machined surface, Debye-Scherrer ring

1 はじめに

実際の部材や構造物に存在する残留応力の非破壊的測定法としてのX線応力測定法は、多結晶材料の残留応力測定法として最も広く利用されており、現場技術として定着している¹⁾。X線応力測定の基礎となっている従来の手法は $\sin^2\psi$ 法²⁾であり、検出器としてはシンチレーションカウンタを代表とする0次元検出器あるいは1次元検出器が採用されてきた。近年、2次元検出器を採用した $\cos \alpha$ 法による応力測定法が注目されている^{3),4)}。

X線応力測定法としての $\cos \alpha$ 法の理論は、平・田中・山崎⁵⁾によって写真フィルム時代の1978年に提案された。 $\sin^2\psi$ 法では傾斜角を変えた複数回の露光で得た複数のデバイ環のデータから応力を決定するのに対して、 $\cos \alpha$ 法では1回の露光で得たデバイ環の全周のデータから応力を決定する手法である。1990年代には、吉岡ら⁶⁾によって、X線検出器としてイメージングプレート(IP)を用いることで、 $\cos \alpha$ 法による応力測定が短時間で可能となることが確かめられた。また、佐々木ら^{7),8)}によって $\cos \alpha$ 法を基礎とした3軸応力測定法が展開され、手法の汎用性が高まることとなった。2012年には、 $\cos \alpha$ 法を採用した小型・軽量の可搬式応力測定機(PULSTEC

μ -X360)が市販され、これが契機となり $\cos \alpha$ 法の持つ有用性、実用性が広く認識されるようになった。平面応力の測定法としては、短時間で $\sin^2\psi$ 法と同程度の高精度測定が可能であることが確かめられ、適用例も広がりつつある^{3),4)}。一方、3軸応力測定への適用例は少なく、手法としての確立の途上にある。

X線測定される応力はX線侵入深さ内の重み付き平均応力であり、侵入深さが浅いことから平面応力状態が仮定される場合が多い。しかしながら、実際の測定では必ずしもこの仮定が満足されるとは限らず、3軸応力解析が必要な場合がある¹⁾。例えば、有向性機械加工や転がり疲労損傷によって導入される残留応力には面外のせん断応力が存在する。このせん断応力は $\sin^2\psi$ 法において ψ スプリットを引き起こすことはよく知られており、応力解析にはDölle-Hauk⁹⁾の手法が広く用いられている。

$\cos \alpha$ 法における3軸応力測定法として、佐々木らは、1995年に第1法⁷⁾、ついで2009年に第2法、第3法を提案した⁸⁾。後者の2法では、第1法の弱点が改良されている。 $\cos \alpha$ 法による佐々木らの手法は、 $\sin^2\psi$ 法におけるDölle-Hauk⁹⁾の手法よりも遙かに簡単に短時間の測定が可能であり、広い応用性が期待できる。彼らはこれら

† 原稿受理 平成29年12月19日 Received Dec. 19, 2017 ©2018 The Society of Materials Science, Japan

* 正 会 員 名古屋産業科学研究所 〒464-0819 名古屋市千種区四谷通
Nagoya Industrial Science Research Institute, Chikusa-ku, Nagoya 464-0819.

の手法を転がり疲労の3軸残留応力解析に応用した¹⁰⁾。しかしながら、提案されている3手法による測定値の差異、あるいは測定条件が測定精度に及ぼす影響に関する検討は十分ではなく、特に面外の垂直応力の決定法は明確ではない。一方、 $\sin^2\psi$ 法を用いた有向性機械加工面の3軸残留応力測定は、英ら^{11),12)}および若林ら¹³⁾⁻¹⁵⁾によって報告されているが、 $\cos \alpha$ 法による測定例はほとんどなく、今後の広範な適用を通して、測定技術として確立されることが望まれる。

そこで、本研究では、まず $\cos \alpha$ 法による3軸応力測定法の基礎理論を測定手順に準拠して述べる。ついで、炭素鋼の有向性機械加工面の残留応力測定に適用するとともに、表面に垂直な応力の新たな測定法を提案する。

2 $\cos \alpha$ 法による応力測定

2.1 ひずみ・応力測定の基礎式

X線応力測定では、結晶の格子面間隔を評点距離として、応力による格子面間隔の変化を結晶のX線回折現象を利用して測定し、弾性ひずみを求める。いま、波長 λ のX線を結晶に照射するとき、回折角 2θ と回折面格子間隔 d とは次のブラッグの条件式で関係する。

$$\lambda = 2d \sin \theta \quad (1)$$

ここで、試料表面の結晶の面間隔が応力によって無ひずみ状態の d_0 から $d_0 + \Delta d$ に変化したとする。このとき、波長一定として上式を微分すると

$$\varepsilon = \Delta d / d_0 = -\cot \theta_0 (\theta - \theta_0) \quad (2)$$

となる。ここで、 $2\theta_0$ は無ひずみの回折角である。上式より回折角の変化を測定することから格子面間隔の変化、つまり回折面法線方向の垂直ひずみが求められる。

$\cos \alpha$ 法の基礎式は、まず平面応力に対して導かれ⁵⁾、その後3軸応力に拡張された^{7),8)}。この理論の概要を以下にまとめる。Fig. 1にIP上にデバイ環を記録している状態を示す。試料表面に x - y 座標をとり、X線は x - z 面内 φ_0 回転した方向で、 z 軸に対して角 ψ_0 だけ傾けて入射し、入射光に対して垂直に配置したIPでデバイ環を記録する。IP上で $-\eta$ 側から時計方向に α だけ回転した方位に対応する回折ベクトルを $\mathbf{n} = (n_1, n_2, n_3)$ とする。回折ベクトル $\mathbf{OP}$ 方向の垂直ひずみ ε_α は、ひずみの変換公式により x - y - z 座標系のひずみと次の関係にある。

$$\varepsilon_\alpha = \varepsilon_x n_1^2 + \varepsilon_y n_2^2 + \varepsilon_z n_3^2 + \gamma_{yz} n_2 n_3 + \gamma_{zx} n_3 n_1 + \gamma_{xy} n_1 n_2 \quad (3)$$

回折ベクトルの成分は次式となる^{5),7),8)}。

$$\begin{aligned} n_1 &= \cos \eta \sin \psi_0 \sin \varphi_0 - \sin \eta \cos \psi_0 \cos \varphi_0 \cos \alpha - \sin \eta \sin \varphi_0 \sin \alpha \\ n_2 &= \cos \eta \sin \psi_0 \sin \varphi_0 - \sin \eta \cos \psi_0 \sin \varphi_0 \cos \alpha + \sin \eta \cos \varphi_0 \sin \alpha \\ n_3 &= \cos \eta \cos \psi_0 + \sin \eta \sin \psi_0 \cos \alpha \end{aligned} \quad (4)$$

ここで、 η は θ の余角($=\pi/2-\theta$)である。また、ひずみを等方性弾性力学の関係を用いて応力に変換すると、次式となる。

$$\varepsilon_\alpha = \frac{1+\nu}{E} (\sigma_x n_1^2 + \sigma_y n_2^2 + \sigma_z n_3^2 + 2\tau_{yz} n_2 n_3 + 2\tau_{zx} n_3 n_1 + 2\tau_{xy} n_1 n_2) - \frac{\nu}{E} (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) \quad (5)$$

上式で、 E はヤング率、 ν はポアソン比である。X線応力測定法では、複数の ε_α を測定し、上式から応力を決定する。この応力決定手法として $\sin^2\psi$ 法と $\cos \alpha$ 法が代表的である。

$\cos \alpha$ 法ではIPに記録された強度データから、デバイ環の各方位角 α において回折プロファイルを求め、そのピーク位置からひずみを求める。Fig. 2にデバイ環の撮影状況を示す。入射X線束に対して直角に配置されたIPと試料との距離(試料距離)を L とすると、回折中心からの半径位置 r から、回折角 2θ が求められる。

$$2\theta = \pi - \tan^{-1}(r/L) \quad (6)$$

Fig. 1 Debye-Scherrer ring recorded on 2-dimensional detector by single exposure of X-rays.

Fig. 2 Strain measurement of Debye-Scherrer ring in the $\cos \alpha$ method.

式(2), (6)を用いて方位角 α におけるけるひずみ ε_α を求めると次式となる

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\cos^2 2\theta_0}{2 \tan \theta_0} d \left(\frac{r}{L} \right) = \frac{\cos^2 2\theta_0}{2L \tan \theta_0} (r_\alpha - r_0) \quad (7)$$

ここで, r_α はデバイ環の半径, r_0 は無ひずみのときのデバイ環の半径で, ひずみは半径の差に比例する.

2.2 垂直応力の差およびせん断応力の決定

$\cos \alpha$ 法ではIPに対して, Fig. 2に示すように各方位角 α について4方向の垂直ひずみ $\varepsilon_\alpha, \varepsilon_{\pi+\alpha}, \varepsilon_{-\alpha}, \varepsilon_{\pi-\alpha}$ を計測する. ついで, ひずみの差 $(\varepsilon_\alpha - \varepsilon_{\pi+\alpha})$ と $(\varepsilon_{-\alpha} - \varepsilon_{\pi-\alpha})$ を求め, その平均を $\varepsilon_{\alpha 1}$ とする (第1ひずみパラメータと称する).

$$\varepsilon_{\alpha 1} \equiv [(\varepsilon_\alpha - \varepsilon_{\pi+\alpha}) + (\varepsilon_{-\alpha} - \varepsilon_{\pi-\alpha})] / 2 \quad (8)$$

また, $(\varepsilon_\alpha - \varepsilon_{\pi+\alpha})$ と $(\varepsilon_{-\alpha} - \varepsilon_{\pi-\alpha})$ の偏差の1/2を $\varepsilon_{\alpha 2}$ とする (第2ひずみパラメータと称する).

$$\varepsilon_{\alpha 2} \equiv [(\varepsilon_\alpha - \varepsilon_{\pi+\alpha}) - (\varepsilon_{-\alpha} - \varepsilon_{\pi-\alpha})] / 2 \quad (9)$$

以下に, このひずみパラメータと応力との関係を求める.

$\varepsilon_{\alpha 1}$ および $\varepsilon_{\alpha 2}$ と応力との関係は, 式(5)を式(8), (9)に代入して整理すると次式となる. このひずみは後述 Fig. 3における回転角 $\varphi_0 = 0^\circ$ に対応するため, (0)を付記する.

$$\varepsilon_{\alpha 1}(0) = -\frac{1+\nu}{E} [(\sigma_x - \sigma_z) \sin 2\psi_0 + 2\tau_{xz} \cos 2\psi_0] \times \sin 2\eta \cos \alpha \quad (10)$$

$$\varepsilon_{\alpha 2}(0) = 2 \frac{1+\nu}{E} [\tau_{xy} \sin \psi_0 + \tau_{yz} \cos \psi_0] \times \sin 2\eta \sin \alpha \quad (11)$$

ここで, $\varepsilon_{\alpha 1}$ と $\cos \alpha$ との関係である $\cos \alpha$ 線図の傾きに応力定数 K_1 を乗じて次の応力成分 $s_x(0)$ が決定できる.

$$s_x(0) \equiv (\sigma_x - \sigma_z) + 2\tau_{xz} \cot 2\psi_0 = K_1 \cdot \frac{\partial \varepsilon_{\alpha 1}(0)}{\partial \cos \alpha} \quad (12)$$

$$K_1 \equiv -\frac{E}{1+\nu} \frac{1}{\sin 2\psi_0 \sin 2\eta_0} \quad (13)$$

なお, 2η として無ひずみ回折角 $2\theta_0$ の補角 $2\eta_0$ をとる. 一方, $\varepsilon_{\alpha 2}$ と $\sin \alpha$ との関係である $\sin \alpha$ 線図の傾きに応力定数 K_2 を乗ずることで次の応力成分 $t_{xy}(0)$ が決定できる.

$$t_{xy}(0) \equiv \tau_{xy} + \tau_{yz} \cot \psi_0 = K_2 \cdot \frac{\partial \varepsilon_{\alpha 2}(0)}{\partial \sin \alpha} \quad (14)$$

$$K_2 \equiv \frac{E}{2(1+\nu)} \frac{1}{\sin \psi_0 \sin 2\eta_0} \quad (15)$$

平面応力状態では面外応力 $\sigma_z, \tau_{yz}, \tau_{zx}$ は零であるので, $\cos \alpha$ 線図から直接的に垂直応力 σ_x が決定でき, $\sin \alpha$ 線図から面内せん断応力 τ_{xy} が決定できる⁷⁾. これに対して3軸応力状態では面外応力成分を決定する必要がある. そのため, 佐々木らによって提案された3軸応力解析では, Fig. 3に模式的に示すような複数の露光で得られるデバイ環を使用する^{7),8)}. IP-1は傾斜角が零の垂直入射X線の場合, IP-2, 3, 4, 5は斜入射 $\psi_0 \neq 0$ で回転角 $\varphi_0 = 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ のデバイ環を取得する. なお, 佐々木らは応力

決定式の導出において, $\psi_0 > 0$ と $\psi_0 < 0$ で得られる $\cos \alpha$ 線図と $\sin \alpha$ 線図の傾きの計測値を使用している^{7),8)}. しかし以下では, 実際の測定での利便性を考慮して, ψ_0 を一定として φ_0 を変化させて測定する場合に対しての応力決定式を導く.

垂直入射 $\psi_0 = 0^\circ, \varphi_0 = 0^\circ$ の場合 (IP-1) は, 式(10), (11)より次式が得られる.

$$\tau_{zx} = -\frac{E}{2(1+\nu)} \frac{1}{\sin 2\eta_0} \left(\frac{\partial \varepsilon_{\alpha 1}}{\partial \cos \alpha} \right) = K_0 \cdot M_1 \quad (16)$$

$$\tau_{yz} = \frac{E}{2(1+\nu)} \frac{1}{\sin 2\eta_0} \left(\frac{\partial \varepsilon_{\alpha 2}}{\partial \sin \alpha} \right) = -K_0 \cdot M_2 \quad (17)$$

$$K_0 = -\frac{E}{2(1+\nu)} \frac{1}{\tan 2\eta_0} \quad (18)$$

また, 斜入射 $\psi_0 \neq 0$ で回転角 $\varphi_0 = 0^\circ$ の場合 (IP-2) の応力決定式は式(12), (14)である. ついで, $\varphi_0 = 90^\circ$ の場合 (IP-3) も同様にして, 式(5), (8), (9)より次式を得る.

$$s_y(90) \equiv (\sigma_y - \sigma_z) + 2\tau_{yz} \cot 2\psi_0 = K_1 \cdot \frac{\partial \varepsilon_{\alpha 1}(90)}{\partial \cos \alpha} \quad (19)$$

$$t_{xy}(90) \equiv -\tau_{xy} - \tau_{xz} \cot \psi_0 = K_2 \cdot \frac{\partial \varepsilon_{\alpha 2}(90)}{\partial \sin \alpha} \quad (20)$$

回転角 $\varphi_0 = 180^\circ$ の場合 (IP-4) では次式となる.

$$s_x(180) \equiv (\sigma_x - \sigma_z) - 2\tau_{xz} \cot 2\psi_0 = K_1 \cdot \frac{\partial \varepsilon_{\alpha 1}(180)}{\partial \cos \alpha} \quad (21)$$

$$t_{xy}(180) \equiv \tau_{xy} - \tau_{yz} \cot \psi_0 = K_2 \cdot \frac{\partial \varepsilon_{\alpha 2}(180)}{\partial \sin \alpha} \quad (22)$$

さらに, 回転角 $\varphi_0 = 270^\circ$ の場合 (IP-5) では次式となる.

$$s_y(270) \equiv (\sigma_y - \sigma_z) - 2\tau_{yz} \cot 2\psi_0 = K_1 \cdot \frac{\partial \varepsilon_{\alpha 1}(270)}{\partial \cos \alpha} \quad (23)$$

$$t_{xy}(270) \equiv -\tau_{xy} + \tau_{xz} \cot \psi_0 = K_2 \cdot \frac{\partial \varepsilon_{\alpha 2}(270)}{\partial \sin \alpha} \quad (24)$$

IP-2, IP-4の $\cos \alpha$ 線図, $\sin \alpha$ 線図より求められる $s_x(0), s_x(180), t_{xy}(0), t_{xy}(180)$ を用いて次式で応力を決定する.

Fig. 3 Arrangement of IPs for triaxial stress measurement.

$$\begin{aligned}
\sigma_x - \sigma_z &= [s_x(0) + s_x(180)]/2 \\
\tau_{xz} &= [s_x(0) - s_x(180)] \tan 2\psi_0 / 4 \\
\tau_{xy} &= [t_{xy}(0) + t_{xy}(180)]/2 \\
\tau_{yz} &= [t_{xy}(0) - t_{xy}(180)] \tan \psi_0 / 2
\end{aligned} \quad (25)$$

一方、IP-3, IP-5 の $\cos \alpha$ 線図, $\sin \alpha$ 線図より求められる $s_y(90)$, $s_y(270)$, $t_{xy}(90)$, $t_{xy}(270)$ を用いて次式で応力を決定する。

$$\begin{aligned}
\sigma_y - \sigma_z &= [s_y(90) + s_y(270)]/2 \\
\tau_{yz} &= [s_y(90) - s_y(270)] \tan 2\psi_0 / 4 \\
\tau_{xy} &= -[t_{xy}(90) + t_{xy}(270)]/2 \\
\tau_{xz} &= -[t_{xy}(90) - t_{xy}(270)] \tan \psi_0 / 2
\end{aligned} \quad (26)$$

なお、佐々木らは、第1法では 0° - 180° ペアの IP-2 と IP-4 の2露光を用いて式(25)で応力を決定し、 $(\sigma_y - \sigma_z)$ は IP-2 を使用した別法を用いて決定したが、別法での精度を得ることが困難な場合が多い⁷⁾。そこで、改良型として IP-2, 3, 4, 5 の4露光を採用し、 0° - 180° ペアと 90° - 270° ペアを用いる第2法を提案した⁸⁾。

さらに、第3法では IP-1, IP-2, IP-3 の3露光が用いられる。まず、垂直入射 IP-1 の $\cos \alpha$ 線図, $\sin \alpha$ 線図より、式(16), (17) を用いて面外せん断応力 τ_{zx} , τ_{yz} を決定する。ついで、これらの値を用いて、IP-2, IP-3 の $\cos \alpha$ 線図から、 $s_x(0)$, $s_y(90)$ を求め、次式で垂直応力を決定する。

$$\begin{aligned}
\sigma_x - \sigma_z &= s_x(0) - 2\tau_{zx} \cot 2\psi_0 \\
\sigma_y - \sigma_z &= s_y(90) - 2\tau_{yz} \cot 2\psi_0
\end{aligned} \quad (27)$$

さらに、面内せん断応力 τ_{xy} としては、 $\sin \alpha$ 線図より $t_{xy}(0)$, $t_{xy}(90)$ を求め、次の2式の値の平均値を採用する。

$$\begin{aligned}
\tau_{xy} &= t_{xy}(0) - \tau_{yz} \cot \psi_0 \\
\tau_{xy} &= -t_{xy}(90) - \tau_{zx} \cot \psi_0
\end{aligned} \quad (28)$$

このように第3法では、IP-1, IP-2, IP-3 の3回の露光のみで応力が決定できる。ここで、 $\psi_0 = 45^\circ$ を採用すると式(27)で $\cot 2\psi_0 = 0$ となる。

以上の垂直応力の差あるいはせん断応力の決定においては厳密な回折角は要求されず、デバイ環における半径の相対的な差を厳密に測定することで、測定値の精度は確保される。つまり、ひずみ ε_α の式(7)には無ひずみのデバイ環半径 r_0 があるが、 $\varepsilon_{\alpha 1}$, $\varepsilon_{\alpha 2}$ では r_0 は消えるため、厳密な r_0 値は要求されない。このため、測定における試料距離の近似値として、得られたデバイ環（必ずしも無ひずみである必要はない）の平均半径 r_m から理論回折角 $2\eta_0 = \pi - 2\theta$ を用いて、次式で算出した試料距離（以下換算試料距離と称する） L_m を式(7)の L として用いひずみを決定しても応力に対する誤差は少ない。

$$L_m = r_m / \tan 2\eta_0 \quad (29)$$

2.3 σ_z の決定

前項の手法によって決定できる応力は垂直応力の差およびせん断応力であり、面外の垂直応力 σ_z は決定されていない。佐々木ら^{7),8)}は式(5)を用いて、測定ひずみ ε_α との差異が最小となるように σ_z を決定することを提案しているが、具体的な方法は明確でない。そこで、本研究では σ_z を決定するための新たな方法として、以下に述べる垂直入射 ($\psi_0 = 0$) による2回露光法を採用する。まず、垂直入射のときの式(5)のひずみ ε_α の、デバイ環の全周に渡る平均ひずみを求める。

$$\bar{\varepsilon}_\alpha = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \varepsilon_\alpha d\alpha \quad (30)$$

平均ひずみと σ_z との関係は次式となる。

$$\begin{aligned}
\sigma_z &= \frac{E}{1-2\nu} \bar{\varepsilon}_\alpha \\
&\quad - \frac{(1+\nu) \cos^2 \theta_0 - 2\nu}{2(1-2\nu)} \cdot [(\sigma_x - \sigma_z) + (\sigma_y - \sigma_z)]
\end{aligned} \quad (31)$$

上式において、前項の手法で既に $(\sigma_x - \sigma_z)$ および $(\sigma_y - \sigma_z)$ は決定されているので、上式の第2項は算出できる。一方、第1項では平均ひずみを決定する必要がある。平均ひずみは、式(7)から、デバイ環の全周の平均半径 r_m と無ひずみの場合の半径 r_0 との差から決定される。

$$\bar{\varepsilon}_\alpha = \frac{\cos^2 2\theta_0}{2L_m \tan \theta_0} (r_m - r_0) \quad (32)$$

Fig. 4 には垂直入射で IP によるデバイ環の撮影状態を示す。測定時の真の試料距離を L_0 、またデバイ環の平均半径から理論回折角を用いて求めた換算試料距離を L_m とする。ここで、真の試料距離 L_0 を決定するために2回の露光を行う。垂直入射で1回目の露光して得られたデバイ環の平均半径を求める。その後、試験片を光軸方向に Δz だけ移動させて2回目の露光を行う。なお、図では IP が移動しているが、実際では測定機を固定して試料のみを移動する。2回目の露光のデバイ環の平均半径を測定し、平均半径の第1回目との変化量 Δr_m を求める。このとき Fig. 4 に示す幾何学的条件より、 L_0 は次式で決定される。

$$L_0 = r_m / \tan 2\eta = (\Delta z / \Delta r_m) \cdot r_m \quad (33)$$

Fig. 4 Double exposure for out-of-plane normal stress determination before and after specimen movement.

ここで、 Δz 移動に伴う換算試料距離 L_m の変化量を ΔL_m とすると、式(29)を用いて、上式は変形される。

$$L_0 = (\Delta z / \Delta L_m) \cdot L_m \quad (34)$$

真の試料距離 L_0 が求まると、無ひずみのデバイ環の半径は次式で求められる。

$$r_0 = L_0 \tan 2\eta_0 \quad (35)$$

式(32)に式(29), (35)を代入し、式(34)を用いて式を変形すると次式となる。

$$\bar{\varepsilon}_\alpha = -\frac{\sin 4\theta_0}{4L_m \tan \theta_0} (L_m - L_0) = \frac{\sin 4\theta_0}{4 \tan \theta_0} \left(\frac{\Delta z}{\Delta L_m} - 1 \right) \quad (36)$$

実際の測定では、試料距離 45 - 55 mm の範囲で 1 mm 間隔で 10 回試料位置 z を移動させ、そのときの換算試料距離 L_m との関係求めた。ここで、 $\Delta L_m / \Delta z$ は回折角の差異の対応している。

$$\Delta L_m / \Delta z = (\Delta r_m / \Delta z) / \tan 2\eta_0 = \tan 2\eta / \tan 2\eta_0 \quad (37)$$

これを式(36)に代入して平均ひずみを求め式(31)の第 1 項の応力を決定する。ここで、この応力の誤差を評価すると、 σ_ε が 10 MPa となるひずみは 2.0×10^{-5} であり、これから式 (36)を用いて換算すると $[(\Delta z / \Delta L_m) - 1]$ の値は 5.3×10^{-4} となる。 σ_ε に 10 MPa の精度を得るためには、試料距離測定の誤差をこれ以下にする必要がある。

3 実験方法

3.1 加工試験片

材料は S50C である。フライス加工で製作した $10 \times 80 \times 3$ mm の平板を、1173 K で 30 min の焼なまし後炉冷した。この試験片の 10×80 mm の片面に、それぞれ研削加工 (G)、フライス加工 (M)、平削り加工 (P) を施し、3 種類の試験片を準備した。試験片 G には研削加工を行った。条件は、砥石直径 200 mm、回転数 3640 rpm、送り 30 mm/s、切り込み量 10 μ m である。試験片 M には横フライス加工を行った。条件は、カッター直径 150 mm、歯数 28、切り込み量 0.5 mm、回転数 60 rpm、テーブル送り 30 mm/min である。試験片 P にはセーパーを用いて平削りを行った。平削り仕上げバイトを用いて、テーブル送り 600 mm/min で、切り込み量 0.05 mm である。

以上のすべての加工は、一方向の有向性加工でアップカットを行った。また、 x - y - z 座標は、機械加工における切れ刃の進行方向と逆方向を x 軸とし、それに垂直方向を y 軸、加工面の法線方向を z 軸として、右手系の x - y - z 座標をとる¹¹⁾⁻¹⁵⁾。

3.2 X 線応力測定手順

使用した X 線装置は、 $\cos \alpha$ 法を採用した可搬式の小型応力測定機 (PULSTEC μ -X360s) である。Cr-K α 線による Fe211 回折を用いた。Table 1 に X 線測定条件を材料のヤング率およびポアソン比とともに示す。格子定数は、JCPDS カード No. 6-0696 の値であり、298 K で測定された。ひずみはデバイ環の全周に対して α 角を 0.72° のステップで 500 分割して測定した。試料距離は 51 mm を基本とした。弾性定数は単結晶の値¹⁶⁾からクリーナーモデルで求めた。 $E/(1+\nu)$ の値は標準値²⁾と一致する。

Table 1 X-ray conditions.

X-rays	Cr-K α
Tube voltage, kV	30
Tube current, mA	1.5
Diffraction	Fe211
Lattice constant, a_0 , nm	0.28664
Diffraction angle, $2\theta_0$, degree	156.396
Collimator diameter, mm	1.0
IP-specimen distance, mm	51
Incident angle, ψ_0 , degree	0, 15, 25, 35, 45, 55
Material	S50C
Young's modulus, E , GPa	223
Poisson's ratio, ν	0.273
$E/(1+\nu)$, GPa	175

Table 2 Stress constants for the $\cos \alpha$ method.

ψ_0 , degree	0	15	25	35	45	55
K_0 , GPa	-219	—	—	—	—	—
K_1 , GPa	—	-875	-571	-466	-437	-466
K_2 , GPa	—	845	518	381	309	267

Table 1 に示した値を用いて式(13), (15), (18)より求めた応力定数を Table 2 にまとめる。表において応力定数の値が小さい方がひずみ感度が高く、応力値の精度が高くなる。表より、傾斜角 ψ_0 が 25° 以下になると急速に大きくなり、応力値の精度が落ちることが予想される。さらに、せん断ひずみの決定のための 0° - 180° ペアの式(25), および 90° - 270° ペアの式(26)において、 $2\tan \psi_0 < \tan 2\psi_0$ であるので $2\tan \psi_0$ の項の方が応力感度が高いことを考慮すると、 0° - 180° ペアでは、 τ_{yz} の方が τ_{zx} より精度が高く、 90° - 270° ペアでは τ_{zx} の方が τ_{yz} より精度が高いことが期待できる。また、 $\psi_0 = 45^\circ$ の場合では、 $\tan 2\psi_0 = \infty$ となり、 0° - 180° ペアでは τ_{zx} が決定できない。式(10)において、 τ_{zx} にかかる係数が $\cos 2\psi_0 = 0$ となるためである。同様に 90° - 270° ペアでは τ_{yz} が決定できない。このことは逆に、面外せん断応力が存在するときにも、IP-2 と IP-3 の 2 露光の $\cos \alpha$ 線図から垂直応力が決定できる利点となる。

実際の測定では Fig. 3 に示す配置を参照し、 $\psi_0 = 0^\circ$, $\varphi_0 = 0^\circ$ (IP-1)での測定をした後、 ψ_0 をセットして斜入射として $\varphi_0 = 0^\circ$ (IP-2)での測定を行った。ついで、試験片を時計回りに回転させて同様の測定を、 $\varphi_0 = 90^\circ$ (IP-3), 180° (IP-4), 270° (IP-5)と続けた。さらに、 ψ_0 を変えて同様の測定を行った。なお、1 回の測定において、X 線の露光時間は 15 s であり、露光開始から応力値を得るまでの所要時間は 60 s であった。

3.3 X 線侵入深さ

前章での測定理論では X 線侵入深さ内での応力は一様であるとしているが、面外せん断応力が存在する場合には応力分布が存在する。また、X 線の侵入深さは X 線の入射角によって異なるため、種々の入射角求められた応力値は異なる可能性がある。 $\cos \alpha$ 法での入射角 ψ_0 での X 線侵入深さ T は、Fig. 1 を参照して次式となる。

$$T(\psi_0, 2\eta, \alpha) = \frac{1}{\mu} \left[\frac{1}{\cos \psi_0} + \frac{1}{\cos 2\eta \cos \psi_0 + \sin 2\eta \sin \psi_0 \cos \alpha} \right]^{-1} \quad (38)$$

Fig. 5 Variation of penetration depth of X-rays with incident angle.

ここで、 $\eta = \eta_0$ として、Cr-K α 線による鉄の線吸収係数 $\mu = 890 \text{ cm}^{-1}$ を用いて上式から求めた各入射角での侵入深さを Fig. 5 に示す。入射角が大きくなるほど侵入深さは浅くなり、同一入射角では方位角 α によって異なる。 $\alpha = 0^\circ, 360^\circ$ で最も深く、 $\alpha = 180^\circ$ で最も浅い。このように同一のデバイ環でも侵入深さが異なる。 $\cos \alpha$ 法ではひずみパラメータ $\varepsilon_{\alpha 1}$, $\varepsilon_{\alpha 2}$ は異なる侵入深さのひずみデータがたたみ込まれているので、急激な応力勾配を有する場合にも、 $\cos \alpha$ 線図、 $\sin \alpha$ 線図では非線形性は現れにくい。この点は $\sin^2 \psi$ 法において非線形となることとは異なる。逆に $\cos \alpha$ 法では入射角によって平均的な侵入深さが異なるので、後述のように、入射角の異なる測定値を比較すること応力勾配の存在を推定可能となることが期待できる。

4 実験結果および考察

4.1 垂直応力の差およびせん断応力の評価

応力の評価において、斜入射の場合にせん断応力 τ_{xy} , τ_{zx} , τ_{yz} は、 0° - 180° ペアおよび 90° - 270° ペアの両者から評価できる。ここでは、測定精度の3.2項における検討を基に、 0° - 180° ペアからは τ_{yz} と τ_{zx} , 90° - 270° ペアからは τ_{xy} , τ_{zx} を採用し、 τ_{xy} については両ペアでの値の平均をとる。なお、加工面の応力測定に先立ち、同一条件で鉄粉末に応力測定を実施したが、実験で採用した入射角、回転角のいずれの条件でも、測定されたすべての応力値は 10 MPa 以下であり、測定装置のアライメントは十分であることが確認できた。

Fig. 6 には垂直入射で得られたデバイ環を示す。また、同時にデバイ環の半価幅 (FWHM) の全周での平均を示す。焼なまし状態では回折強度の分布が大きい。これは結晶粒径が大きいことに起因する。機械加工面では、結晶変形により強度分布は、研削面、フライス加工面となだらかになる。さらに、平削り面では弱い集合組織に対応する強度分布が認めらる。半価幅は焼なまし材で最も小さく、研削面、フライス加工面、平削り面となるしたがって大きくなっており、加工時の塑性変形がより大きくなっていくことに対応している。

フライス加工面の $\cos \alpha$ 線図、 $\sin \alpha$ 線図の例を Fig. 7 に示す。垂直入射の場合 ($\psi_0 = 0^\circ$, $\varphi_0 = 0^\circ$)、および斜入

Fig. 6 Debye-Scherrer ring of annealed and machined surfaces.

Fig. 7 $\cos \alpha$ and $\sin \alpha$ diagrams for milled surface.

射 ($\psi_0 = 35^\circ$, $\varphi_0 = 0^\circ$), ($\psi_0 = 35^\circ$, $\varphi_0 = 90^\circ$)の示す。線図にはうねりやばらつきが認められるがこれは集合組織および粗大粒に起因するものと考えられる。これらを直線回帰して傾きを求めた。実際の測定では、直線回帰における標準偏差をばらつきのパラメータとする。

測定結果を Table 3 にまとめる。表には $\cos \alpha$ 線図、 $\sin \alpha$ 線図で直線近似のときの標準偏差も同時に示す。ここで各斜入射の場合のせん断応力 τ_{xy} , τ_{yz} , τ_{zx} の標準偏差はこれらを求めたそれぞれの $\sin \alpha$ 線図の値であり、 τ_{xy} では平均をとった。測定応力と標準偏差の観点から、残留応力測定において推奨される測定条件について検討する。

Table 3 Residual stress of machined surfaces measured by the $\cos \alpha$ method.

Specimen	ψ_0 degree	$\sigma_x - \sigma_z$ MPa	SD	$\sigma_y - \sigma_z$ MPa	SD	τ_{xy} MPa	SD	τ_{yz} MPa	SD	τ_{zx} MPa	SD
Ground surface	0	—	—	—	—	—	—	-2	9	56	9
	15	-45	22	-158	31	28	28	-3	33	44	24
	25	-28	12	-145	22	28	17	7	23	54	12
	35	-19	21	-175	14	17	13	1	15	55	10
	45	-19	9	-180	17	5	9	-17	10	55	9
	55	18	12	-256	14	0	9	-9	11	56	6
Milled surface	0	—	—	—	—	—	—	6	6	50	4
	15	-210	24	-391	27	8	26	5	30	59	22
	25	-303	9	-375	9	11	14	7	15	48	13
	35	-298	7	-367	12	5	8	1	8	63	9
	45	-263	9	-410	9	3	8	-5	9	65	7
	55	-298	11	-517	13	2	7	-5	6	70	8
Planed surface	0	—	—	—	—	—	—	4	5	76	8
	15	214	24	151	20	73	18	-7	23	54	12
	25	195	13	175	9	43	11	-4	11	63	11
	35	98	17	210	8	26	8	-3	9	70	7
	45	159	8	225	8	18	5	0	5	64	6
	55	187	15	290	8	11	7	6	7	81	8

表において3グループに分けることができる。垂直入射のせん断応力の標準偏差は小さく精度が高い。一方、斜入射において入射角 ψ_0 が15°, 25°の場合には応力値が大きくなり、また標準偏差も大きくなる傾向がある。これは応力定数が大きくなり感度が悪くなることに起因する。したがって、入射角としては35°以上にすることが必要である。入射角が35°以上において、入射角とともに、侵入深さが浅くなるが、これにつれて垂直応力($\sigma_x - \sigma_z$)および($\sigma_y - \sigma_z$)の測定値は大きくなり、残留応力が表面近傍で大きくなる応力勾配があることに対応する。一方、面外せん断応力 τ_{xz} はいずれも正であり、X線入射角35°, 45°, 55°につれて増加する傾向もやや認められるが、顕著でなく、垂直入射での測定値に近い。なお、機械加工面においては面内のせん断応力 τ_{xy} 、および面外の加工方向に直角なせん断応力 τ_{yz} は一般的に小さい。

Table 3に示すように有向性機械加工面で測定されたせん断応力のうち、加工方向の面外せん断応力 τ_{xz} が大きな正值となり、その他の τ_{xy} および τ_{yz} は小さい。このことは英ら^{11),12)}および若林ら¹³⁾⁻¹⁵⁾の3軸応力の $\sin^2\psi$ 法による測定結果と一致する。また、面外の垂直応力 σ_z も小さいとされてきたがこの点については次項で検討する。したがって、有向性加工の残留応力のうち主要な成分は σ_x , σ_y , τ_{xz} であり、特に τ_{xz} の存在が特徴であり、 ψ スプリットの原因となっている。この面外せん断応力は、概して研削加工、フライス加工、平削りと多刃工具より単一切れ刃の方が大きくなることが報告されている^{13),14)}が、Table 3の結果はこれに対応している。面内垂直応力は、研削面、フライス面いずれも圧縮で、特に加工垂直方向

の方が加工方向より大きな圧縮となる。平削り面内の残留応力として英ら¹¹⁾は圧縮の残留応力を測定しているが、若林ら¹⁴⁾はドライ状態での2次元切削では本測定結果と同様引張を報告している。潤滑が少ないとき局所的な加熱効果に起因する引張残留応力の導入も予想される。

4.2 面外の垂直応力の評価

加工面の面外垂直応力 σ_z の決定では、10回の露光を使用した。つまり、垂直入射で試料の高さ位置 z を1 mmステップで10段階に移動させ、そのときのデバイ環の平均半径 r_m から、式(29)で換算試料距離 L_m を求めた。測定に先立ち鉄粉末の測定を行った。無ひずみの格子定数、回折角としてTable 1に示した値を用いて L_m を算出した。その結果 $\Delta L_m / \Delta z = 0.99973$ が得られ、無応力の粉末に対する予想 $\Delta L_m / \Delta z = 1$ とは異なっていた。この原因は、Table 1に示した値は25°Cで測定された格子定数であり、熱膨張により格子定数が異なり、回折角が変化したものと考えられる。そこで、各機械加工表面において測定された値 $\Delta L_m / \Delta z$ を、無応力粉末の値0.99973で割ることによって無ひずみ回折角の温度補正を行った。補正後の値を、式(36)に代入して平均ひずみを求めた。

Table 4には測定結果を示す。研削面およびフライス加工面での σ_z は圧縮であり、圧縮の大きさはフライス加工面の方が大きい。一方、平削り面は圧縮であるがほぼ零とみなされる。このようにして求めた σ_z を用いて、入射角 $\psi_0 = 35^\circ$ で求めた面内の垂直応力差から求めた垂直応力を表に示す。いずれも加工面では加工方向(x方向)より、垂直方向(y方向)の方が応力の絶対値は大きい。

英ら^{10),11)}は、Dölle-Haukの方法⁹⁾により炭素鋼(S55C)

Table 4 Out-of-plane normal stress measured by double exposure method.

Specimen	$\Delta L_m / \Delta z$	ε_α 10 ⁻⁶	σ_z MPa	$\sigma_x - \sigma_z$ MPa	$\sigma_y - \sigma_z$ MPa	σ_x MPa	σ_y MPa
Grounded	1.00292	112	-50	-19	-175	-69	-225
Milled	1.01382	522	-104	-298	-367	-402	-471
Planed	0.99077	-360	-8	98	210	90	202

の機械加工面の3軸残留応力の測定結果を報告している。それによると、研削面では面外垂直応力 σ_z として-11 MPaを、また平削り面で-19 MPaを測定している。また、SK3の研削面では同一研削条件でも σ_z は20 から-77 MPaまで異なった値を測定している。Table 4の研削面の値はこれら近い圧縮となっている。また、フライス加工面ではやや大きな圧縮となる。一方、平削り面でも σ_z は英らの値¹¹⁾に近いが、面内垂直応力は引張で大きく異なる。

実際の機械加工面の残留応力値は、バニッシン作用、切りくずを排出する切削作用、刃先近傍の局所高温による熱的作用によって決まる¹⁴⁾とされており、加工条件に大きく依存するものと予想され、残留応力の実測が重要となる。本研究で確立された2次元検出器を用いた $\cos \alpha$ 法による3軸応力解析法は、従来の $\sin^2 \psi$ 法と比較して遙かに簡便であり、かつ高精度な測定法として、加工条件と残留応力の関係の解明、ひいては加工品質の向上に大きく寄与するものと期待できる。

5 結 言

機械加工面の3軸残留応力を $\cos \alpha$ 法によりX線測定し、特徴を明らかにするとともに、垂直入射で取得したデバイ環の平均ひずみから面外の垂直応力を求めるための手法として2回露光法を提案し、3軸応力測定法を確立した。主な成果は以下の通りである。

- (1) 機械加工面の3軸応力測定に $\cos \alpha$ 法を適用する場合、斜入射では入射角が 35° 以上において応力測定値のばらつきが低くなる。また、垂直入射による面外せん断応力の測定精度は高い。
- (2) 有向性加工面では加工方向に面外のせん断応力 τ_{xz} が残留し、研削、フライス加工より平削りの面の方が大きな値となる。また、斜入射で測定される面外せん断応力は、X線入射角にはあまり依存せず、垂直入射で求める測定値に近い。
- (3) 面内の垂直応力は研削面とフライス面ともに圧縮で、平削り面では引張であった。また、垂直応力の絶対値は加工方向より、垂直方向の方が大きく、かつ侵入深さが浅くなる高い入射角の方が大きくなり、表面に近づくにつれ増大していることに対応する。
- (3) 面外の垂直応力は、研削面およびフライス面ともに圧縮であり、後者の方が大きい圧縮である。また、平削り面では零に近い小さな圧縮である。

最後に、本研究を推進するに当たり来海博央教授（名城大）、清水憲一准教授（名城大）からご助力を、加藤弘之君（名城大学生）には機械加工にご協力をいただいた。また、パルステック工業(株)には測定装置(PULSTEC μ -X360s)を貸与いただいた。これらの方々から感謝いたします。

参 考 文 献

- 1) K. Tanaka, K. Suzuki and Y. Akiniwa, "Evaluation of residual stresses by X-ray diffraction", (2006) Yokendo.
- 2) Standard Method for Stress Measurement, JSMS-SD-10-05 (2005).
- 3) K. Tanaka, "X-ray stress measurement by the $\cos \alpha$ method

using two-dimensional detector, Part I, Fundamentals of measurements", Journal of the Society of Materials Science, Japan, Vol. 66, No. 7, pp. 470-478 (2017).

- 4) K. Tanaka, "X-ray stress measurement by the $\cos \alpha$ method using two-dimensional detector, Part II : Measurement procedure and applications", Journal of the Society of Materials Science, Japan, Vol. 66, No. 7, pp. 479-487 (2017).
- 5) S. Taira, K. Tanaka and T. Yamasaki, "A method of X-ray microbeam measurement of local stress and its application to fatigue crack growth problems", Journal of the Society of Materials Science, Japan, Vol. 27, No. 294, pp. 251-256 (1978).
- 6) Y. Yoshioka and S. Ohya, "X-ray measurement of stress in a local area by use of imaging plate", Journal of the Japanese Society for Non-Destructive Inspection, Vol. 42, No. 12, pp. 669-673 (1993).
- 7) T. Sasaki and Y. Hirose, "X-ray triaxial stress analysis using whole diffraction ring detected with imaging plate", Transaction of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A, Vol. 61, No. 590, pp. 2288-2295 (1995).
- 8) T. Sasaki, S. Takahashi, K. Sasaki and Y. Kobayashi, "A study on improvements in multiaxial stress analysis with area detector type diffraction method", Transaction of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A, Vol. 75, No. 570, pp. 219-227 (2009).
- 9) H. Dölle, "The influence of multiaxial stress states, stress gradients and elastic anisotropy on the evaluation of (residual) stresses by X-rays", Journal of Applied Crystallography, Vol. 49, 489-501 (1979).
- 10) N. Kamura, T. Fujita and T. Sasaki, "Evaluation of rolling contact fatigue by X-ray diffraction ring", NTN Technical Review<No. 83, pp. 63-74 (2015).
- 11) T. Hanabusa and H. Fujiwara, "Relation between ψ -splitting and microscopic residual shear stresses in X-ray stress measurement on uni-directionally deformed layers", Journal of the Society of Materials Science, Japan, Vol. 31, No. 342, pp. 227-233 (1982).
- 12) T. Hanabusa and H. Fujiwara, "Structural dependence of microscopic residual shear stress in worked surfaces", Journal of the Society of Materials Science, Japan, Vol. 32, No. 354, pp. 245-250 (1983).
- 13) M. Wakashima, M. Nakayama and K. Tamamura, "Study on residual stresses in uni-directionally machined layers - Influence of Machining methods-", Journal of the Japan Society of Precision Engineering, Vol. 49, No. 9, pp. 1202-1208 (1983).
- 14) M. Wakashima, M. Nakayama and K. Tamamura, "Study on residual stresses in uni-directionally machined layers - Factors generating microscopic residual shear stress-", Journal of the Japan Society of Precision Engineering, Vol. 50, No. 3, pp. 544-549 (1984).
- 15) M. Wakashima, M. Nakayama and K. Tamamura, "Study on residual stresses in uni-directionally machined layers - Effect of the density of cutting edges acting on milling layers -", Journal of the Japan Society of Precision Engineering, Vol. 52, No. 1, pp. 114-119 (1986).
- 16) A. E. Load, Jr and D. N. Beshers, "Elastic stiffness coefficients of iron from 77 to 673K", Journal of Applied Physics, Vol. 36, pp. 1620-1623 (1965).