磁気エネルギーの制御を目的とした 磁気シールド構造のトポロジー最適化に関する考察

鋤柄 あかね* 倉橋 貴彦**

Considerations on Topology Optimization of Magnetic Shield Structure for Control of Magnetic Energy

by

Akane SUKIGARA* and Takahiko KURAHASHI**

In this paper, we present a topology optimization analysis of a magnetic shield in three dimensions. We employ the density method in topology optimization analysis, which design distribution of material using non-dimensional density. In the topology optimization, checkerboard pattern and gray scale make difficult to manufacture. With the density method, filtering is applied to the sensitivity to prevent the appearance of a checkerboard pattern. Penalty parameter is introduced as multiplier of non-dimensional density, it is possible to adjust gray scale. Although technical papers related to penalty parameter can be seen, it is difficult to find research papers that have considered the relation between penalty parameter and gray scale. Therefore, in this study, we investigate the influence of the penalty parameter for the result of topology optimization.

Key words:

Topology optimization, Magnetic shield, Density method, Penalty parameter, Finite element method.

1 序論

近年、環境保全の視点から電気自動車の普及が進められている。電気自動車の普及には充電システムの普及が不可欠であり、近年では、より効率的な充電を目指した非接触電力伝送装置の開発が急務である。非接触方式ではコイルを向かい合わせ、コイル間の空間を介して伝送させる特徴を有している¹⁾。このような非接触電力伝送装置では、コイルの間の空間から漏れ出した磁界が鉄道の送電に影響を与えることもあり、2016年総務省令第15号において、鉄道レールから5m以上離れた位置に設置するように決められている。このような問題への対策の1つとして磁気シールドがある。磁気シールドは、構成される磁性材料の透磁率が高い場合、厚さが増大するほど遮蔽性能が向上するものであり、その多くは高透磁率材料であるパーマロイ等が使用される²⁾。しかし、このような材料は高価であるため、磁気シールドの設計においては、材料の削減が要求される。そこで本研究では、上記の背景も踏まえ、磁気シールドの設計手法として密度法によるトポロジー最適化に着目し検討を実施する。

トポロジー最適化による解析では境界形状の設計に加え、穴の創出が可能であり³⁾、適切な肉抜きにより材料の削減を行うことができる。トポロジー最適化の中でも、密度法は材料の分布を無次元密度の関数として表現し、無次元密度を設計変数として材料の分布を設計する手法である⁴⁾。Fig.1に密度法の例を示す。この方法では、材

料がまばらに分布するチェッカーボードパターンや、グレースケールと呼ばれる境界形状が定まらない部分が最適化解析により得られることもあり、このような結果(構造形状)が得られた場合は製作も困難なものとなる。そのため、この解析では無次元密度の乗数としてペナルティパラメータと呼ばれる定数を導入することにより、形状の明瞭性の調節が行われる。既往の研究では、ペナルティパラメータが大きいほど形状の境界が明確になり、良好な形状が得られるという報告^{4),5)}もあるが、詳細な検証は行われていない。

近年の密度法を用いたトポロジー最適化関連の文献では、密度法に使用するペナルティパラメータを一種の値を設定し固定値として検討を実施しているもの⁶⁾もあるが、ペナルティパラメータを反復的に更新し解析を実施する方法⁷⁾について検討を実施しているものもある。文献⁷⁾では、最適設計内で定義する評価関数の値、反復回数や計算時間等の比較を通じて、反復計算内においてペナルティパラメータを更新しながら解析を行うことにより、「必ずというわけではないが、より良い構造設計を実施できるものもある」と結論付けている。評価関数の最小化という観点から、ペナルティパラメータを変え評価関数の値を比べることで、より適切な構造について議論もできるが、先にも述べたように、最適化の解析により得られる構造の明瞭性に対する議論も、解析後に構造を製作することを考えると非常に重要である。そ

† 原稿受理 平成31年2月25日 Received Feb.25,2019

©2019 The Society of Materials Science, Japan

* 長岡技術科学大学大学院 機械創造工学専攻 機械情報・制御工学講座 〒940-2188 長岡市上富岡町
Department of Mechanical Engineering, Nagaoka University of Technology, Kamitomiokamachi, Nagaoka, 940-2188.

** 正会員 長岡技術科学大学大学院 機械創造工学専攻 機械情報・制御工学講座 〒940-2188 長岡市上富岡町
Department of Mechanical Engineering, Nagaoka University of Technology, Kamitomiokamachi, Nagaoka, 940-2188.

のため, 本研究では, 密度法を用いたトポロジー最適化において, 磁気シールドの解析を対象に, ペナルティパラメータと最適化後の形状の関係性について数値実験を実施し考察を行う。

Fig. 1 Density method.

2 支配方程式と FEM による離散化

静磁界問題を想定し, マクスウェルの方程式と構成方程式から得られる支配方程式 (式 (1)) を導入する⁸⁾。

$$\nabla \times (\nu \nabla \times \mathbf{A}) = \mathbf{J}_0 \quad (1)$$

ここで, ν [m/H] は磁気抵抗率を表し, これは透磁率 μ [H/m] の逆数である。 $\mathbf{A}$ [Wb/m] は磁気ベクトルポテンシャルを表し, 磁束密度 $\mathbf{B}$ [T] を用いて式 (2) により定義される。 $\mathbf{J}_0$ [A/m²] は外部からの強制電流を表す。

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (2)$$

境界条件は式 (3) および式 (4) のように与える^{8),9)}。ここで, $\mathbf{n}$ は面に対する外向きの法線ベクトルを表す。 $\mathbf{c}_1 = 0$, $\mathbf{c}_3 = 0$, $\mathbf{c}_2 = 0$, $\mathbf{c}_4 = 0$ のとき, Γ_1 は磁束密度が面に対し平行になる対称面や磁界が領域内に閉じ込められる面を表し, 電気壁と呼ばれる。また, Γ_2 は無限遠境界や磁界が対称面である場合に対しても磁界が垂直に入射する面を表し, 磁気壁と呼ばれる。

$$\mathbf{A} \times \mathbf{n} = \mathbf{c}_1, \nabla \cdot \mathbf{A} = c_2 \text{ on } \Gamma_1 \quad (3)$$

$$(\nabla \times \mathbf{A}) \times \mathbf{n} = \mathbf{c}_3, \mathbf{A} \cdot \mathbf{n} = c_4 \text{ on } \Gamma_2 \quad (4)$$

式 (1) に対し, ベクトル公式とクーロンゲージの仮定 (磁気ベクトルポテンシャルの発散を 0 (零) とする条件) を適用すると式 (5) が得られる。クーロンゲージの仮定は, 節点要素を用いた FEM において解の一意性を保証するためにも必要な仮定である。

$$-\nu \nabla^2 \mathbf{A} = \mathbf{J}_0 \quad (5)$$

有限要素法による定式化に際し, ある要素 (k) に対して, 式 (5) の両辺に重み関数ベクトル $\mathbf{w}_{(k)}$ を乗じ, 要素領域 $\Omega_{(k)}$ において積分すると式 (6) が得られる。

$$\int_{\Omega_{(k)}} \mathbf{w}_{(k)} \cdot (-\nu \nabla^2 \mathbf{A}_{(k)}) d\Omega = \int_{\Omega_{(k)}} \mathbf{w}_{(k)} \cdot \mathbf{J}_{0(k)} d\Omega \quad (6)$$

式 (6) にグリーンの定理およびガウスの発散定理を適用し, 式 (4) に示す境界条件を考慮すると, 式 (7) が得ら

れる。

$$\begin{aligned} \nu_{(k)} \int_{\Omega_{(k)}} (\nabla \mathbf{w}_{(k)} \cdot \nabla \mathbf{A}_{(k)}) d\Omega \\ = \int_{\Omega_{(k)}} \mathbf{w}_{(k)} \cdot \mathbf{J}_{0(k)} d\Omega + \nu \int_{\Gamma_{(k)}} \mathbf{w}_{(k)} \cdot \nabla c_{4(k)} d\Gamma \end{aligned} \quad (7)$$

式 (7) の左辺は総和規約により記載しており, $\nabla \mathbf{w}_{(k)} \cdot \nabla \mathbf{A}_{(k)} = \nabla w_x^{(k)} \cdot \nabla A_x^{(k)} + \nabla w_y^{(k)} \cdot \nabla A_y^{(k)} + \nabla w_z^{(k)} \cdot \nabla A_z^{(k)}$ を示す。四面体一次要素を用いて補間し, 式 (7) にガラーキン法を適用する。重み関数ベクトル $\mathbf{w}$ は任意であることを考慮し, 個々の要素における有限要素方程式を全要素において重ね合わせると, 式 (8) に示す有限要素方程式が得られる。

$$[K] \{A\} = \{f\} \quad (8)$$

各ベクトルおよび行列は式 (9)～式 (16) で表される。ここに, N_i は節点 i における四面体一次要素の形状関数, (k) は要素番号, $kmax$ は全要素数を示す。

$$[K] = \sum_{k=1}^{kmax} \nu_{(k)} \int_{\Omega_{(k)}} [B_{(k)}]^T [B_{(k)}] d\Omega \quad (9)$$

$$\{A\} = \sum_{k=1}^{kmax} \{A_{(k)}\}, \{w\} = \sum_{k=1}^{kmax} \{w_{(k)}\} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \{f\} = \sum_{k=1}^{kmax} \left(\int_{\Omega_{(k)}} [N_{(k)}]^T \{J_{0(k)}\} d\Omega \right. \\ \left. + \int_{\Gamma_{(k)}} \nu_{(k)} [N_{(k)}]^T \{\nabla c_{4(k)}\} d\Gamma \right) \end{aligned} \quad (11)$$

$$\{A_{(k)}\} = \begin{Bmatrix} A_{1x}^{(k)} & A_{1y}^{(k)} & A_{1z}^{(k)} & A_{2x}^{(k)} & A_{2y}^{(k)} & A_{2z}^{(k)} \\ A_{3x}^{(k)} & A_{3y}^{(k)} & A_{3z}^{(k)} & A_{4x}^{(k)} & A_{4y}^{(k)} & A_{4z}^{(k)} \end{Bmatrix}^T \quad (12)$$

$$\{w_{(k)}\} = \begin{Bmatrix} w_{1x}^{(k)} & w_{1y}^{(k)} & w_{1z}^{(k)} & w_{2x}^{(k)} & w_{2y}^{(k)} & w_{2z}^{(k)} \\ w_{3x}^{(k)} & w_{3y}^{(k)} & w_{3z}^{(k)} & w_{4x}^{(k)} & w_{4y}^{(k)} & w_{4z}^{(k)} \end{Bmatrix}^T \quad (13)$$

$$\{J_{0(k)}\} = \begin{Bmatrix} J_{0x}^{(k)} & J_{0y}^{(k)} & J_{0z}^{(k)} \end{Bmatrix}^T \quad (14)$$

$$[N_{(k)}] = \begin{bmatrix} N_1^{(k)} & 0 & 0 & N_2^{(k)} & 0 & 0 \\ 0 & N_1^{(k)} & 0 & 0 & N_2^{(k)} & 0 \\ 0 & 0 & N_1^{(k)} & 0 & 0 & N_2^{(k)} \\ N_3^{(k)} & 0 & 0 & N_4^{(k)} & 0 & 0 \\ 0 & N_3^{(k)} & 0 & 0 & N_4^{(k)} & 0 \\ 0 & 0 & N_3^{(k)} & 0 & 0 & N_4^{(k)} \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$[B_{(k)}] = \begin{bmatrix} \nabla N_1^{(k)} & 0 & 0 & \dots \\ 0 & \nabla N_1^{(k)} & 0 & \dots \\ 0 & 0 & \nabla N_1^{(k)} & \dots \\ \dots & \nabla N_4^{(k)} & 0 & 0 \\ \dots & 0 & \nabla N_4^{(k)} & 0 \\ \dots & 0 & 0 & \nabla N_4^{(k)} \end{bmatrix} \quad (16)$$

3 トポロジー最適化による磁気シールドの最適設計

本研究では磁気シールド内の磁気エネルギーを評価対象として、トポロジー最適化による磁気シールドの最適設計を考える (Fig.2).

Fig. 2 Magnetic shield model.

密度法によるトポロジー最適化問題では、0 から 1 で正規化された単位体積当たりの無次元密度 ρ を用いて材料の分布を表す。 $\rho = 1$ の部分は材料が充填された領域、 $\rho = 0$ の部分は材料がない空気領域として表されるように材料定数を無次元密度 ρ の関数として設定する。以降この無次元密度 ρ を単に「密度」と呼称する。本論文では磁気抵抗率を密度 ρ の関数として表し、磁性材料の分布を表現する。要素 (k) の磁気抵抗率 $\nu_{(k)}$ を式 (17) のように表す。ここで、 ν_0 [H/m] および ν_r はそれぞれ真空の透磁率 μ_0 [m/H] および材料の比透磁率（真空の透磁率に対する材料の透磁率） μ_r の逆数をとった値であり、真空に対する空気の透磁率は 1 である。 $\rho = 1$ のとき、 $\nu_{(k)} = \nu_0 \nu_r$ より真空の磁気抵抗率に対する材料の磁気抵抗率が ν_r の材料が充填され、 $\rho = 0$ のとき、 $\nu_{(k)} = \nu_0$ より空気領域であることを表す。また、 p はペナルティパラメータであり、構造の明瞭性を調整するパラメータである。本論文では、このパラメータを調整することにより得られる構造の違いについて考察を行う。

$$\nu_{(k)} = \nu_0 \left((\nu_r - 1) \rho_{(k)}^p + 1 \right) \quad (17)$$

評価領域の磁気エネルギー U [J] は式 (18) で与えられる。ここで、 $\Omega_{evaluation}$ は磁気エネルギーの評価領域を示す。

$$U = \int_{\Omega_{evaluation}} \frac{1}{2} \nu (\nabla \times \mathbf{A}) \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) d\Omega \quad (18)$$

式 (18) を第 2 章と同様に四面体一次要素を用いて離散化すると式 (19) が得られる。

$$U = \{A\}^T [K_{evaluation}] \{A\} \quad (19)$$

ベクトル $\{A\}$ は式 (10) と同様であり、行列 $[K_{evaluation}]$ は式 (20) および式 (21) で表される。ここに、 N_i は節点 i における四面体一次要素の形状関数を表す。また、 (k) は要素番号を表し、 $k_{evaluation}^{(max)}$ は評価領域の要素数を表す。よって、行列 $[K_{evaluation}]$ の評価領域以外の要素に

対応する成分は 0 である。

$$[K_{evaluation}] = \sum_{k=k_{evaluation}^{(1)}}^{k_{evaluation}^{(max)}} \nu_{(k)} \int_{\Omega_{(k)}} [C_{(k)}]^T [C_{(k)}] d\Omega \quad (20)$$

$$[C_{(k)}] = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{\partial N_1^{(k)}}{\partial z} & \frac{\partial N_1^{(k)}}{\partial y} & \dots \\ \frac{\partial N_1^{(k)}}{\partial z} & 0 & -\frac{\partial N_1^{(k)}}{\partial x} & \dots \\ -\frac{\partial N_1^{(k)}}{\partial y} & \frac{\partial N_1^{(k)}}{\partial x} & 0 & \dots \\ \dots & 0 & -\frac{\partial N_4^{(k)}}{\partial z} & \frac{\partial N_4^{(k)}}{\partial y} \\ \dots & \frac{\partial N_4^{(k)}}{\partial z} & 0 & -\frac{\partial N_4^{(k)}}{\partial x} \\ \dots & -\frac{\partial N_4^{(k)}}{\partial y} & \frac{\partial N_4^{(k)}}{\partial x} & 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

本論文では、ある適当な磁気シールド形状を仮定し、目標の磁気エネルギー U_{object} を式 (19) を用いて求め、目標の磁気エネルギー U_{object} を達成することを目的とした磁気シールドの設計を行うこととする。評価関数 J を式 (22) のように定義する。

$$J = \left(\frac{U}{U_{object}} - 1 \right)^2 \quad (22)$$

ラグランジュ未定乗数法を適用し、式 (8) に示した有限要素方程式を制約条件として式 (23) に示すラグランジュ関数 J^* を得る。ここで、 $\{\lambda\}$ はラグランジュ未定乗数ベクトルである。

$$J^* = \left(\frac{U}{U_{object}} - 1 \right)^2 + \{\lambda\}^T ([K] \{A\} - \{f\}) \quad (23)$$

ラグランジュ関数の停留条件 $\delta J^* = 0$ より、式 (24) に示す随伴方程式が得られる。ここで、行列 $[K]$ および $[K_{evaluation}]$ は対称行列である。

$$[K] \{\lambda\} = -\frac{2}{U_{object}} \left(\frac{U}{U_{object}} - 1 \right) [K_{evaluation}] \{A\} \quad (24)$$

設計領域における評価関数の設計変数 ρ に対する感度は式 (25) により得られる。ここで、 (k_{design}) は設計領域の要素番号を表す。行列 $[K_{design}]$ の設計領域以外の要素に対応する成分は 0 である。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial J^*}{\partial \{\rho_{(k_{design})}\}} \\ &= \frac{1}{U_{object}} \left(\frac{U}{U_{object}} - 1 \right) \{A\}^T \frac{\partial [K_{evaluation}]}{\partial \{\rho_{(k_{design})}\}} \{A\} \\ &+ \{\lambda\}^T \frac{\partial [K]}{\partial \{\rho_{(k_{design})}\}} \{A\} \\ &= \{\lambda\}^T \frac{\partial [K_{design}]}{\partial \{\rho_{(k_{design})}\}} \{A\} \end{aligned} \quad (25)$$

さらに、チェッカーボードパターンが生じることを防ぐために、式 (25) に示した感度に対して式 (26) を用いてフィルタリングを施し、感度の平滑化を行う。ここで、 k_e はフィルタリング半径に含まれる要素を示す。また、 H

はフィルタリングの重みであり、フィルタリング半径に対する周囲の要素との距離を表す。

$$= \frac{\frac{\partial J^{*'}}{\partial \{\rho_{(k_{design})}\}}}{\rho_{(k)} \sum_{j \in k_e} H_j} \sum_{j \in k_e} H_j \rho_j \frac{\partial J^*}{\partial \{\rho_{(k_{design})}\}} \quad (26)$$

式 (26) により平滑化された感度を用いて最急降下法により密度 ρ の更新を行う。式 (27) に更新式を示す。ここで、 l は計算反復数、 α は修正量を表す。0 から 1 で正規化された無次元密度であるため、更新により $\rho^{(l+1)} < 0$ となった場合は 0、 $\rho^{(l+1)} > 1$ となった場合には 1 に制限する。

$$\{\rho\}^{(l+1)} = \{\rho\}^{(l)} - \alpha \frac{\partial J^{*'}}{\partial \{\rho_{(k_{design})}\}} \quad (27)$$

以下に磁気シールドに対するトポロジー最適化の計算フローを示す。

Step1: 設計変数 ρ の初期値, 修正量 α , 収束判定定数 ε_1 および ε_2 を設定する。

Step2: 有限要素解析を行う (式 (8))。

Step3: 評価関数を計算する (式 (22))。

Step4: $J^{(l+1)} > J^{(l)}$ ならば修正量 α に 0.1 を乗じ Step8 に進み, 評価関数が減少するまで設計変数の更新をやり直す。ただし, $\alpha < \varepsilon_2$ ならば計算を終了する。 $J^{(l+1)} < J^{(l)}$ ならば次へ進む。この際, α を Step1 において設定した値に戻す。

Step5: $|J^{(l)} - J^{(l+1)}| < \varepsilon_1$ を満たせば計算を終了し, そうでなければ次へ進む。

Step6: 随伴変数解析を行う (式 (24))。

Step7: 感度を計算する (式 (25))。

Step8: 感度に対しフィルタリングを施す (式 (26))。

Step9: 設計変数を更新する (式 (27))。

Step10: 更新された設計変数に応じて磁気抵抗率を計算し (式 (17)), Step2 へ戻る。

4 磁気シールドのトポロジー最適化に対する数値実験

本論文において対象とする数値実験モデルを Fig.3 に示す。25 [mm] の厚さの磁気シールドを仮定し順解析を実施すると, シールド内の磁気エネルギーは 3.05×10^{-6} [J] となる。この値を目標の磁気エネルギー U_{object} として磁気シールドのトポロジー最適化に対する数値実験を行う。数値実験における計算条件を Table1 に示す。本論文においては, シールド内の磁気エネルギーが目標値を達成することを目的としているため, シールド材料がすべて消去されることはない。従って磁気シールドの形状に対する制約は設けず, 体積制約の条件を付加していない。設計領域に与える初期密度 (密度 ρ の初期条件) は, 体積制約を課す場合には削減したい体積を考慮して設定するが, 本論文では体積制約を課さないため, 単に密度 ρ の範囲 $0 \leq \rho \leq 1$ の中間値である 0.5 に設定した。ペナルティパラメータ p を 2, 3, 4 と変え, 数値実験を行った。

Fig. 3 Numerical experiment model (1/8 model, unit : [mm]).

Table 1 Computational condition.

Number of nodes	22,065
Number of elements	98,304
Space permeability μ_0 , H/m	$4\pi \times 10^{-7}$
Maximum magnetic permeability μ_r	1,000
Current density J_0 , A/m ²	1.2×10^6
Initial density ρ	0.5
Penalty parameter p	2, 3, 4
Filtering distance r , mm	10
Step length α	1.0×10^{-5}
Convergence criterion ε_1	1.0×10^{-5}
Convergence criterion ε_2	1.0×10^{-10}

Fig.4 に評価関数の変化履歴から計算した磁気エネルギー U の変化を示す。ペナルティパラメータ p の値が大きくなるに従い収束が早く, 目標の磁気エネルギー U_{object} に最も近づくという傾向が得られた。

Fig. 4 Variation of magnetic energy.

Fig.5 に最終的に得られた密度 ρ の分布を示す。Fig.4 においてペナルティパラメータ p の値が大きいほど収束が早いという結果が得られたが ($p=2$: 反復回数 26 回, $p=3$: 反復回数 19 回, $p=4$: 反復回数 11 回), 一方, ペナ

ルティパラメータ p の値が大きいほどグレースケールが発生することが確認された。文献⁴⁾では「ペナルティパラメータ p が大きいほどグレースケールが消去される」と記述されているが、これは密度 ρ の関数として表した材料定数の違いが影響していると考えられる。

(a) In case of penalty parameter $p = 2$.

(b) In case of penalty parameter $p = 3$.

(c) In case of penalty parameter $p = 4$.

Fig. 5 Distribution of density ρ .

密度 ρ の分布とペナルティパラメータ p の関係を明らかにするため、Fig.6 に感度の分布を示す。中間層が少ないペナルティパラメータ p が2の場合、感度が二値化され、密度の更新において $\rho = 1$ の部分と $\rho = 0$ の部分が明確に分かれたと考えられる。ペナルティパラメータ p が3,4と大きくなるにつれ感度の値が連続に分布し、これにより密度 ρ の更新において $0 < \rho < 1$ の中間値に収

束したと考えられる。

(a) In case of penalty parameter $p = 2$.

(b) In case of penalty parameter $p = 3$.

(c) In case of penalty parameter $p = 4$.

Fig. 6 Distribution of sensitivity.

さらに、感度の分布について考察するため、Fig.7 に密度 ρ と磁気抵抗率 ν の関係を示す。感度の分布は式 (25) により与えられ、行列 $[K_{design}]$ に磁気抵抗率 ν が含まれることを考えると、式 (25) の $\frac{\partial [K_{design}]}{\partial \{\rho(k_{design})\}}$ ($(k)=k_{design}^{(1)} \sim k_{design}^{(max)}$) は式 (28) のように表される。ここに $\frac{d\nu(k)}{d\{\rho(k)\}} = \nu_0 (p(\nu_r - 1) \rho(k)^{p-1})$ である。 $\frac{d\nu(k)}{d\{\rho(k)\}}$ は密度 ρ に対する磁気抵抗率 ν の勾配であり、式 (28) や Fig.7 のとおり、ペナルティパラメータ p の値が大きいほど、初期密度 $\rho = 0.5$ における磁気抵抗率の勾配（傾き）の絶対値が小さい。従って、ペナルティパラメータ p の値が大きいほど、感度の分布がなめらかになる。磁気抵

抗率 ν と透磁率 μ は逆数の関係にあり、磁界の解析において透磁率 μ を磁気抵抗率 ν に換算する。文献⁵⁾においては磁気抵抗率に換算する前の透磁率 μ を密度 ρ の関数として用いているために、本論文においてペナルティパラメータ p とグレースケールの関係に逆の傾向が現れたと考えられる。つまり、ペナルティパラメータ p が大きい方がグレースケールを排除する効果が高いとは一概にはいえず、材料定数の与え方によってペナルティパラメータ p の与え方に注意する必要がある。また、感度の値が二値化されるようなペナルティパラメータ p を与えた場合にグレースケールが排除されることが分かる。

$$\frac{\partial [K_{design}]}{\partial \{\rho(k_{design})\}} = \sum_{k=k_{design}^{(1)}}^{k_{design}^{(max)}} \int_{\Omega(k)} [C_{(k)}]^T \frac{d\nu(k)}{d\{\rho(k)\}} [C_{(k)}] d\Omega \quad (28)$$

Fig. 7 Magnetic reluctivity $\nu = \nu_0 ((\nu_r - 1) \rho^p + 1)$, m/H.

5 結論

本論文では、ペナルティパラメータ p の値が最適解に与える影響を検証することを目的とし、密度法を用いた磁気シールドのトポロジー最適化に対する数値実験を行った。ペナルティパラメータ p が大きいほど計算の収束が早い一方で、グレースケールが発生することを確認した。本論文では、文献⁴⁾と異なり、密度 ρ の関数として磁気抵抗率 ν を定義したため、ペナルティパラメータ p とグレースケールの発生において文献⁴⁾とは異なる傾向が見られた。ペナルティパラメータ p が大きいほどグレースケールを排除する効果が高いとは一概にはいえず、密度 ρ の関数の与え方によってペナルティパラメータ p の与え方に注意が必要である。ここに示した知見は、磁気抵抗率 ν 、あるいは透磁率 μ を密度 ρ の関数として表した場合、ペナルティパラメータ p の設定によっては、同等の形状を得ることができるためペナル

ティパラメータ p の与え方に注意を促すものである。本論文の検討より、密度法を用いた磁気シールドのトポロジー最適化において磁気抵抗率 ν を密度 ρ の関数として表した場合は、ペナルティパラメータ p を小さく設定することにより、グレースケールが排除されることがわかった。

本論文を執筆するにあたり、矢崎総業(株)技術研究所小川和之氏に資料を提供して頂いた。また、数値実験を行うにあたり、九州大学情報基盤研究開発センターの高性能演算サーバーシステムを利用して頂いた。関係皆様に対して、ここに謝意を表す。

参考文献

- 1) T. Takahashi, "Wireless power transfer system for electric vehicle", Journal of the Japan Institute of Electronics Packaging, Vol.17, No.7, pp.501-505 (2014).
- 2) K. Yamazaki, K. Fujiwara, K. Ashiho and N. Takahashi, "Shielding effect of DC magnetic field of magnetically shielded rooms", Journal of the Institute of Electrical Engineers of Japan, Series A, Vol.123, No.10, pp.1058-1064 (2003).
- 3) S. Yamazaki, "Outline and new development of topology optimization", Journal of the Institute of Systems, control and information, Vol.61, No.1, pp.29-34 (2017).
- 4) S. Nishiwaki, K. Izui and N. Kikuchi, "The topology optimization", Maruzen publishing, pp.45-86 (2013).
- 5) Y. Okamoto and N. Takahashi, "Investigation of topology optimization of magnetic circuit by using density method", Journal of the Institute of Electrical Engineers of Japan, Series D, Vol.124, No.12, pp.1228-1236 (2004).
- 6) J.S. Lee, P. Goransson and Y.Y. Kim, "Topology optimization for three-phase materials distribution in a dissipative expansion chamber by unified multiphase modeling approach", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.287, pp.191-211 (2015).
- 7) S. Rojas-Labanda and M. Stolpe, "Automatic penalty continuation in structural topology optimization", Structural and Multidisciplinary Optimization, Vol.52, No.6, pp.1205-1221 (2015).
- 8) T. Honnma, H. Igarashi and H. Kawaguchi, "Numerical electro magnetism", Morikita publishing, pp.120-125 (2002).
- 9) Y. Kanai, T. Abe, M. Sengoku, T. Iijima, M. Iizuka and K. Mukasa, "Gauge condition of magnetic vector potential and a new Finite-Element formulation for three-dimensional magnetostatic field analysis", Journal of the Institute of Electrical Engineers of Japan, Series D, Vol.110, No.3, pp.265-272 (1990).