フェーズフィールド法の考え方に基づくレベルセット型トポロジー最適化を用いた打撃試験による空洞領域の可視化

吉原 健太* 倉橋 貴彦** 村上 祐貴***
外山 茂浩**** 池田 富士雄***** 井山 徹郎*****
井原 郁夫*

Visualization of Cavity Regions by Hammering Test Using the Level Set Type Topology Optimization Based on the Concept of the Phase Field Method

by

Kenta YOSHIHARA*, Takahiko KURAHASHI**, Yuki MURAKAMI***, Shigehiro TOYAMA****,
Fujio IKEDA*****, Tetsuro IYAMA***** and Ikuo IHARA*

This paper describes a visualization of cavity regions in a structure by a hammering test using the level set type topology optimization based on the concept of the phase field method. In this study, the residual between the calculated displacement and the observed displacement was defined as the performance function, and the identification problem of cavity regions was formulated based on the adjoint variable and finite element methods. The numerical experiments were performed to investigate the effect of the regularization parameter. According to this result, it was found that the number of cavities and the cavity shape were affected the regularization parameter. In addition, the numerical example of a three-dimensional problem was described.

Key words:

Topology optimization, Level set method, Phase field method, Shape identification,
Adjoint variable method, Finite element method, hammering test.

1 序論

近年、橋梁などの土木構造物の老朽化が深刻となっている。2012年に発生した笹子トンネル天井板落下事故を契機に、インフラ点検に対する重要度が見直された。非破壊で構造内部の欠陥を検査する方法として、打音試験¹⁾や打撃試験^{2),3)}というものがある。構造物をハンマーで打撃することは共通しているが、構造内部の欠陥を評価する際に、空間に伝搬する音を用いる方法を打音試験、構造物表面の振動を用いる方法を打撃試験と区別している。簡便な方法であるため、道路橋やトンネル等の定期点検では広く用いられている。既往の研究では、打音試験や打撃試験によって得られた波形データを分析し、マッピングすることや、機械学習を利用することで構造内部の空洞を可視化する試みがされている⁴⁾。これらの方法では、構造物表面を格子状に打撃する必要がある、空洞領域を定量的に評価するためには試験回数が多くなる。

本研究では、トポロジー最適化⁵⁾の手法に基づいて、打撃試験における空洞領域の可視化法について数値実験を行う。トポロジー最適化は、外形形状に加え、空洞の

数を最適化する構造最適化手法であり、一度の打撃試験データから逐次計算によって空洞領域を同定するため、構造内の空洞領域を視覚的に評価することや、打撃試験回数の削減が期待できる。トポロジー最適化の中でも様々なタイプが存在するが、物体と空洞を明確に判別するために、本研究ではレベルセット型トポロジー最適化⁶⁾に着目する。非破壊検査とレベルセット法に基づくトポロジー最適化は、境界要素法とトポロジカル・デリバティブ⁷⁾を用いた方法によって検討されている⁸⁾。境界要素法は物体領域内部に対して要素分割を行わないため、計算コストの削減が期待できるが、物体領域内部に空洞が生成された場合、空洞境界に対して要素分割を逐次行う必要がある。トポロジカル・デリバティブとは、物体領域から空洞領域の創出を行う感度である。レベルセット型トポロジー最適化は、物体領域から空洞領域のように離散的に変化する最適化問題を、レベルセット関数の正負によって領域を表す連続な関数を導入し、レベルセット関数の最適化問題を解くことで構造最適化が行われるものである。トポロジカル・デリバティブは、このレベルセット関数を変化させるために用いられるが、

† 原稿受理 令和2年1月22日 Received Jan. 22, 2020 ©2021 The Society of Materials Science, Japan

* 長岡技術科学大学大学院 機械創造工学専攻 〒940-2188 長岡市上富岡町
Dept. of Mechanical Engineering, Nagaoka University of Technology, Kamitomioka-cho, Nagaoka, 940-2188.

** 正会員 長岡技術科学大学大学院 機械創造工学専攻 〒940-2188 長岡市上富岡町
Dept. of Mechanical Engineering, Nagaoka University of Technology, Kamitomioka-cho, Nagaoka, 940-2188.

*** 長岡工業高等専門学校 環境都市工学科 〒940-8532 長岡市西片貝町
Dept. of Civil Engineering, National Institute of Technology, Nagaoka College, Nishikatahai-cho, Nagaoka, 940-8532.

**** 長岡工業高等専門学校 電子制御工学科 〒940-8532 長岡市西片貝町
Dept. of Electrical & Electronic Systems Engineering, National Institute of Technology, Nagaoka College, Nishikatahai-cho, Nagaoka, 940-8532.

***** 長岡工業高等専門学校 機械工学科 〒940-8532 長岡市西片貝町
Dept. of Mechanical Engineering, National Institute of Technology, Nagaoka College, Nishikatahai-cho, Nagaoka, 940-8532.

どの程度のトポロジカル・デリバティブの値の場所に空洞領域を創出するかということに対して議論がある⁹⁾。そこで、本論文では、打撃試験による空洞領域同定問題を Yamada らが提案した、フェーズフィールド法の考え方に基づいたレベルセット型トポロジー最適化理論¹⁰⁾により定式化する。この方法では、レベルセット関数に対し 1 と -1 の上限値・下限値を設け、トポロジカル・デリバティブを駆動力とした反応拡散モデルによってレベルセット関数の更新が行われる。本論文では、2 次元と 3 次元の空洞領域同定問題に対して定式化を行い、数値実験により妥当性を確認する。

2 フェーズフィールド法の考え方に基づくトポロジー最適化

フェーズフィールド法は、凝固現象や二相以上の流れ場を数値解析する時に多く用いられる方法である¹¹⁾。例えば、凝固現象では、状態をフェーズフィールド変数 ϕ によって定義し、固相ならば $\phi = 1$ 、液相ならば $\phi = 0$ 、固相と液相の界面は 0 から 1 へ急峻に変化するように与えられる。Yamada ら¹⁰⁾の提案手法は、フェーズフィールド法の考え方をレベルセット型トポロジー最適化に応用し、界面移動と空洞領域の創成を可能にした構造最適化手法となっている。

まず、抽象的な構造最適化問題に対するトポロジー最適化の定式化を行う。物体により占められている領域 Ω (以下、物体領域) と、物体領域 Ω を内包する固定設計領域 D における、物体領域の構造最適化問題を考える。ここで、物体領域 Ω はレベルセット関数 ϕ の値に応じて可変であり、固定領域 D は最適化計算過程において常に一定の領域である。レベルセット法では、レベルセット関数 $\phi(\mathbf{x})$ の正負によって領域を区別し、レベルセット関数が正ならば物体領域、負ならば空洞領域、0 ならば物体の境界としている。これを数式で表現すると、式 (1) で表される。

$$\phi(\mathbf{x}) = \begin{cases} 0 < \phi(\mathbf{x}) \leq 1 & \text{in } \Omega \\ \phi(\mathbf{x}) = 0 & \text{on } \partial\Omega \\ -1 \leq \phi(\mathbf{x}) < 0 & \text{in } D - \Omega \end{cases} \quad (1)$$

ここで、 $\partial\Omega$ は物体の境界を表す。レベルセット法による構造最適化問題は、目的汎関数 (ラグランジュ関数) F が最小となるレベルセット関数 ϕ の分布を求める問題に帰着するため、式 (2) のように定義することができる。

$$F(\Omega(\phi)) = \int_{\Omega} f(\mathbf{x}) d\Omega \rightarrow \min \quad (2)$$

ここで、 $f(\mathbf{x})$ はラグランジュ関数の物体領域に対する被積分関数である。フェーズフィールド法の考え方に基づいた方法では、界面エネルギーを目的汎関数に加え、式 (3) のように設計空間の緩和を行う。

$$F(\Omega(\phi), \phi) = \int_{\Omega} f(\mathbf{x}) d\Omega + \int_D \frac{1}{2} \tau |\nabla \phi|^2 \rightarrow \min \quad (3)$$

上式は、チコノフの正則化法^{12),9)}に基づいた正則化と同等であるため、本論文では式 (3) の右辺第 2 項を正則

化項、 τ を正則化パラメータと呼ぶことにする。フェーズフィールド法の考え方に基づき、構造最適化問題をレベルセット関数 ϕ の時間発展問題に置き換えると式 (4) のように表すことができる。

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tilde{t}} = -K(\phi) \frac{\delta F}{\delta \phi} \quad (4)$$

ここで、 $K(\phi)$ は正のパラメータ、 $\tilde{t}$ は最適化方向を表す仮想的な時間である。また、 $\delta F / \delta \phi$ は目的汎関数 F のレベルセット関数 ϕ に対する汎関数微分を意味する。上式に式 (3) を代入すると、式 (5) が得られる。

$$\begin{cases} \frac{\partial \phi}{\partial \tilde{t}} = -K(\phi) [Cf(\mathbf{x})H(\phi) - \tau \nabla^2 \phi] \\ \frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 & \text{on } \partial D - \partial D_{N,D} \\ \phi = 1 & \text{on } \partial D_{N,D} \end{cases} \quad (5)$$

ここで、 $H(\phi)$ は物体領域で 1、空洞領域で 0 となるヘビサイド関数、 C は正のパラメータである。また、ラグランジュ関数の物体領域に対する被積分関数 $f(\mathbf{x})$ が、レベルセット関数 ϕ を更新させるためのラグランジュ関数の感度、すなわちトポロジカル・デリバティブに相当する。

3 空洞領域同定問題の定式化

本論文では、打撃試験により測定される観測変位と数値解析によって得られる変位を用いて空洞形状の評価を行う式を作成する。測定される変位ベクトル $\mathbf{u}_{obs}$ と数値計算によって得られる変位ベクトル $\mathbf{u}$ との差の二乗積分値を評価関数として式 (6) により定義する。

$$J = \frac{1}{2} \int_T \int_{\Omega} (\mathbf{u} - \mathbf{u}_{obs})^T \mathbf{Q} (\mathbf{u} - \mathbf{u}_{obs}) d\Omega dt \quad (6)$$

ここで、 $\mathbf{Q}$ は重み対角行列であり、観測変位 $\mathbf{u}_{obs}$ の成分が 0 ならば対応する $\mathbf{Q}$ の成分も 0、それ以外の対角成分は 0 より大きい値である。打撃試験を数値シミュレーションするために、非定常問題における等方性線形弾性体の平衡方程式、応力とひずみの関係式、ひずみと変位の関係式をそれぞれ式 (7)~式 (10) に示す。また、境界条件および初期条件をそれぞれ式 (11)~式 (13) に示す。

$$\partial^T (\boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{\sigma}^d) - c_M \rho \dot{\mathbf{u}} - \rho \ddot{\mathbf{u}} = \mathbf{0} \quad (7)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon} \quad (8)$$

$$\boldsymbol{\sigma}^d = c_K \mathbf{D} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (9)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\partial} \mathbf{u} \quad (10)$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{0} \quad \text{on } \Gamma_u \quad (11)$$

$$\mathbf{n}^T (\boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{\sigma}^d) = \hat{\mathbf{p}} \quad \text{on } \Gamma_{\sigma} \quad (12)$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{0} \quad \text{in } \Omega, T = t_0 \quad (13)$$

ここで、 $\boldsymbol{\sigma}$ は応力ベクトル、 $\boldsymbol{\varepsilon}$ はひずみベクトル、 ρ は質量密度、 c_M は質量減衰パラメータ、 c_K は構造減衰パラメータ、 $\mathbf{D}$ は弾性係数行列、 $\boldsymbol{\partial}$ はひずみを表現するための微分作用素行列、 $\mathbf{n}$ は単位法線行列、 Γ_u は変位境界、 Γ_{σ} は外力境界、 $\mathbf{p}$ は表面力ベクトルであり、 $(\cdot)$ は時間微分、 $(\cdot)^d$ は既知量、添字 d は粘性減衰を表す。随伴

変数ベクトル ψ を導入し、式 (14) に示すようなラグランジュ関数 F を定義する.

$$\begin{aligned} F(\Omega(\phi)) &= J(\mathbf{u}) \\ &+ \int_T \int_\Omega \psi^T \left[\partial^T (\sigma + \sigma^d) - c_M \rho \dot{\mathbf{u}} - \rho \ddot{\mathbf{u}} \right] d\Omega dt \\ &= \int_\Omega f(\mathbf{x}) d\Omega \end{aligned} \quad (14)$$

したがって、未知変数ベクトルである $\mathbf{u}$, ψ を計算することで被積分関数 $f(\mathbf{x})$ を求めることができる. 上式の第一変分と停留条件から、弱形式化された支配方程式、随伴方程式、随伴変数ベクトルに対する境界条件、終端条件がそれぞれ式 (15)~式 (18) のように導かれる.

$$\begin{aligned} & - \int_\Omega \delta(\partial\psi)^T (\sigma + \sigma^d) d\Omega - \int_\Omega \delta\psi^T c_M \rho \dot{\mathbf{u}} d\Omega \\ & - \int_\Omega \delta\psi^T \rho \ddot{\mathbf{u}} d\Omega = - \int_{\Gamma_\sigma} \delta\psi^T \mathbf{n}^T (\sigma + \sigma^d) d\Gamma \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} & - \int_\Omega \ddot{\psi}^T \rho \delta \mathbf{u} d\Omega + \int_\Omega \dot{\psi}^T c_M \rho \delta \mathbf{u} d\Omega \\ & + \int_\Omega (\partial\dot{\psi})^T c_K \mathbf{D} \delta \mathbf{u} d\Omega - \int_\Omega (\partial\psi)^T \mathbf{D} \delta \mathbf{u} d\Omega \\ & = \int_{\Gamma_{obs}} (\mathbf{u} - \mathbf{u}_{obs})^T \mathbf{Q} \delta \mathbf{u} d\Gamma \end{aligned} \quad (16)$$

$$\psi = \mathbf{0} \quad \text{on} \quad \Gamma_u \quad (17)$$

$$\psi = \mathbf{0} \quad \text{in} \quad \Omega, T = t_f \quad (18)$$

ここで、 δ は任意の変化量を意味する.

4 数値解析法

4.1 計算領域の拡張

弱形式化された支配方程式、随伴方程式の積分領域は物体領域 Ω であり、最適化過程で Ω が変動するため計算が容易ではない. そこで、空洞領域で仮想的な物性値を与え、固定設計領域 D に拡張することで、物体形状を陽に抽出することなく未知ベクトルを解析する. 固定設計領域 D に拡張された支配方程式および随伴方程式の弱形式は、それぞれ式 (19)、式 (20) のように表される.

$$\begin{aligned} & - \int_D \delta(\partial\psi)^T (\sigma + \sigma^d) \tilde{H}(\phi) d\Omega - \int_D \delta\psi^T c_M \rho \dot{\mathbf{u}} \tilde{H}(\phi) d\Omega \\ & - \int_D \delta\psi^T \rho \ddot{\mathbf{u}} \tilde{H}(\phi) d\Omega = - \int_{\Gamma_\sigma} \delta\psi^T \mathbf{n}^T (\sigma + \sigma^d) d\Gamma \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} & - \int_D \ddot{\psi}^T \rho \delta \mathbf{u} \tilde{H}(\phi) d\Omega + \int_D \dot{\psi}^T c_M \rho \delta \mathbf{u} d\Omega \\ & + \int_D (\partial\dot{\psi})^T c_K \mathbf{D} \delta \mathbf{u} \tilde{H}(\phi) d\Omega - \int_D (\partial\psi)^T \mathbf{D} \delta \mathbf{u} \tilde{H}(\phi) d\Omega \\ & = \int_{\Gamma_{obs}} (\mathbf{u} - \mathbf{u}_{obs})^T \mathbf{Q} \delta \mathbf{u} d\Gamma \end{aligned} \quad (20)$$

ここで、 $\tilde{H}(\phi)$ は式 (21) に示すような、空洞領域で正の微小値 d , 遷移幅 w の区間で連続な、近似されたヘビサ

イド関数である.

$$\tilde{H}(\phi) = \begin{cases} d & \text{if } \phi < -w \\ \left\{ \frac{1}{2} + \frac{\phi}{w} \left[\frac{15}{16} - \frac{\phi^2}{w^2} \left(\frac{5}{8} - \frac{3}{16} \frac{\phi^2}{w^2} \right) \right] \right\} & \text{if } -w \leq \phi \leq w \\ 1-d & \text{if } w < \phi \end{cases} \quad (21)$$

4.2 支配方程式および随伴方程式の離散化

式 (19)、式 (20) に対し、有限要素法に基づいて空間方向に離散化すると、それぞれ式 (22)、式 (23) のように表される.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}\mathbf{U} = \mathbf{F} \quad (22)$$

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{\Psi}} - \mathbf{C}\dot{\mathbf{\Psi}} + \mathbf{K}\mathbf{\Psi} = \mathbf{S} \quad (23)$$

ここで、 $\mathbf{M}$ は質量行列、 $\mathbf{C}$ は減衰行列、 $\mathbf{K}$ は剛性行列、 $\mathbf{U}$ は節点値で構成される変位ベクトル、 $\mathbf{\Psi}$ は節点値で構成される随伴変数ベクトル、 $\mathbf{F}$ は節点値で構成される外力ベクトル、 $\mathbf{S}$ は節点値で構成される随伴外力ベクトルである. また、ニューマークの β 法を用いて時間方向に離散化すると、空間方向と時間方向に離散化された支配方程式および随伴方程式はそれぞれ式 (24)、式 (25) により表される.

$$\begin{aligned} & \left(\mathbf{M} + \frac{\Delta t}{2} \mathbf{C} + \beta \Delta t^2 \mathbf{K} \right) \ddot{\mathbf{U}}^{(n+1)} \\ & = \mathbf{F}^{(n+1)} - \mathbf{C} \left(\dot{\mathbf{U}}^{(n)} + \frac{\Delta t}{2} \ddot{\mathbf{U}}^{(n)} \right) \\ & - \mathbf{K} \left(\mathbf{U}^{(n)} + \Delta t \dot{\mathbf{U}}^{(n)} + \left(\frac{1}{2} - \beta \right) \Delta t^2 \ddot{\mathbf{U}}^{(n)} \right) \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} & \left(\mathbf{M} + \frac{\Delta t}{2} \mathbf{C} + \beta \Delta t^2 \mathbf{K} \right) \ddot{\mathbf{\Psi}}^{(n-1)} \\ & = \mathbf{S}^{(n-1)} - \mathbf{C} \left(\dot{\mathbf{\Psi}}^{(n)} + \frac{\Delta t}{2} \ddot{\mathbf{\Psi}}^{(n)} \right) \\ & - \mathbf{K} \left(\mathbf{\Psi}^{(n)} + \Delta t \dot{\mathbf{\Psi}}^{(n)} + \left(\frac{1}{2} - \beta \right) \Delta t^2 \ddot{\mathbf{\Psi}}^{(n)} \right) \end{aligned} \quad (25)$$

ここで、 Δt は時間刻み、 β はパラメータ、添字 n は時間ステップである.

4.3 レベルセット関数の時間発展方程式の離散化

まず、式 (5) に対し、仮想的な時間方向に対して陰解法を用いて離散化を行うと、式 (26) のように表される.

$$\begin{cases} \frac{\phi^{(k+1)} - \phi^{(k)}}{\Delta \tilde{t}} - K(\phi^{(k)}) \tau \nabla^2 \phi^{(k+1)} \\ = -K(\phi^{(k)}) C f(\mathbf{x})^{(k)} H(\phi^{(k)}) - \frac{\phi^{(k)}}{\Delta \tilde{t}} \\ \phi = 1 \quad \text{on} \quad \partial D_{N,D}. \end{cases} \quad (26)$$

ここで、 $\Delta \tilde{t}$ は仮想的な時間刻み、添字 k は最適化ステップを表す. 次に、上式を弱形式化し、有限要素法に基づいて空間方向に離散化すると式 (27) が得られる.

$$\begin{cases} \mathbf{T}\Phi^{(k+1)} = \mathbf{Y} \\ \Phi = \mathbf{1} \quad \text{on} \quad \partial \Gamma_{N,D}. \end{cases} \quad (27)$$

ここで、 Φ は節点値で構成されるレベルセット関数ベクトルである. また、係数マトリクス $\mathbf{T}$ およびベクトル

$\mathbf{Y}$ は, 形状関数ベクトル $\mathbf{N}$ を用いて, それぞれ式 (28), 式 (29) のように表される.

$$\mathbf{T} = \sum_{e=1} \int_{V_e} \left[\frac{1}{\Delta t} \mathbf{N}^T \mathbf{N} + \nabla^T K(\phi^{(k)}) \tau \nabla \mathbf{N} \right] dV_e \quad (28)$$

$$\mathbf{Y} = \sum_{e=1} \int_{V_e} \left[-K(\phi^{(k)}) C f(\mathbf{x})^{(k)} H(\phi^{(k)}) + \frac{\phi^{(k)}}{\Delta t} \right] \mathbf{N} dV_e \quad (29)$$

なお, 式 (6), (22), (23) についても, 各最適化ステップ k におけるレベルセット関数の解析に合わせて計算を行う.

4.4 計算アルゴリズム

本論文における空洞領域同定の計算アルゴリズムを以下に示す. また, 計算フローチャートを Fig. 1 に示す.

1. 計算メッシュ, 境界条件, 初期条件, 計算パラメータを入力する. また, 反復計算回数 $k = 0$ とする.
2. 支配方程式 (式 (22)) を解いて, 評価関数 $J^{(k)}$ (式 (6)) を計算する.
3. $k > 0$ のとき, 評価関数の収束判定を行う. $|J^{(k)} - J^{(k-1)}|/J^0 < \epsilon$ を満たすならば, 計算を終了し, そうでなければ次のステップに進む.
4. 随伴方程式 (式 (23)) を解き, ラグランジュ関数の領域被積分関数 $f(\mathbf{x})$ (式 (14)) を計算する.
5. レベルセット関数の時間発展式 (式 (27)) により, レベルセット関数 $\Phi^{(k+1)}$ を計算する.
6. レベルセット関数値に基づいて構造形態を更新し, $k = k + 1$ としてステップ 2 に戻る.

Fig. 1 Computational flow.

5 数値実験例

5.1 2次元問題による数値検証

2次元平面応力状態の構造物を仮定し, 空洞領域同定シミュレーションを行う. 本検討では, 固定設計領域 D は横 2.0m, 縦 0.5m の矩形領域を解析対象とし, 設計領域を一辺 1.0×10^{-3} m (総要素数 40000, 総節点数 40501) の四辺形一次要素で要素分割した. Fig. 2 に示すように境界条件を設定し, 非設計領域は境界条件の影響を低減するために与えた. 入力打撃力は式 (30) に示すガウシアンパルスによって与え, $F_{max} = 2000$ N, $t_{peak} = 1.0$ ms, $s = 0.1$ ms に設定した.

$$F(t) = F_{max} \exp\left(\frac{-(t - t_{peak})^2}{s^2}\right) \quad (30)$$

正解とする空洞モデル (目標モデル) と逆解析初期の空洞モデル (初期モデル) をそれぞれ Fig. 3, Fig. 4 に示す. ここで, 赤色は物体領域, 青色は空洞領域である. 目標モデルは小さい矩形空洞が 2 つ存在し, 初期モデルは大きい矩形空洞が 1 つ存在するものとして設定した.

パラメータ $K(\phi)$ や, 初期構造が最適構造に与える影響は小さく, 正則化パラメータ τ の設定が最適構造に影響を与えることがわかっている⁹⁾. そこで本検討では, 正則化パラメータ τ を変化させたとき, 同定計算に与える影響を調べる. ここでは, 正則化パラメータ $\tau = 1.0 \times 10^{-1}$, 1.0×10^{-2} , 1.0×10^{-3} に設定し, それぞれ "Case 1", "Case 2", "Case 3" とした. 本検討では, ラグランジュ関数の被積分関数 $f(\mathbf{x})$ の領域平均値 $\bar{f}$ を用いて, $C = 1/\bar{f}\Delta t$ に設定した. また, パラメータ $K(\phi) = \exp(-\phi^2)$ に設定することで物体領域と空洞領域の界面移動を優先する. 評価関数の重み係数は, $q_u = 0$, $q_v = 1.0 \times 10^{16}$ とし, 仮想時間刻みは計算が安定するように $\Delta t = 1.0 \times 10^{-7}$ に設定した. 材料はコンクリートを想定し, 計算条件を Table 1 に示す*.

Fig. 2 Computational domain.

*ヤング率 E は圧縮強度試験により算出した. 時間刻み Δt は Nouchi ら⁴⁾ の論文で用いられるサンプリング周波数 25.6kHz の逆数を用いた.

Fig. 3 Target model.

Fig. 4 Initial model.

Table 1 Computational conditions.

Number of time steps	256
Time increment Δt , μs	39.0625
Time domain T , ms	10.0
Young's modulus E , GPa	35.096
Poisson's ratio ν	0.16
Mass density ρ , kg/m ³	2300.0
Damping parameter c_M, c_K	90.0, 1.0×10^{-6}
Convergence criterion ϵ	1.0×10^{-4}

Fig. 5~Fig. 7 に Case 1~Case 3 の同定された空洞形状を示す。Case 1 では計算領域全体が物体領域となったが、Case 2 では空洞領域が 2 個に増加し、Case 3 では空洞領域の数は変化しなかった。また、Case 2 と Case 3 の空洞領域の下部について比較すると、Case 2 では滑らかに丸みを帯びているが、Case 3 では初期構造と同じように平坦となっている。これは、空洞下部では変位や随伴変数が伝達しにくいため、ラグランジュ関数の感度となる $f(x)$ の値が小さくなる。一方で、正則化項の大きさは、物体と空洞の界面拡散の度合を表し、正則化パラメータ τ によって調整される。したがって、正則化パラメータ τ を大きくすることで空洞領域の表面形状が大きく変化するものと考えられる。Fig. 8 に評価関数の収束履歴を示す。評価関数が上昇する部分があるが、おおむね減少し続け、特に Case 2 の収束値は初期状態よりも大幅に減少している。また、評価関数の各反復回数における変化は Case 1>Case 2>Case 3 となっている。これは、正則化パラメータ τ が大きいほど、式 (3) のラグランジュ関数 $F(\Omega(\phi), \phi)$ のレベルセット関数 ϕ に対する変化が大きくなるためである。

理想としては、同定後の空洞形状が目標とする空洞形状と完全に一致することであるが、正則化パラメータ τ の設定により同定後の空洞形状が変わることも事実である。現場への適用を考える際には、実際の打撃試験にお

いて適切な正則化パラメータ τ の設定に関する検討を実施することにより、従来の打撃試験に比べ修繕箇所を適切に把握できると考えている。

Fig. 5 Identified result in Case 1.

Fig. 6 Identified result in Case 2.

Fig. 7 Identified result in Case 3.

Fig. 8 Convergence history of the performance function.

Fig. 9 Target model.

Fig. 10 Initial model.

5.2 3次元問題の適用例

前節を3次元に拡張したモデルを想定し, Fig. 9, Fig. 10にそれぞれ, 目標モデルおよび初期モデルを示す. 本検討では, 内部空洞を可視化するために, レベルセット関数値 $\phi = 0$ の等値面をコンター図に描画し, 物体領域と空洞領域の境界面を表すことにした. 計算領域は, x 方向 2.0m, y 方向 0.1m, z 方向 0.5m の直方体とし, 一辺 10mm (総要素数 100000, 総節点数 112761) の六面体一次要素によって要素分割した. 境界条件は Fig. 11 のように設定し, 観測点 P1~P4 における観測変位は z 方向のみ使用し, 入力打撃力は前節と同様に z 方向下向きに与えた. また, 変位拘束条件は下面を完全固定として与えた. 本検討では, 定数 $C = 1/\sqrt{f}\Delta t$, パラメータ $K(\phi) = 1$ (一定) とした. また, 評価関数の重み係数は, $q_u = 0$, $q_v = 0$, $q_w = 1.0 \times 10^{16}$ とし, 仮想時間刻みは計算が安定になるように $\Delta t = 1.0 \times 10^{-8}$ に設定した. その他計算条件は 5.1 節の Table 1 と同様である.

Fig. 11 Boundary conditions.

Fig. 12 Identified result at the final iteration.

Fig. 12 に同定された空洞領域を示す。同定された空洞領域の数は目標モデルと同じとなり、空洞領域が左右に分裂して目標モデルよりも打撃点寄りに空洞領域が存在する結果が得られた。これは、解析モデル上、最もたわみやすい部分を打撃点として設定し、さらに集中力として1節点に打撃力を与えたためであると考えられる。また、同定後の空洞領域は目標モデルより68.2%小さくなり、下面が丸くなる結果が得られた。この結果は正則化パラメータに起因するものであり、界面拡散効果により下面が丸く同定されたものと考えられる。形状の同定精度は、構造の破壊の評価時に影響するため、さらなる同定精度の向上は今後の課題である。Fig. 13 に評価関数

Fig. 13 Convergence history of the performance function.

の収束履歴を示す。図より、評価関数に数値振動が見られるが、評価関数の値は初期よりも大幅に減少していることがわかる。

Fig. 14 に各観測点 P1~P4 における目標モデルの変位波形と同定後の変位波形を示す。同定後の変位波形は、目標モデルの変位波形と良好に一致していることが確認できる。また、観測点 P1, P3 および観測点 P2, P4 の組では、同一な変位波形が得られていることから、同定計算過程で対称性が担保されていることがわかる。解析対象モデルに対し、打撃点や観測点を非対称に配置した場合や、適切な観測点の数の設定については、実用の観点から今後の検討課題とする。

Observation point P1.

Observation point P2.

Observation point P3.

Observation point P4.

Fig. 14 Comparison between the target displacement and the identified displacement.

6 結論

本論文では、フェーズフィールド法の考え方をを用いたレベルセット型トポロジー最適化に基づいて、打撃試験による空洞領域の可視化について試みた。数値実験結果により、以下の知見が得られた。

- (1) 本手法は、空洞形状まで一致させることは難しいものの、正則化パラメータ τ の設定により、空洞領域の数や位置を適切に同定できる。
- (2) 適切な正則化パラメータ τ の値は問題設定に依存するため、いくつか τ を設定し、評価関数の収束値に基づいて最適な空洞領域を見出す必要がある。

計算コストの面では、2次元モデルの方が容易に検討は実施できるが、破壊の評価も含めた実用面から考えると、3次元モデルの方が好ましい。3次元モデルによるき裂の進展の解析に関する研究¹³⁾も行われており、作用する荷重によっては、3次元的にき裂が進展していくことも報告されている¹⁴⁾。このような観点から、3次元モデルに対する空洞領域の可視化において、空洞形状の同定精度をより向上させる必要があると考えている。

本研究の遂行にあたり、新潟県建設技術センター「微弱打撃により取得した加速度応答データを援用した検査場所非依存型の空洞位置同定解析手法の構築に関する事業」に関する経費ならびに長岡技術科学大学学長戦略的経費による援助を受けた。また、数値実験には九州大学情報基盤研究開発センターの高性能演算サーバーシステムを利用した。記して謝意を表す。

参 考 文 献

- 1) T. Kamada, M. Asano, M. Kunieda and K. Rokugo, "Application of hammering method to quantitative non-destructive inspection of a surface defect of a concrete structure", *Journal of Japan Society of Civil Engineering*, Vol.2002, No.704, pp.65-79 (2002).
- 2) Y. Sonoda, K. Kawabata, M. Beppu and Y. Fukui, "A fundamental study on the evaluation method of inner defect of concrete using hammering test data", *Journal of Structural Engineering*, Vol.57, Part A, pp.802-811 (2011).
- 3) S. Lee, T. Kamada, S. Uchida and D. Linzel, "Imaging defects in concrete structures using accumulated SIBIE", *Construction and Building Materials*, Vol.67, Part B, pp.180-185 (2014).
- 4) A. Nouchi, Y. Murakami, T. Iyama and S. Toyama, "Evaluation of defective areas inside concrete structures through application of frequency response function data to Self-Organizing Map", *Concrete Research and Technology*, Vol.29, No.29, pp.87-100 (2018).
- 5) M.P. Bendsøe and O. Sigmund, "Topology Optimization Theory, Methods and Applications", Springer, (2003).
- 6) S. Osher and R. Fedkiw, "Level set methods and dynamic implicit surface", Springer, (2003).
- 7) J. Sokolowski and A. Zochowski, "On the topological derivatives in shape optimization", *SIAM Journal on Control and Optimization*, Vol.37, Issue 4, pp.1251-1272 (1999).
- 8) K. Matsushima, H. Isakari, T. Takahashi and T. Matsumoto, "An application of topology optimization to defect identification in two-dimensional elastodynamics with the BEM and H-matrix method", *International Journal of Computational Methods and Experimental Measurements*, Vol.6, Issue 6, pp.1033-1042 (2018).
- 9) S. Nishiwaki, K. Izui and N. Kikuchi, "Topology optimization", Maruzen, (2013).
- 10) T. Yamada, S. Nishiwaki, K. Izui, M. Yoshimura and A. Takezawa, "A Structural optimization method incorporating level set boundary expressions based on the concept of the phase field method", *Transaction of Japan Society of Mechanical Engineering, Series A*, Vol.75, No.753, pp.550-558 (2009).
- 11) N. Provatas and K. Elder, "Phase-field methods in materials science and engineering", Wiley-VCH, (2010).
- 12) A.N. Tikhonov and V.Y. Arenin, "Solution of Illposed Problem", John Wiley & Sons (1977).
- 13) T. Tokuda, H. Kawai, H. Okada and Y. Fukui, "Development of automated crack propagation analysis system (1st report, outline of the system and finite element model generation)", *Transaction of Japan Society of Mechanical Engineering, Series A*, Vol.76, No.770, pp.1255-1262 (2010).
- 14) H. Okada, H. Kawai, T. Tokuda and Y. Fukui, "Development of automated crack propagation analysis system (2nd report, the crack propagation analysis system and finite element model generation for the crack propagation)", *Transaction of Japan Society of Mechanical Engineering, Series A*, Vol.76, No.772, pp.1681-1688 (2010).