時効処理は常温加工処理のみの場合およびひずみ時効処理の場合に比較して、疲労変形の防止に最も有効な処理方法であるといえる。したがって、これらのことより、つる巻バネなどの疲労変形防止に有効なセッチング応力の決定の指針になると考えられる。

5. 結 言

以上の実験結果およびその考察から次のことが明らかとなった。

(1) 軟鋼材に常温振り加工と同時に、負荷のまま 300°C で 10 分間の低温焼鈍を施した応力時効処理を行うときは、常温加工処理および荷重を零にもとした状態において、同じく 300°C で 10 分間の低温焼鈍を施したひずみ時効処理の場合に比較して、片振り繰返振り応力による疲労変形量をいちじるしく減少しうる。

(2) 応力時効処理を施すときは、常温加工およびひずみ時効の各処理の場合よりも疲労変形に及ぼすセ

ッチングの効果がさらに大きい。

(3) 応力時効処理を施すときは、常温加工およびひずみ時効の各処理の場合に比較して、静降伏点、破断強さ、および硬度が相当上昇し、破断までのひずみ量が減少する。この結果はあらかじめ加える常温での加工度が大きいほど顕著である。

(4) これらの理由として、あらかじめ加える振り常温加工による加工硬化および残留応力の影響の上に、低温加熱によるり硬化などの附加による合成結果であると考えられる。

(5) なお、今後の問題として、最も効果的な応力時効の処理条件、平均応力の附加による影響、疲労強度に及ぼす応力時効の効果、応力時効の経年時効、高温疲労変形に及ぼす効果、および材料による時効効果の相違などに関し研究を進める予定である。

注：一

1) 材料試験，第4巻，第24号，375頁

2) 材料試験，第3巻，第15号，22頁

鋼の疲労破壊の統計的研究*

篠 塚 正 宣**

A Statistical Study on Fatigue Life of Steel

Masanobu SHINOZUKA

It has been well known that the observed fatigue life for the constant repeated stress is scattered widely.

This experimental study was carried out in order to investigate the character of the frequency distribution of the fatigue life of steel.

The specimen was a flat bar with a circular hole in its center and not annealed. Its material was SS 41 steel.

The sort of repeated stress was the pulsating tension stress and the stress levels were 30kg/mm², 27kg/mm², and 24kg/mm². 20 specimens were tested each stress levels with Lcsenhausen Fatigue Testing Machine (U.H.S. type). Besides these, to 20 specimens the stress level 24kg/mm² was applied to failure after stress level 27kg/mm² were applied 50 000 cycles, in order to investigate the scatter of fatigue life of the specimen to which two different stress levels were applied.

Experimental errors were analyzed statistically.

The conclusion from experiment was as follows:

1. The scatter of fatigue life was well interpreted by introducing the probability of fracture μ .
2. The method to estimate the probability of non-fracture was obtained.
3. The scatter observed in this experiment was considerably smaller than that reported by other investigators.
4. It was clarified that the scatter of fatigue life was not obtained from the experimental errors only.

* 原稿受付 昭和30年6月8日

** 正員 京都大学大学院

1. 緒 言

構造物を設計する際に、最も大切なことは、使用する材料の強度と加えられる荷重とを正しく推定することである。ことに、安全率の合理的な決定法が要望されるとともに、強度や荷重の頻度分布についての研究が、その基本的な問題としてとりあげられねばならぬことがわかってきた。本研究では、疲労寿命の頻度分布について実験的研究を行い、試片の断面寸法、表面仕上げなどを同一にし、同じ試験機械を用い、その操作に十分な注意をしても、すなわち、外的条件をできるだけ同一としても、かなり大きな疲労寿命のばらつきが得られた。この際、実験中に生ずると考えられる種々の誤差について検討し、ばらつきが実験誤差のみから生じたものでないことを明らかにした。したがって、上述のように外的条件を同一としても、疲労機構自身の統計的性質や、製造過程において生ずると考えられる内的な、すなわち金属組織的な欠陥の差異のために、疲労寿命がばらつくものと考えられる。このような内部的な欠陥の差異や、その疲労強度に及ぼす影響を適格に理解することは、なお研究を要することであろう。しかし、現在の段階として、個々の材料は製造過程において異なつた程度の欠陥を生じながら、全く同じ強度を持つものとして使用されているから、これら材料の疲労寿命のばらつきを評価しておくことが、安全度の点からいつて必要であると考ええる。このような観点から、本研究では、試片として実際の鋼橋に使用されている SS 41 の有孔平鋼板について疲労試験を行つた。

2. 疲労寿命の分布について

疲労寿命がばらつくことについて、近年二三の研究がなされている。W. Weibull は鋼の廻転曲げ疲労試験を種々の一定繰返し応力で 9 本ずつ行い、そのばらつきから破壊の確率を計算する実験式を与えている。

A.M. Freudentahl は疲労寿命の分布が対数正規分布をすると考えた。その理由は次のようである。同一繰返し応力を順次 $S_1, S_2, \dots, S_k$ とする。これらはたがいに独立な変数であるとみなし、 S_k までの生じた破断断面積を A_k とするとき

$$A_k - A_{k-1} = S_k f(A_k) \quad \therefore S_k = \frac{A_k - A_{k-1}}{f(A_k)} \quad (1)$$

したがって

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{N'} S_k &= \sum_{k=1}^{N'} \frac{A_k - A_{k-1}}{f(A_k)} = \int_{A_0}^A \frac{dA}{f(A)} \\ &= c \int_{A_0}^A \frac{dA}{A} = c \ln \frac{A}{A_0} \end{aligned} \quad (2)$$

ただし、 $f(A) = A/c$ と仮定してある。ここに A_0 は初期の破断断面積である。ところで、中心極限定理によれば、 $\sum S_k$ は漸近的に正規分布に近づくことがわかつている。したがって、 N' 回までの断面積破壊

の程度の対数は正規分布をする。一方 A/A_0 は平均の損傷の割合に比例し、また、この平均の損傷の割合は疲労寿命 N に大体反比例する。したがって $\ln(1/N)$ は正規分布をする。ところで $\ln(1/N) = -\ln N$ であるから、 $\ln N$ も正規分布をする。したがって、対数正規確率紙を用いて破壊の確率の小さい N を外挿によつて求めるのである。これが A.M. Freudentahl の方法³⁾である。この方法では、外挿直線が実測値より非安全側の方へはなれる傾向にあるので好ましくない。

その後、A.M. Freudentahl および E.J. Gumbel は、実際に得られるデータは、 $\log N$ が正規分布をする母集団から抽出した十分大きい標本の最弱値であるとし、 N の分布はこの最弱値の分布であると考え、データに最小値の分布の理論を適用した。すなわち、 $l(N)_s$ を一定の繰返し応力における非破壊の確率とする、

$$\begin{aligned} l(N)_s &= \exp(-e^y) \\ y &= \alpha'_s(x - u_s) \end{aligned} \quad (3)$$

ただし α'_s, u_s は実験から求められる定数である。ここに $x = \log N$ であり、 $u_s = \log V_s$ 、 $\alpha'_s = 2.3 \alpha_s$ とおくと、

$$l(N)_s = \exp\left\{-\left(\frac{N}{V_s}\right)^{\alpha_s}\right\} \quad (4)$$

が得られる。この場合は確率紙として Gumbel 紙を用いて、破壊の確率が小さい N を外挿によつて求めるのである。これが A.M. Freudentahl および E.J. Gumbel の方法である。この方法をアルミニウムの回転曲げ疲労試験などの結果に適用した例を見ると、Freudentahl の方法のような欠点はないが、各繰返し応力の外挿直線が、破壊の確率の小さいところで交わる場合を生じ、このようなところでは、繰返し応力が小さい方が破壊の確率が大きいという矛盾を生ずることになる。

横堀氏は以上の諸考察とは全く別に、物性論的立場から、大標本論の実験を根拠として、疲労寿命がばらつくことは本質的なものであることを主張している。疲労破壊の過程は、(1) 応力の加えははじめから加工硬化の終りまで、(2) 加工硬化の終りから損傷の発生まで、(3) 損傷の発生から割れ目の発生(破壊)までの 3 段階が考えられる。氏は実験の結果、(1) の段階の繰返し回数は他の段階に比べて十分小さいこと、および(2)、(3) の段階は確率過程と考えられることを明らかにした。しかし、(2) の段階も(3) に比べて十分短かいので、 N_c 回の繰返し以後の割れ目の発生が確率過程の問題であるとして、

$\mu(N)$: 任意の繰返し数 N において割れ目が毎サイクル当り発生する確率(ただし N は N_c から計算する)

$q(N)dN$: 繰返し回数 N の後で, N と $N+dN$ サイクルとの間で割れ目の発生する確率

$p_i(N) = \int_N^\infty q(N)dN$: 繰返し回数 N 以後で割れ目の発生する確率

とすると, $qdN = p_i \mu dN$ であるから

$$\mu = -\frac{d(\ln p_i)}{dN} \quad (5)$$

したがって, $\ln p_i$ と N との間の関係をプロットし,

その勾配から μ を求めることができる。

p_i はヒストグラムを用いるか, $p_i = 1 - i/(1+n)$ から求める。後者の p_i は n 個の試片のうち, 小さいものから i 番目の大きさの N に対する超過の確率を与える。実験は 870°C で 30 分間焼戻した 0.41% の炭素鋼の回転曲げと 0.19% の炭素鋼の引張り圧縮疲労について行われ, その結果, ほぼ μ が一定であることが認められている。したがって (5) より

$$p_i = \exp(-\mu N) \quad (6)$$

である。 μ について物理的な意味が与えられているが, これについては文献(1)を参照されたい。

さて, 上述の研究について考察すると, A.M. Freudentahl および E.J. Gumbel の考え方は, 疲労寿命の分布が大きな正のひずみ

度をもつことを説明するのを主眼としていっていると考えられる。横堀氏の考え方も, 疲労破壊の現象が電気火花やガラスの割れ目の問題と類似していること, すなわち, その疲労寿命が繰返し回数の十分小さいところから分布し, かつ, その分布が大きな正のひずみ度をもつという実験結果を物性論的な考え方から説明しているわけである。ところが次節で結果が示されているように, 筆者が行った実験では, 疲労寿命の分布は顕著な正のひずみを見出すことができなかった。したがって, 筆者の実験結果に対しては, 疲労寿命の分布が対数正規分布であると考えすることは困難である。また, 後述するように (5) 式の μ が一定であるとは考えられない。筆者の試片は焼戻しがされておらず, 圧延のままであり, 焼戻した場合と大分条件が変ってくる。さらに前述のように, 実際の構造用鋼などに生じている内部的欠陥の差異のための疲労寿命のばらつきを無視するわけにはいかないと考えられる。したがって, 少なくとも普通の品質管理状態で製造された部材の疲労寿命のばらつきは, 疲労寿命を確率過程と考えた場合のばらつきと, 欠陥の差異および実験誤差によるばらつき

Fig. 1. Specimen.

Fig. 2. Frequency distribution of fatigue life.

Fig. 3. The relation between p_i and N

とが含まれていると考えられる。しかし、実験結果のばらつきからこれらを分離することはできない。筆者の実験では、疲労寿命の分布の確率法則を明確にとらえることは、試験片の数からいっても困難である。しかし、 μ の物理的な意味を追及しなければ、上述の μ の定義をそのまま用いて、疲労現象を一種の確率過程と考えると便利である。

3. 実験およびその考察

試験寸法は Fig. 1 のようである。表面は圧延のままとし、側面は shaping machine により切削した。孔明けは drilling machine によつて行われた。試験は Losenhausen fatigue testing machine (U.H.S. 型) によつて行われ、毎分 800 回の繰返し速度で片振引張り応力を与えた。繰返し応力は (1) 0~30 kg/mm², (2) 0~27 kg/mm², (3) 0~24 kg/mm² の 3 種類、および (4) 最初 0~27 kg/mm² が 50 000 回繰返された後、破断するまで 0~24 kg/mm² が繰返される場合である。おのおのについて試験片数は 20 本とした。実験結果は Table 1 に示される。疲労寿命の分布はヒストグラムで Fig. 2 に示される。これから分布が顕著な正のひずみ度をもつとは考えられない。次に疲労寿命 N と非破壊の確率 p_i との関係は Fig. 3 に示される。I, II, III の曲線は、それぞれ 0~30 kg/mm², 0~27 kg/mm², および 0~24 kg/mm² の繰返し応力に対応

する。曲線がすべて $p_i=1, N=0$ の点から出発しているのは大きな仮定である。すなわち、各試験片は繰返し応力が加え始められるとすぐに、前節で定義したように、各 1 回の繰返しごとに破壊の確率をもつわけであつて、その大きさは、この曲線の勾配に比例するわけである。(4)式においてもこの仮定がなされている。また、横堀氏の方法においては N_0 が十分小さいといふことがこれに相当する。さて Fig. 3 の 3 つの曲線を見ると、いずれも初めは小さい μ をもち、やがて一定に近づくことがわかる。もし 0~27 kg/mm² の繰返し応力を試験片に与えると、この試験片は繰返し回数が増すとともに、曲線 II に沿つて非破壊の確率が減することになるわけで、その試験片の疲労寿命を明言することはできないが、指定される繰返し回数まで到達できる確率を推定することはできる。このように一定の繰返し応力のみが加えられる場合ならば、曲線 I, II, III などがわかつていれば、これに沿つて非破壊の確率を推定することができる。一般の変動応力が作用して試験片が破断する場合には、問題は複雑である。最も簡単な場合として、2 段の繰返し応力を考えて実験 (4) を行つた。試験片はまず曲線 II に沿つて A 点まで達する。A 点は 0~27 kg/mm² の繰返し応力が 50 000 回繰返されたときの非破壊の確率を与える。A 点と同じ非破壊の確率の点 B を曲線 III 上に求めると、0~24 kg/mm²

の繰返しは B 点を出発点として曲線 III に沿つて、非破壊の確率が推定されることになる。したがつて、0~24 kg/mm² の繰返し回数は B 点から数えられることになる。この考えから、実験 (4) の結果をも Fig. 3 にプロットしてある。この結果は曲線 III にかかなりよく一致する。したがつて、このような 2 段の繰返し応力の場合には、一定応力の繰返しの場合の曲線を 2 本用いれば、その非破壊の確率を推定することができる。

さて、実際の部材の設計に際しては、 p_i として大きい値を採用しなければならぬ。Fig. 3 でわかるように p_i が大きいところでは、 μ は小さく一定であり、 $\log p_i$ と N とは直線関係にあると仮定してある。したがつて、この部分では (5) 式から p_i を求めることができる。さらに、2 段の繰返し応力の場合で

Table 1. Fatigue life from experiment

number i	$p_i = 1 - \frac{i}{1+n}$	N (0~24 kg/mm ²)	N (0~27 kg/mm ²)	N (0~30 kg/mm ²)	N^* (0~24 kg/mm ²)
1	0.952	136 180	44 000	24 040	5 120
2	0.905	143 780	68 730	28 160	35 050
3	0.857	155 030	70 690	29 801	46 770
4	0.810	187 790	70 770	32 280	54 400
5	0.762	188 540	78 590	33 030	56 400
6	0.714	195 720	80 750	33 540	59 590
7	0.667	205 640	84 340	34 630	61 120
8	0.619	208 840	86 460	40 960	62 190
9	0.571	211 090	89 250	41 030	62 190
10	0.524	214 390	94 840	41 380	63 480
11	0.476	215 210	105 740	41 970	63 950
12	0.429	215 410	105 920	42 010	69 880
13	0.381	215 570	106 030	42 900	75 190
14	0.333	221 700	107 730	43 330	82 050
15	0.286	223 250	103 120	44 450	85 460
16	0.238	223 580	109 470	44 650	93 210
17	0.190	225 120	110 310	46 460	105 330
18	0.143	230 420	111 430	48 600	107 810
19	0.095	243 180	126 540	53 550	112 490
20 = n	0.048	259 180	128 010	54 100	124 440

* after the repeated stress 0~27 kg/mm² were applied 50 000 cycles.

も、2つの曲線によつてその非破壊の確率が推定できるのであるから、この場合も p_i が大きく、 $N-p_i$ 線が直線と考えられるところでは、(5)式から繰返し応力 $0 \sim S_1$ における N_1 回の繰返しによる p_{11} および $0 \sim S_2$ における N_2 による p_{12} を求めると、この $N_1 + N_2$ 回による非破壊の確率 p_i は $p_i = p_{11} \cdot p_{12}$ として求められる。複雑な変動応力の場合にも、このような考え方を拡張することができるであろう。最後に注目すべきは、本実験における疲労寿命のばらつきは、今までの種々のデータのどれよりも小さいということである。この点に関しては、筆者の用いた試片は、外の実験に用いられた試片に比べて、(1)応力集中があること、(2)表面仕上げや孔明けが粗なこと、(3)焼戻しがされておらず、圧延のままなこと、などが大きな原因と考えられる。

なお、本実験では各繰返し応力ごとに20本の試片を用いたが、この程度の本数では分布の母集団を推定するには不足であると思われる（もちろん、適当な母集団を仮定することは容易であるが、それに対する信頼性はうすい）。したがつて、ここでは母集団を追及することをせず、破壊の確率 μ を用いて、疲労寿命 N と p_i との関係を説明することにしたのである。なお、破壊の確率を考慮した $S-N$ 線図を Fig. 4 に示す。

Fig. 4. $S-N$ diagram.

4. 実験誤差

Table 1 の結果には種々の実験誤差が含まれている。そのおもなものは、(1)試片断面の測定および推定の誤差、(2)荷重指示目盛の感度および精度に関する誤差、(3)実験中の油圧の変動による誤差、(4)真の動的油圧と指示目盛との差による誤差、である。これらを分析し、疲労寿命のばらつきがこのような誤差から得られることが否定できなければ、そのばらつきには本質的な意味があまりないことになる。以下、上の(1)～(3)の誤差について考察する。(4)については、試験機械の動的検定が行われていないので論ずることが困難であるが、たとえば、この点に誤差があつても、公称応力が上下するだけで、疲労寿命の分布には影響がないと考える。

(1)は測定器具の感度および精度に関するものと、

孔の両側の最小断面積の幅 g 、厚さ t の推定の際に生ずるものがある。長さの測定や推定に関する誤差を正規分布と仮定し、実測値や加工公差から g 、 t の分布の標準偏差を求めると、 $\sigma_g \approx 0.1 \text{ mm}$ 、 $\sigma_t \approx 0.05 \text{ mm}$ となる。2つの断面積は大体等しいから、その和は近似的に $N(\bar{A}, \sigma_A^2)$ にしたがう。ここに、 $\bar{A} = 2\bar{g} \cdot \bar{t}$ 、 $\sigma_A^2 = 2(\bar{g}^2 \sigma_t^2 + \bar{t}^2 \sigma_g^2)$ 、ただし $\bar{A}$ 、 $\bar{g}$ 、および $\bar{t}$ は、それぞれ A 、 g 、および t の真の値である。

さて、試片に最大公称平均応力度 S_n を与えるには、最大引張力 $T = S_n A$ を与えねばならない。しかし、 A は前述のように真の断面積 $\bar{A}$ とは異なっている。ゆえに、この試片に生じている実際の最大平均応力度 S_a は

$$S_a = \frac{T}{A} = \frac{S_n A}{A}$$

したがつて、一試片の S_a の分布は A が正規分布をすることから、 $N(S_n, \sigma_s^2)$ にしたがう。ただし、

$$\sigma_s = \frac{S_n}{A} \sigma_A = \frac{S_n}{A} \sqrt{2(\bar{g}^2 \sigma_t^2 + \bar{t}^2 \sigma_g^2)} \quad (7)$$

もし全試片の $\bar{A}$ が同一なら、すべての試片を考慮したときの S_a の分布も前と同じ分布に従う。しかし、試片製作過程において長さに誤差が入るので、 $\bar{A}$ も正規分布に従うと考えられる。ゆえに S_a は Cauchy 分布に従うが、 $\bar{A}$ の試片による差は大きくはなく、厳密に考えても取り扱いが不便になるだけだから、(7)の代りに、

$$\sigma_{sa} = \frac{S_n}{A_{\min}} \sigma_A \quad (8)$$

で近似させ、 S_a が $N(S_n, \sigma_{sa}^2)$ に従うとすれば便利でもあるし、安全側でもある。 $\bar{g}$ 、 $\bar{t}$ として公称寸法を用いると $\sigma_A = 1.96 \text{ mm}^2$ となり、 $A_{\min}$ として実測値の最小 410 mm^2 を用い、(8)より $S_a = 30, 27$ 、および 24 kg/mm^2 について σ_{sa} を計算すると、それぞれ $0.143, 0.129$ 、および 0.115 mm^2 である。

(2)については、筆者の用いた機械では、最大引張力の指示板が 200 kg ごとに目盛りされているから、その最大誤差は大体 $\pm 100 \text{ kg}$ としてよい。これによる平均応力度の誤差の最大値は大体 $\pm 100/400 = \pm 0.25 \text{ kg/mm}^2$ である。荷重指示の誤差も正規分布と考え、実際の荷重がこの範囲から外れることはほとんどないという条件(外れる確率を1%とした)から、標準偏差 σ_m は約 0.1 kg/mm^2 である。

(3)はその取り扱いがむずかしい。油圧したがつて最大および最小荷重は、この種の機械の性質として、種々の原因により実験中に変動し、最大荷重および最小荷重の指示板上の針のふれとして認められる。しかし、最大荷重がある指定荷重 T_L 以下に下つた場合、油圧がプラスされて下限が T_L に保たれ、また、最大荷重がある値 T_u 以上になると、機械の運転が停止さ

れるような上限荷重 T_u を指定できるようになっている。最小荷重に対しても同じようなコントロール方法がとられている。すなわち、最大および最小荷重はそれぞれの上限と下限との間を変動する。以下では取り扱ひの便のため、最大値のみが変動すると考えるが、このようにしても安全側である。この変動する最大荷重の疲労に及ぼす効果が、同じ繰返し回数の変動しないある最大荷重で代表されるものと仮定すると、機械の性質や運転の経験からいつて、この代表荷重の分布は T_l を下限とする指数分布と見なすことができる。したがつて、最大平均応力度 S_a の分布は T_l に対する S_l を下限とする指数分布 $k \exp\{-k(S_a - S_l)\}$ に従うことになる。母数 k は S_a が T_u に対する S_u を超えることがないという条件(非超過の確率を 99% とした)および $T_u - T_l = 200 \text{ kg}$ 、すなわち $S_u - S_l = 0.5 \text{ kg/mm}^2$ を用いて計算すると、 9.22 となる。

上述のように、3つの誤差は正規分布と指数分布の2つの型にわけられる。実験結果として表われるのは、これらの累計である。正規分布の再生性により、(1)、(2)の誤差の分布の合成は $S_n = 30, 27$ 、および

Table 2. Expected numbers from theoretical distribution of experimental errors.

(1) $S_n = 30 \text{ kg/mm}^2$ $k = 9.22$ $\sigma_x = 0.173$

$S_a \text{ kg/mm}^2$	28.0	28.5	29.0	29.5	30.0	30.5	31.0	31.5	32.0
$F(S_a)$				0.00034	0.30300	0.96551			
N	69 000	60 000	52 000	47 000	40 000		30 000		23 000
obtained	0	2	1	10	4		3		0
expected	0			6.2	13.8	0			

(2) $S_n = 27 \text{ kg/mm}^2$ $k = 9.22$ $\sigma_x = 0.161$

$S_a \text{ kg/mm}^2$	25.0	25.5	26.0	26.5	27.0	27.5	28.0	28.5	29.0
$F(S_a)$				0.00015	0.29450	0.97050			
N	159 000	141 000	119 000	100 000	90 000	80 000	69 000	60 000	52 000
obtained	0	2	8	1	4	3	1	0	1
expected	0			5.9	14.1	0			

(3) $S_n = 24 \text{ kg/mm}^2$ $k = 9.22$ $\sigma_x = 0.150$

$S_a \text{ kg/mm}^2$	22.0	22.5	23.0	23.5	24.0	24.5	25.0	25.5	26.0
$F(S_a)$				0.00005	0.28800	0.97397			
N	440 000	380 000	310 000	270 000	220 000	190 000	159 000	141 000	119 000
obtained	0			7	8	2	2	1	0
expected	0			5.8	14.2	0			

24 kg/mm^2 に対して、 S_a はそれぞれ $N(30, 0.173^2)$ 、 $N(27, 0.161^2)$ 、および $N(24, 0.150^2)$ に従う。次に指数分布と正規分布との合成を考える。

簡単のため、 x が $N(\bar{x}, \sigma_x^2)$ に、 y が密度函数 $k \exp(-ky)$ に従う変数とすると、 $z = x + y$ の確率エレメントは、

$$f(z) dz = \left(\int_{-\infty}^z k e^{-k(z-x)} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma_x^2}} dx \right) dz$$

となる。これより分布函数を求めると、

$$F(S_a) = \int_{-\infty}^{S_a} f(z) dz = \Phi(S_a) - e^{\frac{k}{2}\{k\sigma_x^2 - 2(S_a - \bar{x})\}} \Psi(S_a) \quad (9)$$

ここに

$$\Phi(S_a) = \int_{-\infty}^{S_a} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} e^{-\frac{(z-\bar{x})^2}{2\sigma_x^2}} dz,$$

$$\Psi(S_a) = \int_{-\infty}^{S_a} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} e^{-\frac{\{x - (\bar{x} + k\sigma_x^2)\}^2}{2\sigma_x^2}} dx$$

である。したがつて、 $F(S_a)$ を計算より求めることができる。(9)を用いて、各 S_n ごとに平均応力度の分布を計算し、それによる疲労寿命 N のばらつきの期待個数を求め、実測個数と比較したのが Table 2 である。この結果、 N のばらつきを実験誤差による平均応力度のばらつきのみから説明することは困難だと考える。

ただし、表中の N の値は、 S と N とが一義的に定まり、それが Fig. 4 の $p_f = 0.5$ の直線で表わされるものとして求めている。

5. 結 言

以上のことを総合すれば、次のようになる。

(1) $S-N$ 線図は破壊の確率を考慮して描かれねばならない。

(2) 破壊の確率 μ を導入すると、 N のばらつきを説明するのに便利である。 μ は $N - \log p_f$ 図から求めることができる。SS 41 の圧延のままの有孔平鋼板では、 μ は初めは小さく、後に一定になる。

(3) 一定繰返し応力をうけ

る同じ材料については、 $N-\log p_i$ 図が求められていれば、その非破壊の確率が推定できる。2 段の繰返し応力についても、対応する 2 本の $N-\log p_i$ 図から、非破壊の確率を求めることができる。

(4) 本実験における疲労寿命のばらつきは、外の実験結果に比べて小さい。

(5) 本研究では、実験誤差について十分検討を加え、得られた疲労寿命のばらつきが、実験誤差のみから生じたものではないことを明らかにした。

本研究は筆者が京都大学大学院工学研究科修士課程

において行つた研究の概要である。本研究の遂行に際し、終始、御懇切な御指導を賜つた京都大学教授小西博士にたいし、深謝の意を表わします。

注：—

- 1) T. Yokobori, J. Phys. Soc. Japan, 8, 265 (1953)
- 2) W. Weibull, Fatigue and Fracture of Metals, p. 182 (1952)
- 3) A.M. Freudentahl, Am. Soc. Test. Mat., STP, No. 121 (1952)
- 4) A.M. Freudentahl and E. J. Gumbel, Proc Roy. Soc., London, A, 216, 309 (1953)
- 5) 平田森三, 応用統計学, 11.01 (1951)

高周波焼入と疲れ強度*

中 村 宏** 高 橋 秀 雄***

Induction Hardening and Fatigue Strength.

Hiroshi NAKAMURA and Hideo TAKAHASHI

In order to explain the effect of induction hardening on fatigue strength, we tried several fatigue tests by changing. the stress concentration factor α_K .

We used C=0.41% steel, and chose the three types, as the heat treatments.

The following facts were cleared up from the experimental results.

(i) At normalized specimens, α_K becomes greater than β_K , as we have known already.

(ii) At ordinary quenching (heating in electric furnace and quenching in water), α_K equals approximately β_K .

(iii) At induction hardening, the fatigue limits is considerably high, and does not change largely by changing of α_K .

It was apparent that, within the range of the investigation, the greater α_K the larger became the effect of induction hardening on the fatigue limit.

Lastly we discussed the reason why the fatigue limits became high by induction hardening.

1. 緒 言

著者の一人は、先に高周波焼入は圧入部や切欠部の疲れ限度をいちじるしく上昇せしめうという事実を見出した。そして切欠部分の疲労強度増加の原因として次の 2 つが考えられる。

1. 表面に残留する圧縮応力
2. 急速加熱により、材質的にも通常の電気炉焼入したものより靱性を有する。

これら 2 つの原因について、より詳しく検討するため、今回は形状係数 α_K を種々変えて実験し、この場合に高周波焼入がどのような作用をするかということを検討した。

これまで著者の一人が高周波焼入の実験に用いた切欠試験片は、直径 $d=10\sim 12$ mm の試験片に対して切欠底半径 $\rho=0.25$ mm のものであつた。そして、今までのデータをみると、高周波焼入の疲れ限度に対する影響は、 α_K の大なる試料ほど顕著にでており、平滑

Table 1. Comparison of various fatigue limits.

No.	Heat treatment	Fatigue limits kg/mm ²	
		Plain specimen	Notched specimen $\alpha_K=3.7$
1	Induction hardening	66	56
2	Ordinary hardening	49	11.5
	1/2	1.34	4.86

* 原稿受付 昭和30年4月26日

** 正員 鉄道技術研究所

*** 高周波熱錬株式会社