コイルばねのたわみ係数に関する一実験*

桜井 忠一** 藤谷 景三***

Measurement of the Deflection Factor of Helical Springs

by

Tadakazu SAKURAI and Keizo FUJITANI
(Himeji Technical College) (Ritsumeikan University)

In the deflection formula of a coiled spring $\delta = \eta \frac{8D P n}{G d}$, the different values of correcting factor η have been obtained by several authors for the small values of index D/d . Authors made experiments in order to determine a dependable value of η using steel and piano wire helical springs.

In the above formula, d , D and G are the constants determined uniquely if the type and the dimension of the spring are given as to the material. The number of effective coils n is $N-2$, N being the total number of coils, and δ is the deflection of the helical spring obtained under the action of axial load P .

Two correcting factors were considered as follows:

η_t is the correcting factor for the case where the total deflection of the spring is considered. η_1 is the correcting factor when only one coil in the middle section of the spring is considered in relation to deflection.

We conducted some experiments on helical springs with various materials, types and dimensions.

First, the modulus of rigidity G of the wire was measured. Then the relation between load and deflection were obtained for the whole coils of spring and for the middle one coil with no effect of the ends. The changes of the diameter D of the coil under various loads were also measured.

The results obtained are as follows:

(1) η_t is smaller than unity for small values of D/d , but it become larger than unity for larger values of D/d .

(2) η_1 is smaller than η_t by about 0.02. And they all tend to become constant for large values of D/d .

(3) The manner in which the values of η_1 change matches well with the result given by Göhner.

(4) It is concluded that as the deflection factor for small helical springs, Göhner's one may be properly used.

(Received May 14, 1958)

1. 緒 言

コイルばねがその軸方向に荷重を受けるときに生ずるたわみを求めるには一般に次式が用いられる。

$$\delta = \frac{8nD^3P}{Gd^4} \quad (1)$$

ただし、この式に含まれる各記号は次の量を表わしている。

P : コイルばねの軸方向に作用する荷重。

$d=2r$: ばねの素線の直径。

$D=2R$: コイルの平均直径。

n : コイルの有効巻数。

G : 素線のせん断弾性係数。

δ : コイルばねの軸方向に生ずる全たわみ。

* 原稿受付 昭和33年5月14日, 昭和29年5月28日第3期総会講演会で講演

** 正員 姫路工業大学

*** 正員 立命館大学理工学部

(1) 式はいうまでもなく、コイルばねが軸方向の荷重を受けるとき、素線は単に、ねじりのみを受けると考えて求めた弾性式である。しかし実際にたわみ δ を実験的に求めてみると、(1)式による計算値とは必ずしも一致しない。そこで(1)式の右辺に補正係数 η を乗じた。(2)式を用いることにする。

$$\delta = \eta \left(\frac{8nD^3}{Gd^4} \right) P \quad (2)$$

この係数 η は、たわみ係数と呼ばれ、常に一定のものではなく、たとえば D/d によって変る値であって、弾性計算により、また、実験的に η の値を求める試みがなされて来た。そのおもなものを示すと Fig. 1 のとおりである。この図からわかるように、従来の結果は研究者によってかなりの差異が認められ、ことに D/d の小さい範囲においてそれらの差がいちじるしい。いま、たわみ係数を(2)式によって与えたのであるが、この式をさらにくわしく検討してみよう。なお

Fig. 1 η - m diagram.

full line — not include Pich angle
dotted line ---- Pich angle 10°

(1)式も(2)式も荷重が引張であるか圧縮であるかは問わないのであるが、以下本論文ではすべて圧縮の場合を取り扱うものとする。一つのコイルばねの材質、形状および寸法が与えられて、ある荷重に対するたわみ δ を求めようとする場合を考えてみる。まず、有効巻数 n の値は、たとえば $(N-2)$ というように決めなければならない。ここに N は全巻数で与えられるが、これから2を引くということが妥当かどうかは疑問である。次に G の値は適当に仮定するか、コイルばね素線の G の値をとるかであろうが、素線の G と種々の工程を経てコイルばねに巻いた後の G とが厳密に等しいかどうかは疑問である。次に D および d はコイルばねの寸法が与えられると直ちに決定されるのであるが、これも無負荷状態における値であって、圧縮荷重を受ける D は増大するはずであり、たとえその変化はわずかであっても、(2)式にみるように D^3 に効いてくると無視できないことも考えられる。このことは後述のように0.5%以内であり無視できる。このように考えると(2)式の右辺の括弧の中の諸値をどのようにとるかにによって次のような二つの場合があると思う。

- (i) (2)式右辺括弧内の諸値をコイルばねの材料、寸法および形状が与えられると、一義的に定まる量と考え、たわみはコイルの全有効巻数について考える場合で、この場合の補正係数を η_c で表わす。
- (ii) 前項(i)の場合と同じであるが、コイルばね両端の影響のない中央部の一巻きについて考える場合で、この場合の補正係数を η_i で表わす。

さて前述のように弾性計算による補正係数 η は研究者によってかなり異なるので、本研究においてはこれを実験的に求めて、これから諸家の計算結果と比較した。この目的のため次のような実験を行った。

- (i) コイルばね試験片の材料、形状および寸法をいくつかに変えた。
- (ii) コイルばねの荷重と、たわみとの関係を求めるにあたって、たわみはコイルばね全体についてのものと、両端部の影響のない部分についてのものとの両者にわけて測定した。

2. 実験材料および試験片

実験に用いた圧縮コイルばねの素材は1種の鋼線お

Table 1 Chemical composition of materials of wire

Materials	Chemical composition in (%)							
	C	Mn	Si	P	S	Cu	Ni	Cr
Steel wire 1	0.62	0.45	0.28	0.036	0.019	0.13	0.07	0.05
Piano wire 1	0.83	0.41	0.16	0.023	0.026	0.04	0.04	0.07
Piano wire 11a	0.81	0.36	0.21	0.007	0.008	0.02	0.07	0.08
Piano wire 11b	0.81	0.36	0.27	0.008	0.007	0.01	0.04	0.05
Piano wire 11c	0.81	0.46	0.34	0.025	0.020	0.06	0.04	0.05

Table 2 Mechanical properties of materials of wires

Materials	Diameter (mm)	Tensile Strength (kg/mm ²)	Cycles of Twisting for Rupture	Modulus of Elasticity E (kg/mm ²)	Modulus of Rigidity G (kg/mm ²)
Steel wire	1.6*	224	40	22 000	8 200
Piano wire I	1.6*	226	34	22 000	8 200
Piano wire 11a	2.0*	202	47	22 000	8 200
Piano wire 11b	2.5*	188	42	22 000	8 200
Piano wire 11c	3.0*	186	34	22 000	8 200

* drawn from dia. 5.5 mm

Fig. 2 Test spring

Table 3 Size of test spring

Classification		H (mm)	h (mm)	D (mm)	d (mm)	D/d
Steel wire spring	S-1	22.35	2.87	8.13	1.6	5.1
	S-2	32.45	4.32	12.20	1.6	7.7
	S-3	42.45	5.73	16.17	1.6	10.14
	S-4	62.25	8.67	24.94	1.6	15.64
	S-5	102.35	14.48	40.55	1.6	25.42
Piano wire spring I	P-1	22.55	2.87	8.16	1.6	5.1
	P-2	32.45	4.32	12.04	1.6	7.6
	P-3	42.45	5.73	15.99	1.6	10.0
	P-4	62.55	8.67	24.19	1.6	15.2
	P-5	102.35	14.48	40.27	1.6	25.2
Piano wire spring II	B	33.35	4.37	13.13	2.0	6.5
	C	58.35	8.67	16.25	2.0	6.4
	D	51.35	7.03	19.78	2.5	6.5
	E	61.45	8.84	18.19	2.5	9.0
	F	61.45	8.41	22.48	3.0	8.9
	G	78.25	10.80	27.44	3.0	9.0

および4種のピアノ線であって、それらの化学成分をTable 1に示した。これらの素材は直径5.5mmの丸棒から数段階の引抜工程を経て、所定の直径に仕上げ、工程の途中において、洗浄およびパテンティグ処理を施して調質した。

ばね素線の線径および機械的性質をTable 2に示す。試験片は自動ばね巻機により常温で所定の形状に製作したのち、350°C、8分間Bluing処理を施した。その形状および寸法をFig. 2およびTable 3に示し

た。ばねの自由状態におけるピッチ角 α は6~7°で、 $d=1.6$ mmのものは D/d の値を5, 7.5, 10, 15 および 25 の5種類とした。また、別に素線の直径の影響を調べるために用いた $d=2.0, 2.5$, および 3.0 mmのものには、 $D/d=6.5$ および 9 の2種類を選んだ。さらに、ばねの形状は挫屈の影響を考慮し

て $H/D=2.5$ (H はばねの自由長さ)とした。ばねの両端は5/6巻の座をもち、その座の上下両端面は平行で、かつ軸線に垂直に研磨仕上げした。

3. 実験方法

前項で述べた圧縮コイルばねを固定水平座の上に乗せ、コイルばねおよび座の中央をつらぬく負荷用ロッドを介して、コイルばね上端に圧縮荷重を加えた。荷重は重錘によって直接的に加えたが、偏心荷重が掛らぬよう特に注意した。

たわみを正確に測定するために試験片の各コイルの外側表面に、コイルばねの軸に平行および垂直に直交する細い標線を各コイルごとにコイルばねの左右両側の位置に記し、この位置の相対的变化を左右両側から読取顕微鏡によって測定した。コイルばね全体のたわみはダイヤルゲージによって測定した。

素線のせん断弾性係数 G を求めるには、ばね試験片の素線と同じ加工および熱処理を施した長さ約4mの針金を使用し、ねじり振動法によった。

4. 実験結果およびその考察

(1) たわみの測定 まず、 $d=1.6$ mmの各種ばねに静圧縮荷重を漸加的に加えたときのコイルばねの自由長さ H の変化、すなわち、荷重とコイルばね全体の圧縮たわみとの関係をFig. 3に示す。図中白丸はピアノ線ばね、黒丸は鋼線ばねの結果で、一連の実験結果の最後の点はコイルばねの各コイルが密着したときの値である。この図に示すように D/d の値のいかにかわらず、いずれも密着直前まで荷重—たわみ関係はほぼ直線を示した。

$d=2, 2.5$, および 3 mmのピアノ線についてもま

Fig. 3 Load-deflection curves for whole coils of helical spring

まったく類似の結果を得た。しかし、これらの実験で測定したたわみは、コイルばね全体のたわみであって、両端部と中央部とが同様にたわみを生じているとは限らないので、その影響について実験した。

Fig. 2 において a は素線の先端、 b は座の終りの点で a' 点において次位のコイルに接着しており、通常この接着点 a' 以後がコイルばねとして有効に働くものと考え、両端の a' 点の間のコイルの巻数、すなわち $(N-2)$ を有効巻数としているようである。ここに N は a 点から数えた全巻数である。しかし、有効巻数を $(N-2)$ と考えることが適当かどうかは問題もあるので、ここでは次のような実験を行った。すなわち、

Fig. 4 Deflection of each coil for piano wire spring

コイルばねに適当な一定圧縮荷重を加えて一巻きごとのたわみを左右両側において測定した。ピアノ線ばねに対する結果の一例を Fig. 4 に示す。図において横軸は、たわみ測定点の位置を上端から数えた巻数で表わしたもので、縦軸はコイルの各ビッチごとに測定したたわみの値である。たわみの変化が両端部ではいちじるしいが、両端から離れた中央部では少ない。そこでこの変化の少ない中央部分 1 巻間について、荷重とたわみとの関係を求めた結果を Fig. 5 に示す。図のように $P-\delta$ の関係は全巻の場合と同様に密着まではほぼ直線関係を示した。

(2) たわみ係数の計算

(2) 式を η について書き変えると次のようになる。

$$\eta = \left(\frac{Gd^4}{8nD^3} \right) \frac{\delta}{P} \quad (4)$$

この式によって η を算出するのであるが、緒言でものべたように右辺の各項について検討してみよう。

まず、 G の値は各素線についての実測結果から $G = 8200 \text{ kg/mm}^2$ とし d および D はいずれもコイルばね無負荷時の値を単にそのまま代入する。 n の値は一般に用いられるものとして、総巻数から 2 を引いた値 $(N-2)$ をとるものとし、 δ の値もコイルばね全体の値をとって η を算出する。 δ/P の値は Fig. 3 に示すように一種のばねについては荷重の大きさにかかわらず一定であるから、 η の値は荷重に無関係である。このようにして全巻に対するたわみ係数 η_t を算出して

D/d を横軸にとって示すと Fig. 6 の鎖線のようになり、 η_t は $D/d=5$ の場合を除いてそれより D/d の大きくなるに従って漸増的に 1 よりも大きくなっている。

次に、有効巻数を正確にとるべく両端を除いた中央部分の一巻間についての荷重とたわみの関係 (Fig. 5) から η を算出した。 δ/P の値は荷重にかかわらず一定であるから η の値は荷重に無関係である。このように $n=1$ として (4) 式から 1 巻に対するたわみ係数 η_1 が求まる。この η_1 と各ばねの D/d との関係を図示すると Fig. 6 の点線のように全般に η_t よりも小さくなり、 $D/d=10$ 以下のところでは 1 よりも小さいが D/d がそれより大きくなれば 1 よりもやや大きくなるが η_1 の値の変化は非常にわずかである。

以上、実験から求めた 2 種のたわみ係数は Göhner の計算式から求めたたわみ係数 η_G の曲線と同傾向であるが、なかでも η_1 の値と η_G との差は D/d の大き

Fig. 5 Load-deflection curves for coil of helical spring

Fig. 6 Relation between deflection factor and spring factor D/d

いばねでは非常にわずかである。また、 D/d の小さいばねでは η_l の値は η_g より相当小さくなる。この事実は、 D/d が小さくなるとばねに巻くときの加工硬化や残留応力の影響が大きく現われてくるためである。また、圧縮荷重を加えるとコイル径 D が大きくなるその変化を種々の D/d のばねについて種々の荷重のもとで測定したが、その変化はこの実験に用いたばね（ピッチ角 $=6^\circ 30'$ ）では大きくても 0.5% 以内ではばね定数 P/δ の変化割合と同じくらいであるので無視できる。Fig. 6 にみるたわみ係数 η_t は有効巻数を $N-2$ としたものであるが著者らは別に行った振動法による実験から有効巻数は $n=N-(1.4\sim 1.6)$ を得ているのでこの値を用いることにより、たわみ係数はさらに η_g にも接近した値となる。

5. 結 言

弾性捩り式によりたわみの値を正確に計算するためには、補正係数を用いる必要がある。補正係数を求めるために行った実験結果をまとめると次のようである。

(1) d, D, G , をいずれもコイルばね無負荷時の値有効巻数 n を $(N-2)$ (N は全巻数), δ をコイルばね全巻に対するたわみの値として (2) 式から求めたたわみ係数 η_t は $D/d=5$ のときを除き漸増的に 1 よりも大きい値を示す。

(2) 末端の影響の入らないたわみのほぼ一定となる中央部の 1 巻についての荷重とたわみの関係から求めたたわみ係数 η_l の値は、 $D/d=10$ より小さい場合 1 より小さく、それより D/d の大きくなるに従って漸増的に 1 よりも大きくなるが、その変化はわずかである。

(3) D/d に対する η_l の変化の傾向は Göhner による計算値 η_g とほぼ同様である。 D/d の大きいばねでは Göhner の式から η を求めても大差はなく、 D/d の小さいばねでは η_g よりやや小さい値をとる。これは、ばねに巻くときの加工硬化や残留応力の影響によるものであろう。

(4) 負荷に伴うコイル径の変化は大きな場合でも 0.5% 以内で、ばね定数の変化割合と同じくらいであるので無視した。

(5) 以上の実験による η を従来の種々の研究者の係数と比較すると、小型コイルばねにおいてはその大きさおよび D/d による変化の傾向が Göhner の計算値に比較的によく一致する。

(6) η_t と η_g の差は有効巻数のとり方が正しくないことに原因するものと思われるので、著者らが別の実験で求めた結果によると、 $n=N-(1.4\sim 1.6)$ ぐらいになるので、これを用いることにより、ねじり弾性式からも比較的正確なたわみを求めることができる。実験結果の詳細発表については次の機会にゆずる。

(7) 実験の範囲内では素線径および材質は、たわみ係数にほとんど影響しないと考えられる。

参 考 文 献

- 1) Timoshenko, Strength of Materials, part, 1 p. 81
- 2) Wood, Trans ASME, vol 51, p 186 (May 1929)
- 3) Austin, Trans ASME, vol 51, p 195 (May 1929)
- 4) Göhner, VDI Bd 16, S 269 (Nr 11 1932)
- 5) 池田正二, 機械学会論文集
- 6) 作井誠犬, 金属, 21, 8, (1951 8 月)
- 7) 小玉正雄, 金属学会講演会, (昭26.10 (神戸))
- 8) 佐賀二郎, 高川定二, 機械学会, 31, 定期総会講演会前刷, (昭29.4.)