コンクリートの初応力について*

大 浜 文 彦**

On the Initial Stresses in Concrete

by

Fumihiko OHAMA

(Mie University)

This paper reports on the researches concerning the initial stresses in concrete.

At first, in order to predict the shrinkage and the initial stresses in concrete, the graphical and numerical computation are described. And then, as one of the measuring methods of the initial stress in concrete specimen that has been exposed to the air, procedures and results of the whittling and erasing methods are stated. Test results are in accordance also with the decrease of bending strength of the similar specimen.

In general, the intensity of the initial stress at the surface of the specimen is found to be about 20kg/cm² (tension) in mortar, and about 15kg/cm² (tension) in concrete.

(Received May 23, 1959)

1. 緒 言

コンクリート構造物では、乾燥や冷却などによって、初応力 (Initial Stress) が発生し、荷重が加わる以前に、ある程度の応力が存在する。とくに、これらによる容積変化の分布があれば、外的に変形が自由な場合でも、コンクリート内部では局部的に容積変化が抑制されて初応力を発生する。初応力と荷重による応力との和が破壊応力をこえれば、き裂が発生する。初応力の応力度が大であれば、そのみでもき裂を発生するが、初応力の分布は、普通、コンクリートでは、表層での勾配が急であって、き裂発生は、表層ごくわずかの部分にとどまっていることが多い。しかし、このときでも、見かけ上、強度が低下する。したがって、なるべく初応力を発生することの少ないコンクリートを用いることが、き裂防止上大切である。

実際に生ずる初応力の推定に対しては、これまでの研究では、まだ充分とはいえないので、著者は、つぎの項目について基礎的な研究を試みた。

A) 初応力を発生する因子の研究

従来の収縮応力、熱応力のほかに、加温を伴った乾燥湿潤の繰り返しによる応力を考え、その際の容積変化(長さの変化)を実験的に追求した。また沈下収縮¹⁾²⁾や硬化収縮についても、実験ならびに考察を行なった。

B) 初応力の解析と実測

コンクリート内に容積変化が分布するとき、その連続性を保つために変形が抑制されて、初応力を生ずる

のであるから、クリープを考慮しても、各瞬間では、任意断面で初応力がつりあうものと考えれば、初応力の分布は、構造力学的方法、または、弾性学的解析によって求められる。しかし、これによるときは、場合によっては複雑な式となり、非実用的である⁴⁾。

著者は、差分方程式やリラクセーション法を応用し、数値解法を図解化して、とくに簡易なものとした⁵⁾。

また、実験的に初応力を発生させたはり状供試体の初応力の測定法の一つとして、曲げ試験における強度の減少の観察と、切削法をコンクリートに応用することを試みた⁹⁾¹⁰⁾。

C) コンクリート水路、その他の初応力の考察

本研究を、農業土木の主要構造物たるコンクリート水路その他に応用した⁶⁾。

以上の各項のうち、本稿では、初応力の図解法と、コンクリート表層の初応力の実測について述べたいと思う。

2. 初 応 力 の 解 析

コンクリートの初応力では、常に表層での引張り応力が問題である。このように、初応力を生ずるところの冷却や乾燥による収縮の分布を数式で表現することは、厳密には非常に困難なことであるが、若干の誤差を実用上、ほとんどさしつかえない程度にとどめるものとして、広くつぎの方程式が用いられている。

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = h^2 \left(\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial z^2} \right) \quad (1)$$

ここに、 ε は収縮ひずみ、 t は時間、 x, y, z は直交座標軸に関する座標、 h^2 は冷却の場合は温度伝播率、

* 原稿受付 昭和34年5月23日

** 正員 三重大学農学部

乾燥の場合には、水分伝播率とよばれる係数で、ディメンションは L^2T^{-1} である。

表面における境界条件は、

$$\lambda \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = \alpha \varepsilon \quad (2)$$

ここで、 λ は熱伝導率、 α は表面における熱伝達率、または、水分の伝導率と表面における水分伝達率である。ただし、水分の伝導率として、単位面積が、単位距離で相対し、両面の含水率の差が、飽和水量に対し 1 パーセントであるとき、両面間を単位時間に移動する水量を同じパーセントで表わせば、水分伝導率は、水分伝播率と同じ値で示される。

コンクリートの収縮を左右するのは、セメントと半ば結合して存在する半結合水である。コンクリート中に含まれる水量のうち、約 50% 前後を占める自由水の放散が終了後、さらに乾燥して半結合水が放散してはじめて認められるほどの収縮が現われる。この収縮量は失われる半結合水の量にほぼ比例する。したがって、以上の水分伝導率、水分伝播率、ならびに、水分伝達率などはいずれもこの半結合水に関する値である。

$t=0$ 、または、 $t=\infty$ における ε の境界値を条件とし、式(1)、(2)を解いて、コンクリート体内の収縮分布が求められる。

本論文では、有限微少量 $\Delta \varepsilon$ 、 Δt を用いて計算する階差方程式によるものとし、さらに簡単のため、厚さ方向にのみ、熱や水分が移動するところのスラブ中央付近のみの収縮の分布を考えれば、式(1)、(2)はつぎのようになる。

$$\frac{\Delta \varepsilon}{\Delta t} = k^2 \frac{\Delta}{\Delta x} \left(\frac{\Delta \varepsilon}{\Delta x} \right) \quad (3)$$

$$\frac{\Delta \varepsilon}{\Delta x} = \frac{\alpha}{\lambda} \varepsilon \quad (4)$$

いま、スラブ表面を $x=0$ とし、厚さの方向に x 軸をとり、厚さ D を n 個の Δx (微少量) で分割し、Fig. 1 のように、0, 1, 2, 3, ..., m , n を定める。時刻 t のときの点 m の ε を ε_m とする。ここで、

Fig. 1 Graphical computation of shrinkage distribution

$$\Delta t = \frac{(\Delta x)^2}{2h^2} \quad (5)$$

とし、 Δt 間の ε_m の増分を $\Delta \varepsilon_m$ (ただし、 $m=1, 2, 3, \dots, n$) とし、 m 点での ε の勾配を、 m 点の前後で、

$$\left(\frac{\Delta \varepsilon}{\Delta x} \right)_{+m} = \frac{\varepsilon_{m+1} - \varepsilon_m}{\Delta x}$$

$$\text{および} \quad \left(\frac{\Delta \varepsilon}{\Delta x} \right)_{-m} = \frac{\varepsilon_m - \varepsilon_{m-1}}{\Delta x}$$

とすれば、式(3)より、

$$\varepsilon_m + \Delta \varepsilon_m = \frac{1}{2} (\varepsilon_{m+1} + \varepsilon_{m-1}) \quad (6)$$

これは、 m 点の $t + \Delta t$ における ε の値である。

さらに、Fig. 1 に示すように、コンクリート表面 O より、 λ/α の距離にある x 軸上の点 P より点 1 での ε の曲線に接する直線をひいて、これが O 点より点 1 までの ε の値を示すものとすれば、 ε_0 は式(4)を満足する。すなわち、式(4)より、 $\Delta \varepsilon = \varepsilon_1 - \varepsilon_0$ 、 $\varepsilon = \varepsilon_0$ とすれば、

$$\varepsilon_0 = \frac{\lambda}{\lambda + \alpha \Delta x} \varepsilon_1 = \varphi \varepsilon_1 \quad (7)$$

$$\text{ただし、} \varphi = \frac{\lambda}{\lambda + \alpha \Delta x}$$

以上の結果より、 $t + \Delta t$ における ε_m の値は、 t における ε_{m-1} 、 ε_{m+1} の算術平均であること、および、 ε_0 は常に ε_1 に φ を乗じて求められることが明らかである。

したがって、 $t=0$ における収縮の分布が与えられれば、 $t=\Delta t, 2\Delta t, \dots$ における ε の値は、逐次的に求められる。とくに、 $t=0$ における ε がコンクリート厚さ全体にわたり一定値 $\varepsilon_{t=0}$ であるときは、逐次的に求めることによる誤差を少なくするために、

$${}_nC_r = \frac{n!}{(n-r)! r!} \quad \text{であるとき、}$$

$${}_nC_r = {}_{n-1}C_{r-1} + {}_{n-1}C_r$$

なる関係を利用し、つぎの級数によって、 $t=n\Delta t$ における ε の値より出発することができる。 $t=n\Delta t$ における i 点 ($i \leq n$, n, r 整数) の ε の値を ε_{in} とするとき、
 n : 奇数

$$\varepsilon_{in} = \frac{\varepsilon_{t=0}}{2^{n-1}} \left\{ \sum_{r=0}^{r=\frac{n-3}{2}} {}_{n-1}C_r (\varphi^{n-i+2r} + \varphi^{n-i+2r+1}) + {}_{n-1}C_{\frac{n-1}{2}} \right\} \quad (8)$$

n : 偶数

$$\varepsilon_{in} = \frac{\varepsilon_{t=0}}{2^{n-1}} \sum_{r=0}^{r=\frac{n}{2}-1} {}_{n-1}C_r (\varphi^{n-i+2r} + \varphi^{n-i+2r+1}) \quad (9)$$

ただし、 $\varphi^0 = \varphi^{-1} = \varphi^{-2} = \dots = 1$ とする。

収縮の分布が求められたとき、Fig. 2 に示すように、原断面位置に平行で、 ε の平均値を示す面は、曲がりのみが抑制されたときの原断面の変位後の位置である。このときの初応力の分布は、 ε 曲線と変形後の断面との間にはさまれる抑制された変形に弾性係数を乗じた

ならない。Fig. 3 に示すように、Maxwell の方程式を同じく差分方程式に変形すれば、これも図解的に行なうことができるが、ここでは短時間での初応力の発生持続を考えることにする。

厚さ D のスラブを 10 等分し、 $4x = \frac{D}{10}$ のとき、 $\lambda/\alpha = 4x$ として、 $t = dt, 2dt, 3dt, \dots, 9dt$ における乾燥収縮の分布を求めれば、Fig. 4 のとおりである。

3. 初応力の実測

実際にコンクリート中に生ずる初応力の大きさを測定するために、つぎの二つの方法により実験を行なった。

a) 40°C 、風速約 1m/sec 湿度は Fig. 5 中に示す程度の空気中で、はり形供試体を一面だけから乾燥させて、表層に引張の初応力を発生させ、この供試体と乾燥させないものとの曲げ強度の減少により、初応力の大きさを推定した。

b) a) と同じく、初応力を発生した供試体の乾燥面を層状に切削すれば、切削部に作用していた初応力は除かれて供試体は変形する。これを供試体各部に配置した抵抗線ひずみ計で測定し、切削深さに対する変形量から、その深さまで存在した初応力を測定した。

以下、各項について報告する。

a) 乾燥による供試体の強度低下

① 供試体：普通ポルトランドセメント、および 2 種高炉セメントを使用したモルタル、およびコンクリート（骨材最大寸法 10mm）を用い、供試体寸法は $7.5 \times 15 \times 53\text{cm}$ である。所定の日数水中で養生した供試体は、1 面のみを残し（ $7.5 \times 53\text{cm}$ の面とした）、他面にはラッカーを塗り、蒸発はその面からのみ行なわれるようにした。

② 乾燥処理：乾燥は、著者の研究室内の恒温恒湿室で行ない、気温 40°C 、風速約 1m/sec、湿度、普通ポルトランドセメント使用のもの、 $67 \pm 2\%$ 、高炉セメント使用のもの、 $53 \pm 2\%$ とした。

③ 破壊試験：乾燥面が引張側端縁となるように、スパン 45cm、3 等分点、2 点荷重をアムスラー型圧縮試験機でかけて曲げ強度を求めた。

4. 試験結果

使用したモルタル、およびコンクリート配合と、その供試体を乾燥した時間の長さとの曲げ強度との関係を Fig. 5 に示す。

b) 切削法による初応力の測定

① 供試体および乾燥処理：a) とまったく同一である。また、使用配合は Fig. 6 中に示す。

② 切削：乾燥させた恒温恒湿室内で行ない、平刃のたがねで、乾燥面をゲージ幅の 3 倍だけ削った。各回の切削深さは、10mm 前後としたが、これを常に一定とすることは困難であって、その前後に多少違って

Fig. 5 (a) Relation between duration of drying and bending strength (by case of 1:2 mortar)

Fig. 5 (b) Relation between duration of drying and bending strength (by case of concrete)

Fig. 6 (a) Distribution of average initial stress

いる。たがねで削った後、静かにいしでこすって切削面を平面とし、もとの乾燥面に平行にした。

③ 変形の測定：乾燥面に相対する面の切削箇所に

Fig. 6 (b) Distribution of average initial stress (Portland cement concrete)

Fig. 6 (d) Distribution of average initial stress (2 shu slag cement concrete)

Fig. 6 (c) Distribution of average initial stress (2 shu slag cement mortar)

対する点、それより 2.5cm 間隔に両側面 4 箇所、計 5 枚のゲージを Fig. 7 に示すように貼りつけ、供試体および恒温室が 20°C に冷却した後、静的測定用抵抗線ひずみ計で補償ゲージとバランスさせ、各回の切削後にひずみを測定した。約 10mm を切削するに要する時間は 5~10 分程度である。なお、冷却中は乾燥面にもラッカーを塗った。

④ 測定結果の解析：乾燥面を層状に切削して生ずる、各点のひずみ測定値によると切削部中央を横断する平面は、変形後においても、だいたい平面である。

Fig. 7 Arrangement of strain-gauge on the surfaces of specimen

また、除かれた初応力の合力が表層にあれば、この断面の中立軸は、反対側より 1/3 高さの点にある。しかし、実際には合力はそれよりやや内側にあるため、中立軸の位置は 1/3 高さよりわずかに反対側にある。この関係は、切削中の乾燥または切削操作そのものによって、切削深さ以上の内部の応力まで除かれてしまうような場合の判定の参考にした。だいたいにおいて、中立軸の位置は切削前後表面より考えると、その反対側より 1/3 高さの点付近に認められたが、切削の深さが大となると、長時間経過する関係もあって、1/3 高さの点よりはなれてくる傾向があり、そのいちじるしいものは測定を中止した。

切削によって除かれた力は、供試体断面各位置に現われた伸びと縮みを生ずるに必要な断面力に等しいものであって、中立軸が前述のように切削面反対側より

Fig. 8 Presumed distribution of initial stress

1/3 高さの点付近にあって、反対側面に縮みが現われるので、この場合引張力である。

⑤ 測定結果：Fig. 6 に切削深さと、その除かれた力との関係を示す。この力の大きさは各切削深さに存在した力の平均であって、Fig. 8 に示すように破線で示す曲線が初応力の実際に分布する形に近いであろう。

4. 考 察

コンクリートは多くの場合、普遍的な数値を出すことが困難であるが、水分の蒸発、とくに、半結合水の放散に関しては、配合、セメント種類など、数多くの因子によって広い範囲に変化するので、初応力の値は非常にまちまちである。しかし、本実験から得られた範囲では初応力の値は表面で 15 kg/cm^2 程度の引張り応力であった。乾燥条件を同じにしたときの曲げ強度の減少量から考えても、この程度の乾燥で生ずる初応力は、このくらいの値と判定することができると思う。

切削による実測値は、表層より供試体厚さの約 1/3 付近までしか求められていないが、これは金属と異なりコンクリートはこれ以上切削深さを増せば折れやすく、切削できないこと、および長時間経過するために、内部の応力が変わることによるものである。また、供試

体の間の不均質性もあって、金属材料の残留応力の場合のように、2 個の供試体をそれぞれ反対側から若干オーバーラップするように切削して、その分布をつなぎ合わせることはできなかった。

また、Fig. 4 に示す計算値は、本実験に用いたような厚さ 15 cm 、風速 1 m/sec 、温度 40°C 、湿度 67% の場合は $\lambda=0.003(\text{mh})^{-1}$ の水分伝播率のコンクリートの乾燥の場合に相当する。これと実測値と比較してみると、そうとう時間乾燥したときの実測値でも、乾燥収縮の進行が、あまりコンクリート内部深くまで及んでいないことを示している。すなわち、多くの場合、表層での初応力分布曲線の勾配が急であり、引張りから圧縮に変わる点が比較的表層近くに存在する。

乾燥収縮は、自由水の放散後半結合水が失われて、はじめて現われるが、その中間では一部分自由水と、半結合水の両者が同時に放散することもある。時間的経過が解析的方法によって得られたものと似ていない場合もあるが、表層近くの分布状態はよく合っている。しかし、半結合水の放散開始時 $t=0$ をはっきりと定めることは現在のところ困難であるが、コンクリート構造物工事の設計、および施工においては、初応力はその最大値と、その発生箇所の推定ないし危険箇所付近の分布状態が明確に推定できれば充分ではないかと思われる。とくに、セメント、骨材など、コンクリート材料によって、初応力の最大値、および分布状態が異なるので、初応力発生によるき裂を少なくするための材料試験法として、本研究はある程度有益であると思われる。

参 考 文 献

- 1) 大浜文彦, 坂村景, セメント技術年報, 319 (昭31)
- 2) 大浜文彦, 土木学会論文集, 46, 7 (昭32)
- 3) 大浜文彦, 土地改良 (昭32-7)
- 4) 大浜文彦, 山口大学工学部学報, 4-1, 42 (昭28-10)
- 5) 大浜文彦, 三重大学農学部学術報告, 18, 89 (昭33-10)
- 6) Carlson R.W. Jour. ACI, 34 (1937)
- 7) Schmidt E, Fopples Festschrift (1924)
- 8) Prof. A.D. Ross and T.W. Bray, Magazine of Concrete Research, 9 (1949)
- 9) 磯織卓郎ほか2名, 応用物理, 26-4 (昭32)
- 10) 川内雄一, 応力測定法, 358 (昭30-9), 朝倉書店