半月形みぞを有する炭素鋼の回転曲げ疲労について*

森 島 鎮 雄** 田 中 勉**

On the Rotating Bending Fatigue of Carbon Steel Shafts with a Wood-Ruff Key Way

by

Shizuo MORISHIMA and Tsutomu TANAKA
(University of Osaka Prefecture)

The shafts with a wood-ruff key way, which revolve under the rotating bending load, have a weak point concerning the fatigue strength, because of the depth of the key way. We carried out experiments with regards to fatigue, using the specimens of carbon steel (S45C), on which a key way of every different width and depth is worked. The results obtained through our experiments are as follows :

(1) When the key way width is only about one sixth of the shaft diameter, notch effects induced at the corners of key way give a greater influence on the fatigue strength, than the maximum bending stress at the middle of both sides of it, especially when the depth of key way is big. Most shafts of this sort are broken at the corner of key way.

(2) When the way width is one-third or more of shaft diameter, the bending stresses induced at the middle of both sides of key way increase in accordance with the depth of it, therefore, the fatigue strength of shaft falls naturally. On the other hand, as notch effects at the corners of key way decrease, the rate of lowering of the fatigue limit becomes gradually smaller. In this case, most specimens are broken at the middle of both sides of key way.

(3) It was found from the experimental results that in the key way of the same dimension, overload breaks specimens at the middle of both sides of key way, while the load near the fatigue limit breaks them at the end of those due to notch effect.

(4) When specimens break at the end of key way, most specimens have the origin of breakdown at both corners, where concentrated stress induced by notch effect is at its maximum.

(5) According to the results of our experiments, we propose to set bounds to the dimension, making the way width within the range from 1/5 to 1/3 of shaft diameter, and the way depth below 2/5 of shaft diameter.

(Received June 29, 1960)

1. 緒 言

半月キーは自動車、工作機械などに広く用いられており、軸とボスとのはめあいに対し自動的に位置を調節する利点があり、なおみぞの工作は半月キーみぞ¹⁾フライス²⁾で比較的容易に行なうことができるが、みぞが軸の中心近くまで深く入り込むため、それが軸の強度上特に回転曲げ荷重を受ける場合疲労強度上の弱点となる。しかしこれに対する実験結果がほとんど見当たらないので、著者らはその第1段階として、炭素鋼試験片に幅および深さを異にする数種の半月形みぞを加工したものにより回転曲げ疲労試験を行ない、キーみぞ寸法が疲労強さに及ぼす影響、それらの疲労破壊の機相に対して検討を加えて若干の成果を得た。

しかしこの種のキーみぞに対する研究は、今後更にキーみぞ隅角の半径の影響、材質および熱処理、軸とボスとのはめあい方式および繰返荷重の種類などの影響について検討を加えねばならないものと思う。

2. 供試材料および実験方法

(I) 供試材料

この研究に使用した材料は直径 19 mm の熱間圧延棒鋼 (S45C) で、その化学成分および機械的性質を Table 1, 2 に示す。

(II) 実験方法

上記材料で平行部の直径 12 mm、平行部の長さ 25 mm の標準疲労試験片を製作し(全面研磨仕上げ)、平行部の中央に長さ方向に直径 20 mm の半月キーみぞフライスにて Table 3 に示す各寸法の半月形みぞを加工して、それら全試験片に対して 850°C で真空焼鈍

* 原稿受付 昭和35年6月29日

** 正員 大阪府立大学工業短期大学部

を行なった。Table 3 において、-の前の数字はみぞ幅寸法を後の数字はみぞ深さ寸法を示す。これらの試験片を用いて、小野式回転曲げ疲労試験機(1690 rpm)により疲労試験を行ない、得られた実験結果について検討を加えた。

3. 実験結果および考察

(I) みぞ中央部に生ずる最大曲げ応力

Fig. 1 はみぞ中央部(最も深い部分)における試験片の横断面である。試験片全長にわたって、同一回転曲げモーメントを与えたとき、最大曲げ応力は同断面のみぞ外角の a または b が $Y-Y$ 軸上にきたとき、その位置に生起する。いま計算の複雑を避けて、Fig. 1 の a および b の位置に生ずる曲げ応力を、回転曲げモーメント下のその断面の最大曲げ応力とみなした。重心 o' を通る断面の中立軸 $X-X$ に対する a および b の断面係数を各みぞ寸法に対して計算して、各曲げモーメントに対する各試験片の最大曲げ応力を求めた。その計算値の一部を線図に示したものが Fig. 2 である。

Table 1 Chemical composition of material (%)

C	Mn	Si	P	S
0.45	0.71	0.29	0.016	0.011

Table 2 Mechanical properties of material

Tensile strength σ_B (kg/mm ²)	Yield point σ_S (kg/mm ²)	Endurance limit σ_w (kg/mm ²)	Elongation δ (%)	Area contraction ψ (%)	Hardness H_B
63.3	39.6	27.7	24.0	43.2	178

Table 3 Dimension of wood-ruff key way

	2-2		2-4		2-6
	3-2		3-4		3-6
4-1	4-2	4-3	4-4	4-5	4-6
	5-2		5-4		5-6

Fig. 1 Cross-section of specimen at the middle of key way

この線図で明かなように、同じみぞ幅(この場合は3 mm)のものでは、みぞ深さが增大するほど当然曲げ応力も増大するが、その増加率はみぞが浅いうちは大であるが、みぞが軸の中心近くまで深くなるにしたがって緩慢となる。また同じみぞ深さに対してはもちろんみぞ幅が大きいものほど曲げ応力は大であるが、みぞ幅による曲げ応力の増加量はみぞ幅が大になるにしたがって増大する。すなわちみぞが広くなれば曲げ強度に対しては著しく弱くなる。Fig. 2 に曲げモーメント280cm-kgの場合を示したが、みぞ深さ6 mmに対してみぞ幅が2, 3, 4, 5 mmと広くなるにしたがって生起する曲げ応力は20.6 kg/mm², 23.3 kg/mm², 27.2 kg/mm², 32.9 kg/mm² となりその増加量は増大する。

(II) みぞ端における応力集中の影響

曲げ荷重に対するみぞ端隅角における応力集中率は Fig. 3 に示す角度 ϕ ($\overline{AA'}$ は円弧ABのAにおける切線)と角度 θ ($\overline{AA''}$ は曲線ACのAにおける切線)の関数であるとみなして、それらの角度を各みぞ幅とみぞ深さについて求めてみた。 ϕ は幾何学的に簡単に求められるが、 θ は次のようにして求めた。Fig. 3 におい

Fig. 2 Relation between maximum bending stress and dimension of key way

Fig. 3 Illustration of ϕ and θ

て曲線 AC は半径 r の円筒 (直径 12 mm の試験片) と半径 R の円板 (直径 20 mm のみぞフライス) が中心軸間距離 a (みぞ深さにより決まる) において相貫して生じた 3 次曲線であるから、その方程式は $y = \sqrt{r^2 - x^2}$ $z = \sqrt{R^2 - (y - a)^2}$ により示される。AB の方向余弦は 0:1:1 に比例し $\overline{AA''}$ の方向余弦は 1:y':z' に比例するから AB と $\overline{AA''}$ とのなす角度 θ は $\cos\theta =$

Fig. 4 Relation between ϕ and dimension of key way

Fig. 5 Relation between θ and dimension of key way

$\frac{z'}{\sqrt{1+(y')^2+(z')^2}}$ により求められる。Fig. 4, Fig. 5 はこれらの計算結果を線図で示したものである。Fig. 4 により明らかなように、角度 ϕ は同一みぞ幅に対しては当然みぞ深さが増すにしたがって減少するが、同一みぞ深さではみぞ幅が増加するにしたがってわずかながら増大する。また Fig. 5 で示されたように、角度 θ は同一みぞ幅に対しては、みぞ深さが増すにしたがって減少し、同一みぞ深さに対しては、みぞ幅が増加するにしたがって角度 θ は増大する。みぞ深さの増加に伴う角度 θ の減少率は、みぞ幅の大なるものほど大である。これを要するに角度 ϕ においても θ においても、切欠による応力集中率に対する傾向は同じであって、みぞが広くて浅いものは切欠による応力集中

Fig. 6 S-N curves of specimens with a key way of 2 mm width and 2, 4, 6 mm depth

Fig. 7 S-N curves of specimens with a key way of 3 mm width and 2, 4, 6 mm depth

の影響は緩慢であるが、みぞ幅が小でみぞが深いものはその影響は著しいものである。

(III) S-N 曲線

Fig. 6~Fig. 9 は各寸法の半月形みぞに対して求めた S-N 曲線である。Fig. 6 はみぞ幅 2 mm でみぞ深さが 2, 4, 6 mm のもの、Fig. 7 はみぞ幅 3 mm で深さが 2, 4, 6 mm のもの、Fig. 8 はみぞ幅 4 mm で深さが 1, 2, 3, 4, 5, 6 mm のもの、Fig. 9 はみぞ幅 5 mm で深さが 2, 4, 6 mm のものである。この場合縦座標は試験片平滑部の曲げ応力でみぞ中央部に生じた曲げ応力ではない。すなわち見かけの応力であるが、加えた荷重すなわち曲げモーメントに比例する。Fig. 10 は以上の実験結果より得られた各みぞ幅

Fig. 8 S-N curves of specimens with a key way of 4 mm width and 1, 2, 3, 4, 5, 6 mm depth

Fig. 9 S-N curves of specimens with a key way of 5 mm width and 2, 4, 6 mm depth

およびみぞ深さに対する疲労限度を線図で示したものであり、Table 4 はその数値と平滑材の疲労限度 27.7 kg/mm² に対する各みぞ寸法の疲労限度の比率を示したものである。更にみぞ寸法の疲労限度に及ぼす影響を検討するため上記の S-N 曲線を Fig. 11~Fig. 13 のように書き替えてみた。すなわち Fig. 11 は同じみぞ深さ 2 mm に対してみぞ幅を 2, 3, 4, 5 mm に変えたものであり、Fig. 12 はみぞ深さ 4 mm に対して、Fig. 13 は深さ 6 mm に対してそれぞれみぞ幅

Fig. 10 Relation between fatigue limits calculated on the cross-section out of key way and dimensions of key way

Table 4 Fatigue limits (in Fig. 10) of specimens of every way dimension (a. kg/mm²) and ratio of these fatigue limits to that of specimen without the way (b)

Width Depth (mm)		2	3	4	5
1	a	—	—	23.6	—
	b	—	—	0.85	—
2	a	23.6	18.9	20.0	21.0
	b	0.85	0.68	0.72	0.76
3	a	—	—	16.5	—
	b	—	—	0.60	—
4	a	16.5	14.7	15.3	13.6
	b	0.60	0.53	0.55	0.50
5	a	—	—	13.6	—
	b	—	—	0.50	—
6	a	14.7	13.6	12.4	11.2
	b	0.53	0.50	0.45	0.40

を 2, 3, 4, 5 mm に変えたものである。これらのうち Fig. 13 に示すみぞ深さ 6 mm の場合はみぞ幅が 2, 3, 4, 5 mm と増大するにしたがって、疲労限度も当然順序どおり低下しているが、この低下する比率は Fig. 2 に示すみぞ中央部に生ずる最大曲げ応力からみればかなり小さいものである。Fig. 2 に示した負荷モーメント 280 cm·kg の場合、みぞ幅 2 mm, 深さ 6 mm のものに生ずる最大曲げ応力は 20.6 kg/mm^2 であるが、みぞ幅 5 mm, 深さ 6 mm のものでは 32.9 kg/mm^2 である。これは約 60% の増大である。しかるに前記の実験結果ではこの疲労限度の低下率は 24% にすぎない。これは Fig. 4, Fig. 5 における角度 ϕ , θ による切欠の影響によるものと考えられる。すなわち ϕ および θ の両方ともみぞ幅 5 mm のものは、みぞ幅

Fig. 11 S-N curves of specimens with a key way of 2 mm depth and 2, 3, 4, 5 mm width

Fig. 12 S-N curves of specimens with a key way of 4 mm depth and 2, 3, 4, 5 mm width

2 mm のものに比べてかなり大となるため、みぞ端の切欠による応力集中の影響が緩和されるためであると考えられる。なお実験結果によれば疲労限度近くにおける破断がほとんどみぞ端で起こっていることから、この考え方は裏づけられている。また Fig. 12 によればみぞ深さ 4 mm のものでは、みぞ幅 4 mm のものが 3 mm のものよりわずかではあるが疲労限度は高くなっており、Fig. 11 に示すみぞ深さ 2 mm のものではみぞ幅 5, 4, 3 mm の順序に逆に高い疲労限度が示めされている。Fig. 4, Fig. 5 によればみぞが浅くなるに従い ϕ , θ とも増大して切欠の影響は緩和されるはずであるから、この結果は矛盾するようである。しかし Fig. 2 が示すように、みぞ中央部に生起する最大曲げ応力はみぞが浅い場合は深い場合に比べてみぞ幅による応力差は小さく、そして一方みぞ幅による θ の差は Fig. 5 が示すようにみぞが浅いものほど大きいことからみれば、この実験結果も説明がつくものである。なおこのみぞ端の切欠の影響を明らかにするため、各寸法のみぞに対する疲労限度を平滑部の応力でなく、みぞ中央部に生ずる応力によって示したもの、および平滑材の疲労限度 27.7 kg/mm^2 に対するこれらの疲労限度の比率を Table 5 に示した。またこれらの関係を線図によって Fig. 14 に示した。Fig. 14 においてみぞ深さ 6 mm のものは、Fig. 10 とは全く逆にみぞ幅 2, 3, 4, 5 mm と増大するにしたがって疲労限度は高くなっている。すなわち切欠の影響が全然なければ、すべて平滑材の疲労限度の線に集まるものと考えられるが、このように低下するのは切欠による応力集中の影響であると思われる。この見地から ϕ , θ とも最大であるみぞ幅 5 mm の場合が一番高く、 ϕ , θ が最小であるみぞ幅 2 mm の場合が一番低いことは当然

Fig. 13 S-N curves of specimens with a key way of 6 mm depth and 2, 3, 4, 5 mm width

の結果である。これはみぞ深さ 4, 2 mm に対しても、みぞ幅 2 mm 深さの場合を除けばすべてみぞ幅が広いものほど疲労限度は高くなっている。Table 4 の b は平滑材の疲労限度の基準に対して、各みぞ寸法のみぞ端の切欠部とみぞ中央部の最大曲げ応力との両方の影響を考えた疲労限度の比率であるが、Table 5 の b は同じく平滑材の基準に対して、みぞ端の切欠の影響のみを考えにいたしたもの比率であり、切欠部の切欠系数に相当するものである。みぞ幅 5 mm, 深さ 2 mm

Table 5 Fatigue limits (in Fig. 14) of specimens of every way dimension (a. kg/mm²) and ratio of these fatigue limits to that of specimen without the way (b)

Width Depth (mm)		2	3	4	5
1	a	—	—	26.1	—
	b	—	—	0.94	—
2	a	26.7	22.7	25.7	28.1
	b	0.96	0.82	0.93	1.01
3	a	—	—	23.5	—
	b	—	—	0.85	—
4	a	20.0	20.0	23.2	24.1
	b	0.72	0.72	0.84	0.87
5	a	—	—	21.7	—
	b	—	—	0.78	—
6	a	18.2	19.0	20.2	22.2
	b	0.66	0.69	0.73	0.80

Fig. 14 Relation between fatigue limits calculated on the cross-section of the middle of key way and dimensions of key way

では切欠の影響が全くないことを示している。

(IV) 破断位置

試験片の疲労破断したものについて、その破断位置がみぞ中間部(大部分はみぞ中央部)であるか、みぞ端(両隅より 1 mm 前後みぞの中には入った位置で破断したものを含む)であるかについての実験結果を Table 6 にまとめてみた。なお上記の各 S-N 曲線において、黒印で示したものはいずれもみぞ中間部で破断したものであり、白印で示したものはみぞ端で破断したものと破断しないものである。Table 6 によればみぞ幅 4 mm, 深さ 1 mm では 6 本とも全部が、またみぞ幅 4 mm, 深さ 2 mm とみぞ幅 5 mm, 深さ 2 mm とでは 8 本, また 7 本のうち一本以外はみなみぞ中間部で破断している。これに反してみぞ幅 2 mm, 深さ 6 mm とみぞ幅 4 mm, 深さ 6 mm とでは 6 本とも全部が、みぞ幅 3 mm, 深さ 6 mm では 7 本のうち 6 本までがみぞ端で破断している。すなわちみぞ幅が広く浅いものはほとんどがみぞの中間部で破断し、みぞ幅が小さく深いものはほとんどがみぞ端で破断している。この中間のものは両者により破断している。この実験結果は明らかに (I) (II) (III) で述べたことの裏づけであって、みぞ幅が広くて浅いものはみぞ中央部に生ずる最大曲げ応力により破断し、みぞ幅が小さく深いものはみぞ端の角度 ϕ と θ による応力集中の影響により破断することを示している。

次に同一みぞ寸法のものでは、繰返荷重が大なる場合ほどみぞ中間部での破断が多く、繰返荷重が疲労限度近くまで低下してくると、ほとんどがみぞ端で破断する傾向が各 S-N 曲線で明らかに示されている。これについて著者らは次のように考える。いま Fig. 2 に示すみぞ幅 3 mm, 深さ 6 mm のものを例にとれば、その曲げモーメントが 200 cm-kg の場合、曲げ応力はみぞ端(深さ 0 mm の位置、ただし切欠の影響は考えない)において、11.8 kg/mm², みぞ中央部(深さ 6 mm の位置)では 16.7 kg/mm² であるが、曲げモーメントを 2 倍に増大すれば、当然それぞれの曲げ応力も 2 倍に増大する。すなわちみぞ端では 11.8 kg/mm² みぞ中央部では 16.7 kg/mm² 増大する。曲げモーメントの増大に伴う曲げ応力の増加量は、このみぞ寸

Table 6 Position of rupture in every dimension of key way

Dimension	Middle	End	Dimension	Middle	End	Dimension	Middle	End
2-2	3	4	3-6	1	6	4-5	2	5
2-4	1	5	4-1	6	0	4-6	0	6
2-6	0	6	4-2	7	1	5-2	6	1
3-2	4	5	4-3	7	4	5-4	3	5
3-4	2	6	4-4	3	4	5-6	2	5

法のものでは、みぞ中央部のほうがみぞ端よりも 44% 大である。この傾向はみぞ幅の大きいものほど著しくなる。このことは過大曲げモーメントでは、みぞ中央部に最初より破断応力に近い応力が生じるゆえ、これに繰返荷重が加われば、急激に疲労が進展してみぞ中央部で破断が起こるが、疲労限度近くの低荷重では、みぞ中央部に起こる応力は破断応力とはまだかなり隔たりのあるため、破断までには時間がかかるものと考えられる。一方みぞ端ではその応力はもちろんみぞ中央部に生ずるそれよりも低いが、 ϕ および θ による切欠の影響によりみぞ中央部よりすみやかに疲労が進展して、みぞ端においてさきに破断に至るものと考えられる。したがって疲労限度はみぞ端の角度 ϕ および θ の影響によることがかなり大きいものと思われる。

(V) 破断の様相

破断がみぞ中間部で起こった場合はいずれもみぞの両側外角を原点として、それから疲労が進展していることは、破断面における月形状の疲れき裂部によって明らかである。みぞ端で破断したものについては、Fig. 15 にその代表的な破断方式を示した。

(1) みぞ幅 2 mm、深さ 6 mm などの繰返し荷重が大きい場合にみられるもので、一端の両隅からみぞ長さ方向にほとんど直角に破断したものである。

(2) 各みぞ寸法にわたって多数にみられたもので、破断の原点はみぞ端の両隅であるが、両隅からみぞの底面に斜めに破断したものである。

(3) これも多数にみられたもので、みぞ端両隅が破断の原点であるが、破壊は両隅からみぞ底部の角にそって、少し進んでからみぞ底面を横断している。

(4)(5) 破断はみぞ端の一隅から起こり、みぞ底部の角に沿って少し進んでからみぞ底面を横断して、あるいはみぞ底面を斜めに進んで他側のみぞ底角に達して、試験片を破断している。この場合は疲れによるき裂部は一隅から大きく進展しており、みぞの他側には少し現われているか、または全く現われていない。

これらの疲労破断に対して、その原点は応力の集中

Fig. 15 Illustration of cross-section at the end of key way ruptured by fatigue

により最大の応力を生ずる位置であり、それはみぞ端では両隅であることが推測される。断面が急変する軸の純曲げによる応力集中係数は、理論的には双曲線環状みぞを有する場合が得られている。また実験的には、段付軸などは既に求められているが、本実験におけるように半月形みぞを有する軸の曲げモーメントによる形状係数についてはまだ見当たらないので、著者らは引き続きこれを求めたいと思っている。

上記の疲労破断面の様相により、曲げ荷重による応力の分布状態および疲労の進展状態を推測することができた。

4. 総 括

本研究によって得られた結果を総括すれば次のとおりである。

(1) みぞ幅が軸直径の 1/6 程度の場合（本実験ではみぞ幅 2 mm のもの）では、疲労の進展にはみぞ中央部に生ずる曲げ応力よりも、みぞ端の切欠の影響のほうが断然大である。特にみぞが深いものほどそうである。したがってみぞの深いものはほとんどがみぞ端で破断する。

(2) みぞ幅が軸直径の 1/3 以上になると、（本実験ではみぞ幅が 4 mm、5 mm）みぞが深くなるに従い、みぞ中央部に生ずる曲げ応力は増大するため、軸の強度は当然低下する。しかし一方、みぞ幅が広くなれば、みぞ端の切欠の影響は減少する。したがってみぞ幅の広いものの疲労破断は、みぞ中央部に生ずる曲げ応力によって、みぞ中央部で起こる場合が多い。

(3) Fig. 10, Fig. 14 が示すように、平滑部で計算した応力（加えた曲げモーメントに比例する）によると、みぞ幅が広がるほど疲労限度は当然低下するが、みぞ中央部で計算した応力によると、みぞ幅が広いものほど疲労限度は逆に高くなる。これはみぞ端の切欠の影響が減少するためであると考えられる。

(4) 同一寸法のみぞに対しては、過大荷重ではみぞ中央部で、疲労限度近くの低荷重では切欠の影響によって、みぞ端で破断する傾向が明白である。したがって、この種のキーみぞを有する軸の疲労限度はみぞ端の角度 ϕ および θ による影響が大である。

(5) みぞ端における破断状態は、みぞ端の両隅（両隅より 1 mm 前後みぞ角にそってみぞの内部にはいった位置を含む）に疲労破断の原点をもち、これより若干みぞ角に沿って内部に割れてからみぞを横断して破断する場合が多い。破断の原点は応力集中の最大位置であることは当然である。

(6) 上述の実験結果および考察により、著者らは回転曲げ疲労強度上から、半月形みぞの寸法はみぞ幅は軸の 1/4~1/3 の範囲内に、みぞ深さは軸直径の最大 2/5 以内に定めるべきことを提唱するものである。

参 考 文 献

- 1) JIS, B 1302-1960, 半月キー
- 2) JIS, B 4230-1958, 半月キーミソフライス
- 3) ノイバー切欠広力論, 磯辺茂生訳, p. 55, 110 (昭19)
- 4) S. Timoshenko, 材料力学(下), 北島, 片山共訳, p. 230 (昭28)