論文

残留応力の測定について (第3報)*

(熱処理した平板の残留応力の測定法について)

米 谷 茂**

On the Measurement of the Residual Stress

(3rd Rep.: On the Method of Measurement of the Residual Stress
in the Heat Treated Plate)

by

Shigeru YONETANI

(Yokohama National University)

In this report, the method of measurement of the residual stress quenched or tempered plate, acting symmetrically with respect to the neutral plan, is explained, which consists of the removal of the surface layer of plate from both sides by corrosion and the measurement of the resultant change of the specific volume.

Let ${}_0\sigma_x$ and ${}_0\sigma_y$ be the residual principal stress components acting on the cross section normal to the axes x, y in the plate, and ε_v the resultant change of the volume strain in the remaining portion after the removal of outer layer up to thickness $2z$.

$${}_0\sigma_x = {}_0\sigma_y = -\frac{E}{2(1-2\nu)} \left(\varepsilon_v + z \frac{d\varepsilon_v}{dz} \right)$$

$$\varepsilon_v = \frac{2(1-2\nu)}{3(1-\nu)} \frac{\bar{v} - \bar{v}_0}{\bar{v}_0}$$

E : Young's modulus, ν : Poisson's ratio, $\bar{v}_0, \bar{v}$ is the specific volume before and after removal of layer.

The principle and the actual data of measurement are explained.

(Received Apr. 28, 1961)

1. ま え が き

平板の残留応力の測定法には、板の片面を腐食によって除去して、この除去過程における板の反対面の曲率と長さの変化を測定し、これらより板の長手方向の残留応力を求める方法がある。これには古くより1軸方向の残留応力の測定法が知られており、また近年では Treuting-Read¹⁾、あるいは、川田氏による2軸方向の残留応力の測定法が知られている。本報では曲率測定による方法を用いなくて、前報^{2,3,4)}と同じく、試料の比容積を測定して、これを用いて焼き入れあるいは焼もどしをした板の残留応力を近似的に求める方法を述べる。

2. 応力の計算式

板は厚さに比べて充分広いものとし、板の面内の互いに直角な x および y 方向に σ_x, σ_y なる残留応力を持っているとする。これらの応力はいずれも x, y 方向に垂直な2断面内に一様であり、その分布は中央面に対称であって、応力は中央面よりの距離 z のみの関数であるとする。

さて、今、板の残留応力を測定するため、板をその両側の面より腐食などの手段によって除去を行なったとする。すると、除去された部分の持っていた応力のために残った部分に応力の変化が現われる。板は元の厚さを $2z_0$ とし、この $2z_0$ より $2z$ の厚さまで両側面より除去されたとする。このとき、板の x, y 方向の長さの変化はおのおの断面内一様と考え、また、これに対応する応力の変化 σ_x, σ_y も z に無関係に断面内一様と考える。ここで、板面に垂直な z 方向の残留応

* 原稿受付 昭和36年4月28日

** 正員 横浜国立大学

力 ${}_0\sigma_z$ は零であり, また, z 方向の応力の変化 σ_z も零とする. すると除去後残った部分における応力とひずみの変化(これらは残留応力およびこれに対応するひずみではない)は, x, y 方向のひずみの変化を $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ とすると

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y) \quad (1)$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_y + \nu\varepsilon_x) \quad (2)$$

また, 板の z 方向のひずみと体積ひずみの変化を $\varepsilon_z, \varepsilon_v$ とすると

$$\varepsilon_v = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z \quad (3)$$

であり, また

$$\varepsilon_v = \frac{1-2\nu}{1-\nu}(\varepsilon_x + \varepsilon_y) \quad (4)$$

体積ひずみの変化 ε_v は z に無関係である.

次に, x および y 方向の残留応力を求める. 今, 板の両面より外層を除去し, 厚さ $2z_0$ より $2z$ になったとする. このとき, 除去した部分の x 方向の残留応力 ${}_0\sigma_x$, および残った部分における応力の変化 σ_x は力のつりあいから

$$\int_z^{z_0} {}_0\sigma_x dx = z\sigma_x \quad (5)$$

(5) 式の両辺を z で微分すると

$${}_0\sigma_x = -\left(\sigma_x + z \frac{d\sigma_x}{dz}\right)$$

(1) 式を代入すると

$${}_0\sigma_x = -\frac{E}{1-\nu^2} \left\{ (\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y) + z \frac{d}{dz} (\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y) \right\} \quad (6)$$

y 方向の残留応力 ${}_0\sigma_y$ についても同様にして

$${}_0\sigma_y = -\frac{E}{1-\nu^2} \left\{ (\varepsilon_y + \nu\varepsilon_x) + z \frac{d}{dz} (\varepsilon_y + \nu\varepsilon_x) \right\} \quad (7)$$

x, y 方向の残留応力が等しいとき $\varepsilon_x = \varepsilon_y$ となつて

$${}_0\sigma_x = {}_0\sigma_y = -\frac{E}{1-\nu^2} \left(\varepsilon_v + z \frac{d\varepsilon_v}{dz} \right) \quad (8)$$

(4) 式を用いて, ε_x を ε_v で置き換えると

$${}_0\sigma_x = {}_0\sigma_y = -\frac{E}{2(1-2\nu)} \left(\varepsilon_v + z \frac{d\varepsilon_v}{dz} \right) \quad (A)$$

一般に熱処理をしたものの残留応力は ${}_0\sigma_x = {}_0\sigma_y$ である. このとき体積ひずみの変化 ε_v がわかれば(A)式より直ちに残留応力は求められる. この体積ひずみの変化 ε_v を第1, 第2報と同様な方法で以下求めてみる.

今, 板が残留応力を持ったために生じた(応力に対応する)体積ひずみを ${}_0\varepsilon_v$ とすると,

$${}_0\varepsilon_v = \frac{(1-2\nu)}{E} ({}_0\sigma_x + {}_0\sigma_y) \quad (9)$$

である. また応力のつりあい条件式は

$$\int_{-z_0}^{z_0} {}_0\sigma_x dz = 0, \quad \int_{-z_0}^{z_0} {}_0\sigma_y dz = 0 \quad (10)$$

板の x および y 方向の長さを $2x_0, 2y_0$ とすると, 残留応力を持ったことによる全体積 V_0 の変化 ΔV は(9)式より

$$\Delta V = \int_{V_0} {}_0\varepsilon_v dV = \frac{(1-2\nu)}{E} \cdot 4x_0y_0 \int_{-z_0}^{z_0} ({}_0\sigma_x + {}_0\sigma_y) dz$$

(10) 式を代入すると

$$\int_{V_0} {}_0\varepsilon_v dV = 0 \quad (11)$$

残留応力を持つことによって体積変化はない. さて, (11) 式を重さと体積の関係で書き換えてみる. 試料内の各部分それ自身の比容積(残留応力を持たないとしたときの比容積)を $\bar{v}^{(0)}$ とし, 今, 板の重さを w_0 とすると, (11) 式は

$$\int_0^{w_0} {}_0\varepsilon_v \bar{v}^{(0)} dw = 0 \quad (11. a)$$

となる. 板の平均の比容積を $\bar{v}_0$ とすると, 板の体積 V_0 は

$$V_0 = \int_0^{w_0} (1 + {}_0\varepsilon_v) \bar{v}^{(0)} dw$$

(11. a) 式から上式は

$$\bar{v}_0 w_0 = \int_0^{w_0} \bar{v}^{(0)} dw$$

この関係は外層を除去していったいかなる段階についても成り立つ. 今, ある段階での板の体積を v , 重さを w , 平均の比容積を $\bar{v}$ とすると, 上式と同様にして下式を得る.

$$\bar{v} w = \int_0^w \bar{v}^{(0)} dw$$

両辺を w で微分すると

$$\bar{v}^{(0)} = \bar{v} + \bar{w} \frac{d\bar{v}}{dw} \quad (12)$$

(12) 式で得られる $\bar{v}^{(0)}$ を用いて体積ひずみの変化 ${}_0\varepsilon_v$ を求める. そのために次の仮定をする. まず, 熱処理前に試料内の各部分は一樣な体積を持っている. 次に熱処理によって各部分は比容積 $\bar{v}^{(0)}$ を持つ体積分布に変わるとする. さてここで, 熱処理終了前に仮想的な一樣な比容積の状態を考え, 残留応力はこの状態から $\bar{v}^{(0)}$ へのずれによって形成されるものとする. 今, この仮想的な状態を平均の比容積 $\bar{v}_0$ にとる. 次に, これを基準として x, y, z 方向の変位 u, v, w をとる. また応力に対応しないずれの量を Δ とおき

$$\Delta = \frac{1}{3} \frac{\bar{v}^{(0)} - \bar{v}_0}{\bar{v}_0}$$

とする. (3A) は方向性はない. このようなとき, 残留応力に対応する x, y, z 方向のひずみを ${}_0\varepsilon_x, {}_0\varepsilon_y, {}_0\varepsilon_z$ とすると, 応力とひずみの関係は

$$\left. \begin{aligned} {}_0\varepsilon_x &= \frac{1}{E} ({}_0\sigma_x - \nu {}_0\sigma_y) \\ {}_0\varepsilon_y &= \frac{1}{E} ({}_0\sigma_y - \nu {}_0\sigma_x) \\ {}_0\varepsilon_z &= -\frac{\nu}{E} ({}_0\sigma_x + {}_0\sigma_y) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

また変位とひずみの関係は

$${}_0\sigma_x = \frac{du}{dx} - \Delta, \quad {}_0\varepsilon_y = \frac{dv}{dy} - \Delta, \quad {}_0\varepsilon_z = \frac{dw}{dz} - \Delta \quad (14)$$

となる。ここで、 du/dx , dv/dy は断面内一様とする。

まず、(13)式を積分し、(10)式の関係を用いると

$$\int_{-z_0}^{z_0} {}_0\varepsilon_x dz = 0, \quad \int_{-z_0}^{z_0} {}_0\varepsilon_y dz = 0, \quad \int_{-z_0}^{z_0} {}_0\varepsilon_z dz = 0$$

(14)式を代入すると

$$\frac{du}{dz} = \frac{1}{z_0} \int_0^{z_0} \Delta dz, \quad \frac{dv}{dz} = \frac{1}{z_0} \int_0^{z_0} \Delta dz, \quad \int_0^{z_0} \frac{dw}{dz} dz = \int_0^{z_0} \Delta dz \quad (15)$$

さて、残留応力の存在による体積変化率は

$$\frac{1}{8x_0y_0z_0} \left\{ \left(1 + \frac{du}{dx} \right) 2x_0 \left(1 + \frac{dv}{dy} \right) 2y_0 \int_{-z_0}^{z_0} \left(1 + \frac{dw}{dz} \right) dz - 8x_0y_0z_0 \right\} = \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} + \frac{1}{z_0} \int_0^{z_0} \frac{dw}{dz} dz$$

となる、しかし仮定より、変位の基準を元の平均の比容積 $\bar{v}_0$ においているから体積変化はない。したがって上式は零となり、(15)式を代入すると

$$\int_0^{z_0} \Delta dz = 0 \quad (16)$$

したがって(15)式から

$$\frac{du}{dx} = \frac{dv}{dy} = 0 \quad (17)$$

次に体積ひずみ ${}_0\varepsilon_v$ は(4)式と同様に

$${}_0\varepsilon_v = \frac{1-2\nu}{1-\nu} ({}_0\varepsilon_x + {}_0\varepsilon_y)$$

(14), (17)式の関係代入すると

$${}_0\varepsilon_v = -\frac{2(1-2\nu)}{3(1-\nu)} \frac{\bar{v}^{(0)} - \bar{v}_0}{\bar{v}_0} \quad (18)$$

この ${}_0\varepsilon_v$ は元の除去前の状態のものである。 ${}_0\varepsilon_v$ は外層の除去を行なうと変化する。今、除去後残った部分の平均の比容積を $\bar{v}$, 体積ひずみが ${}_0\varepsilon_v'$ になったとすると、この部分についても(18)式と同様な関係が成立するから

$${}_0\varepsilon_v' = -\frac{2(1-2\nu)}{3(1-\nu)} \frac{\bar{v}^{(0)} - \bar{v}}{\bar{v}} \quad (19)$$

さて、体積ひずみの変化 ε_v は $\varepsilon_v = (\varepsilon_v' - {}_0\varepsilon_v)$ であるから、(18), (19)式より

$$\varepsilon_v = \frac{2(1-2\nu)}{3(1-\nu)} \left(\frac{\bar{v}^{(0)} - \bar{v}_0}{\bar{v}_0} - \frac{\bar{v}^{(0)} - \bar{v}}{\bar{v}} \right)$$

となる。これに(12)式を代入して $\bar{v}^{(0)}$ を消去すると

$$\varepsilon_v = \frac{2(1-2\nu)}{3(1-\nu)} \frac{\bar{v} - \bar{v}_0}{\bar{v}_0} \frac{1}{v} \left(\bar{v} + w \frac{d\bar{v}}{dw} \right)$$

($w d\bar{v}/dw$)/ $\bar{v} \ll 1$ と置くと

$$\varepsilon_v = \frac{2(1-2\nu)}{3(1-\nu)} \frac{\bar{v} - \bar{v}_0}{\bar{v}_0} \quad (B)$$

また別に、(13), (14), (15)式から直ちに残留応力は Δ を用いて

$${}_0\sigma_x = {}_0\sigma_y = -\frac{E}{1-\nu} \Delta \quad (A')$$

を得る。

3. 実験方法および実験例

実験方法は前報と同様で、板は端面を腐食しないように保護して両面より腐食を行ない、腐食除去過程における板の比容積 $\bar{v}$ を測定する。このとき、焼なました同じ大きさの試料も同様に腐食して、比容積を測定し、これを用いて腐食による見かけの影響を除く。このようにして求めた比容積 $\bar{v}$ から(B)式より体積ひずみの変化 ε_v を求める。次にこの ε_v から(A)式より残留応力を求めるが、この際微分を含む項は図上計算で求める。また、別法として $\bar{v}^{(0)}$ を求め、 Δ を得て(A')式より残留応力を得てもよい。

次に実験例としての0.4% C 炭素鋼板を焼き入れしたものについて残留応力を測定した結果を述べる。板は厚さ6 mm, 60 mm角のものである。これを950°Cより油焼入れした。熱処理後端面の影響を除くため、50 mm角に端面を切断した。この程度の板の長さのものは板の長さの比容積に及ぼす影響はないと考えた。

Fig. 1 に板を両面より腐食除去をしたときの除去過程の腐食深さに対する比容積を示す。ここには焼き入れしたもの、および同大の焼なましたものの比容積と、焼なましたものの比容積の変化から腐食による見かけの影響を除いた比容積を示す。また、端面を腐食中充分保護して板の長さを測定し、除去過程における板の長さの変化を求めた結果を Fig. 2 に示す。このとき、比容積の場合と同じく、焼なましたものにつ

Fig. 1 The change of specific volume of the plate by the removal of layer

Fig. 2 Longitudinal strain resulting in the plate by the removal of layer

いても同様に除去中における長さの変化を測定し、これを焼き入れしたものの長さの変化より差し引いて腐食による見かけの影響を除いた。

次に、(B)式より体積ひずみの変化 ε_v を求め、これを用いて(A)式から残留応力を計算した結果を Fig. 3 に示す。ただし、ここで $E=22\,000\text{ kg/mm}^2$, $\nu=0.28$ とした。また、実測の長さ ε_x の変化から (8) 式によ

Fig. 3 Residual stress in the quenched plate

(206 頁より)

さてプログラム試験と、音響疲労を含めたランダム・ノイズ試験との大きな相異点は、上記の外、前者では Input と Output (ここで Output とは試験片に生ずる応力状態をいう) とが単純に対応するのに対し、後者ではそれらが必ずしも対応しない点である。この後者の傾向は音響疲労において端的に表われ、すなわち音響疲労の分野では、まず外力に対し試験体がどのような応答を示すかを求めることが一つの大きな問題であり、これには試験体の固有振動数や減衰特性が関係することはいうまでもなく、主として数式を扱う部門で、関係論文は音響学会誌などの系統に見られる。これに対し、acoustic proof test と呼ばれるものは直接試験体を音場(たとえば jet を音源として)に置いて、ある音場の強さ(たとえばデシベルで表わす)において何時間破損せずに持ちこたえるかという試験で、このようなきわめて実的な試験もまた音響疲労の分野である。しかし前述のように、音響疲労はランダム・ノイズ疲労より派生したものと考えられるので、その基礎的研究では、左側にはプログラム疲労試験の中の右翼に属するランダム順序疲労の範囲にまで拡大して広く共通点を有するものである。

このような観点に立って、標記シンポジウムの内容をふりかえてみると、Trap, Lazan らは外力に対する応答の問題を、Schjeldrup はより現場的音響耐久疲労試験を、Freudenthal は自己のランダム順序試験結果よりの suggestion を、Weibull は外力の統計的処理を、Forney は実験装置や方法について論じており、それぞれ音響疲労へのアプローチを代表していることがわかる。

って残留応力を求めた結果を同図に示してある。両者の結果は応力の大きさに差はあるが、その傾向はほぼ一致しているのがわかる。

比較的薄い板を焼き入れ、あるいは焼もどしをしたときの残留応力を近似的に求める方法を説明した。この方法は直接長さの測定という手段を用いないで、てんびん測定によって求められる比容積から計算するものであるが、この比容積は試料全体の平均として求められる。従来の曲率測定を含む長さの測定による方法では、測定は試料内の一部分についての变化の測定であるため測定はきわめてめんどうであるが、本報の方法ではこのようなことはない。

終わりに日頃よりご指導、ご援助いただいた神奈川大学津村利光先生および横浜国大中村康治先生にन्दつつしんで謝意を表わします。

参 考 文 献

- 1) 応力測定法, p. 372, 朝倉書店
- 2) R.G. Treuting and W.T. Read, J. app. phy., 22, 130 (1951)
- 3) 米谷茂, 材料, 12, 113, 11 (1963)
- 4) 米谷茂, 材料, 12, 113, 84 (1963)

実働荷重試験自体が今後の発展にまつべきところ大なるものがあり、その中の音響疲労部門はむしろ、これから開発されていく領域と思われるが、将来の発展は大いに期待される。

以下余談にわたるが、このシンポジウムは 1960 年 6 月 28 日 Atlantic City (米国大西洋岸 New Jersey 州) で行なわれ、筆者も出席傍聴する機会を得た。ここはニューヨーク市の南方 115 マイル (185 キロ) にあり、夏期海水浴でにぎわう保養地である。ホテル設備が完備しているためか、よく集会に用いられるらしく、ASTM 総会は翌 1961 年も同じ場所で行なわれ、筆者も再度訪れた。1960 年、年次総会は 4 日間にわたり、その中で Session の数が 37、その中シンポジウム 13、特別講演の類 4、委員会報告 9 でそれらを差し引いた残り 11 Session が、それぞれ Session on High Temperature, Session on Fatigue などと名付けられて、ここでオリジナル研究論文が発表されているようである。いずれにしても単に Session の数からいってもシンポジウムがなかなか盛んであることがわかる。シンポジウムにおける討論の模様もなかなか盛んであった。標記シンポジウムでは、講師の一人 Weibull 教授 (Sweden) が欠席のため、これも講師の一人である Freudenthal 教授が代講した。質問はほとんど代講者に向かって発せられるのだが、代講者だけに問題が微妙になると、それは原著者に申しておきましょと逃げ出したりして、なごやかな雰囲気であった。現に STP にも手紙による答弁が掲載されている。

(関 護雄)