硬質塩化ビニル・フォームのたて弾性係数について*

藤野 清久** 川端 季雄*** 碓 伸夫*** 山口 拓治**

On the Elastic Modulus of Hard P.V.C. Foam

by

Kiyohisa FUJINO,

(Faculty of Engineering, Fukui University, Fukui)

Sueo KAWABATA, Nobuo HAZAWA

(Faculty of Engineering, Kyoto University, Kyoto)

and Takuji YAMAGUCHI

(Faculty of Engineering, Fukui University, Fukui)

As is well known, the structure of the so-called "Foam" material is very complex and irregular. In the experiment of this report, we constructed a model of structure for hard P.V.C. foam, and then tried to calculate theoretically the elastic modulus as a function of the apparent specific gravity.

The results of the experiments on the theory show a very good agreement with the observed values over the whole range of the apparent specific gravity except for the very small value of the apparent gravity. By using the results of this theoretical calculation, we could evaluate the elastic modulus of the material constructed by the foams when the specific gravity and the elastic modulus of the material before foaming were given.

Next, we derived a distribution curve of the diameter of the foams theoretically under the assumption that volume of each foam was decided randomly, and followed Poisson's distribution. The good agreement between the results of theory and our observation has been confirmed.

(Received May. 11, 1964)

1 緒 言

われわれは鋼材を用いた構造体を組み立てるとき、たとえば型鋼を用いた骨組構造のはりや、リムを設けた車輪を設計するなどのように、剛性が高くしかもなるべく軽量の構造体を設計するように心掛ける場合が多い。しかし、こうした金属材料に比較して、比重においてはおおむね小さい値をとる高分子材料、いわゆるプラスチックを材料とする場合は、その本来の軽量性のために上述の鋼材を用いる場合の設計におけるような構造設計上の考慮は案外無視される場合が多く、せっかくのプラスチックの軽量性という特徴の一つを殺して使用している場合が少なくない。しかし、プラスチックにおいてもこのような考慮をはらった設計を行なうことによって見掛け比重の小さいきわめて軽量の材料を実現することができ、これによって大型の構造材も非常に軽くすることができることなど、プラスチックの用途もさらに拡大されるものと思われる。

硬質塩化ビニル・フォームは硬質塩化ビニルを発泡させて気泡を含ませ、見掛け比重を発泡前の1/10以下に低下させた材料であるが、Fig. 1の写真に示すよう

にその構造は丁度無数の柱で形成された骨組構造体の観を呈し、事実またそれは軽量で構造的にもしっかりしており、すでに実用的に使用され始められている。

しかし、球状の気泡が隣接する気泡と互に押し合いながら硬化したこの材料は、鉄骨構造にみられるように一定の太さの骨部分で構成されているわけではないので、その材料特性、たとえば、その引張弾性係数が気泡の量、その大きさ等といかなる関係を有している

Fig.1. Appearance of hard P.V.C. foam.

* 本報を「硬質塩化ビニル・フォームの力学的特性に関する研究(第1報)」とする。

原稿受理 昭和38年5月11日

** 正会員 福井大学 福井市牧ノ島町

*** 正会員 京都大学工学部 京都市左京区吉田本町

Fig. 2. Stress strain curve of some foam materials which are different in apparent specific gravity, ρ .

かという点を例にとっても解析はかなり複雑で困難が予想される。

特に、このフォームは大変形下において特徴的な非線型的力学挙動を示す。たとえば、Fig. 2 は同じ硬質塩化ビニルを発泡させ、その発泡量を変えた見掛け比重の異なるフォームの引張り、圧縮時の応力—ひずみ曲線であるが、大変形下では前述のように引張り、圧縮時の弾性率が異なることをはじめ種々の非線型挙動を示し、特に、これら非線型領域でのクリープ、応力緩和現象などにも非線型性が著しく誇張されて現われてくることも確認している。もち論こうした現象はせん断応力下においても同様に顕著に現われるのであるが、これら非線型領域での諸問題については続報において理論的な検討を加える予定である。本報では近似的に線型性が仮定できるとみなし得る微小変形下でのたて弾性係数を理論的に誘導する試みを行ない、理論値を実測値と比較するとともに、また、気泡の大きさの分布についても理論的な検討を加えようと思う。

2 硬質フォーム構造体の見掛け比重とたて弾性係数に関する理論的考察

2.1 硬質フォーム構造体の構造モデル

硬質塩化ビニル・フォームについて、そのたて弾性係数など材料特性を考察するためにはその気泡構造の解明が必要である。製造過程では各気泡は単独に発生し、それぞれの気泡体積を膨張させながら生長するわけであるが、大きく生長した場合は隣の気泡と薄い膜を境にして押し合い、塩化ビニルの流動の状況も関係してかなり不規則な形状の気泡集団を形成することになる。同じ大きさの球状体が空間中に外接しながら相

互に自由に移動できるとき、空隙の最も少ないいわゆる最密充填立体構造をとるものと思われるが、実際の気泡を観測してみても球状の泡が外接状態を越え、互に隣接の泡と押し合ってその形状をつぶしながら、しかも塩化ビニルの流動状態から固化への過渡状態で生長するとき、どのような立体構造に落着くかは簡単には決定できないように思われる。写真観測によっても各種の充填構造が複合しており、一つの充填構造に置き換えることは無理であろう。しかし、まずわれわれは若干の誤差はあるものとしても、次に述べる単一構造の気泡モデルを考えてみることにした。Fig. 3 に示すような規則正しく球が層状に並び一つの球の上にもう一つの球が乗る構造を仮定する。もち論、球は気泡を意味しているのであるが、たとえばわれわれがダース入りのピンポン球のように箱に球状物体をつめて運搬するのにこうした充填法を行っており、スペースの無駄を少なく充填する一つの方法である。このような構造のモデルを仮定すると構造の一単位と

Fig. 3. Model of "foam".

Fig. 4. 8 foams model.

Fig. 5. One unit of structure model.

してまず Fig. 4 のように 8 個の同径の球が考えられる。ただし、各球はその一部分を次の隣接単位の一部に共有されているので真の単位は Fig. 5 のように各球の中心を結んだ立方体になる。

この構造モデルを採用した理由は、構造のユニットが簡単で、たて弾性係数の計算が非常に容易になり、複雑な構造に対する理論計算の手掛りとなると考えたからである。さらに、われわれが、いわゆるフォームと称する構造では球状の泡が表面を接し合って並ぶという状態（見掛け比重は原料の比重の約 0.67）よりもはるかに見掛け比重が小さい状態にあり、泡はその球形状をつぶし、平面で押し合っている状態が観測からも認められる。この状態で充てん構造を少し変えてもたて弾性係数に影響する骨組の柱の最細部分の太さなどに大きな変化はなからうというあい見当をまずつけてみたからである。

いま気泡の中心間距離、すなわち立方体の一辺を 1 としたときの気泡の半径 r が代表的な 3 種の範囲をとるときの骨構造を図示したのが Fig. 6 である。単位立方体の体積は 1 であるが、これに対する実質部、すなわち気泡を除いた骨部分の体積 V をこれら 3 種のそれぞれについて計算すると

(a) $0.5 > r$ (b) $1/\sqrt{2} > r > 0.5$ (c) $\sqrt{3}/2 > r > 1/\sqrt{2}$

Fig. 6. "Bone" frame.

Fig. 7. Connecting plain (Shaded plain).

$r < 0.5$ のとき :

$$V = 1 - \frac{4}{3}\pi r^3 \quad (1)$$

この場合は隣接単位体とは各面について Fig. 7 (a) の斜線の面積で連結されており、隣接面での連結面積 S_{min} は 1 面あたり

$$S_{min} = 1 - \pi r^2 \quad (2)$$

$1/\sqrt{2} > r > 0.5$ のとき :

$$V = 1 + \frac{\pi}{4} + \frac{8}{3}\pi r^3 - 3\pi r^2 \quad (3)$$

$$S_{min} = 1 - r^2 \left(4 \sin^{-1} \frac{1}{2r} - \pi \right) - \sqrt{4r^2 - 1} \quad (4)$$

隣接単位体との連結面は Fig. 7 (b) のようになる。

$\sqrt{3}/2 > r > 1/\sqrt{2}$ のとき

$$V = 1 + \frac{\pi}{4} + \frac{8}{3}\pi r^3 - 3\pi r^2 - 8 \left(r - \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^2 \cdot$$

$$\sqrt{2 \left(r - \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^2 + \left(\sqrt{2}r - 1 \right)} \quad (5)$$

$$S_{min} = 0 \quad (6)$$

Fig. 7 (c) のように連結面は無くなり、連結は断たれる。

いま、実質部分を構成する硬質塩化ビニルの比重を ρ_0 とすれば、フォーム構造体の見掛け比重 ρ は

$$\rho = \rho_0 V \quad (7)$$

である。

2・2 硬質フォーム構造体のたて弾性係数

以上述べてきた構造モデルから考えるならば、 $\sqrt{3}/2 > r > 1/\sqrt{2}$ のとき、すなわち $V = 0.035$ 以下になるとき、単位立方体間の連結が断たれるので、弾性係数は零になる。しかし $1/\sqrt{2} > r$ の場合は、たとえば Fig. 8 のように、図の右方隣接単位立方体との連結は右方に突起する骨で結合されることになる。いま隣接点を原点にとれば、それより x 離れた点の骨の断面積 S は $0 < r < 0.5$ のとき

$$S = 1 - \pi (r^2 - x^2) \quad (8)$$

Fig. 8. Bone structure.

また $0.5 < r < 1$ のときは

$$S = 1 - (r^2 - x^2) \left(4 \sin^{-1} \frac{1}{2\sqrt{r^2 - x^2}} - \pi \right) - \frac{1}{\sqrt{4(r^2 - x^2) - 1}} \quad (9)$$

となる。ただし、 $S < 0$ の場合はすべて $S = 0$ とする。

r と V の関係は(1), (3)式で与えられているので、 V をパラメータにとって x と s の関係を示したのが Fig. 9 である。

Fig. 9. Cross section of bone.

普通フォーム効果とでも言うべきいわゆる気泡状の外観を呈するのは $V = 0.3$ 程度以下の場合であるが、この場合、骨の断面積 S は隣接点付近で急激に細くなり、したがって、このような試料を引張るとほとんどが隣接点付近で伸びることが予想される。しかし、一応、すべての断面での伸びを計算してみる。いま、 x 軸に垂直な断面での応力が均一であると仮定して（この仮定の妥当性は光弾性試験によって確かめた）骨にかかる荷重 F に対する断面 x における伸び率を $\varepsilon(x)$ とすれば、1 単位立方体としての伸び率 ε は

$$\begin{aligned} \varepsilon &= 2 \int_0^{0.5} \varepsilon(x) dx \\ &= 2E_0 F \int_0^{0.5} \frac{1}{S} dx \end{aligned} \quad (10)$$

となる。ここで E_0 は実質部、すなわち骨の弾性係数、 F は荷重であるが、単位立方体の一边を 1 としているので、 F はフォーム構造体の見掛け応力と考えてもよい。1/S は、気泡の量を決める r または V が与えられると(8), (9)式によって x の関数として求まるので、フ

ォーム構造体のたて弾性係数を E とすれば

$$E = \frac{F}{\varepsilon} = E_0 \frac{2}{\int_0^{0.5} \frac{1}{S} dx} \quad (11)$$

として求まる。いま

$$k(V) = \frac{2}{\int_0^{0.5} \frac{1}{S} dx}$$

とおけば

$$E = k(V) \cdot E_0 \quad (12)$$

となり、骨部材料の弾性係数 E_0 を代入すれば、フォーム構造体の弾性率は上式より直ちに求めることができる。Fig. 10 は V と k の関係を示したもので、同図(b)は特に實際上重要な範囲である $V = 0 \sim 0.2$ 付近を拡大して示している。また見掛け比重 ρ は $\rho = \rho_0 V$ の関係によって V から直ちに導けるので、われわれが実際に計測できる量である比重からそのフォーム構造体の弾性係数を(12)式により誘導できることになる。

Fig. 10(a) Function $k(V)$.

Fig. 10(b). Function $k(V)$.

また、圧縮荷重の場合は圧縮変形が大きくなるにつれて細い骨柱の座屈や骨折が生じて見掛け弾性係数を低下させるものと考えられるが、微小変形範囲内では一応引張弾性係数と同様の考えを適用し得るものと考えことにする。

いずれにせよ、 $\rho = 0.1$ 付近の実際によく用いられているフォームの変形を考える場合、構造モデルの隣接点付近の骨の変形が支配的である。すなわち変形に対

Fig. 11. A model of "Foam" structure.

しては Fig. 11 のようにモデルを適用できよう。

2・3 気泡の大きさの絶対値およびその不均斉の効果について

気泡の大小はわれわれの考察したモデルでは単位立方体に対するその相対的な大きさ、すなわち見掛けの比重 ρ を決定する要素としてのみ考えてきた。しかし、単位立方体の大きさが変化すれば、比重は同じでも気泡の大きさの絶対値が異なることになるが、以上のフォーム構造体の弾性率の計算にはこの効果はいっていない。すなわち気泡の大きさの絶対値は E に無関係である。一例の実験しかできなかったが、線型領域内ではこの事実は確かめることができた。しかし、気泡の大きさの効果のもう一つの問題として気泡が隣接気泡と押し合うときの隣接面はきわめて薄い膜で仕切られており、強度へのその寄与が考えられるが、 ρ が小さくなるにつれ、また、気泡の大きさの絶対値が小さくなるにつれてこの寄与は無視できないことが予想される。すなわち $k(V)$ の値は Fig. 12 の点線のように $V=0.035$ 以下においても零にならず、原点に漸近することが考えられるが、定量的な理論的検討は未解決である。

次に気泡の大きさが現実には一定に揃っているわけではなく、若干の分布が認められることは Fig. 1 の写真によっても明らかである。しかし、次項で理論的検討を行なうように、その直径は平均値の囲りに比較的狭い分布をし、大きな変動はない。しかし、その分布の効果はもち論考えられる。しかし、以上述べてきた

Fig. 12. Effect of films at foam boundary.

理論ではフォーム構造体の弾性係数は泡の大きさの絶対値には影響されず、ただ見掛け比重 ρ にのみ依存したのであるが、もし、小さい気泡と大きい気泡がそれぞれ別々に集まっているのなら、当然以上のことから弾性係数は影響を受けないことになる。しかし、小さい気泡と大きい気泡が混じて接し合うときの気泡の間隙の構造、すなわち実質部を構成する骨の構造はきわめて複雑になり、はじめの構造モデルは非現実的であろう。しかし、見掛け比重 ρ が等しいとすれば、フォーム構造体の一定体積中に示める実質部、すなわち骨部分の量も同一であり、たとえ気泡の径に大小の変動があってもその分布は比較的狭く、しかも、気泡は球状に近いのであるから、骨の平均形状としては、はじめの構造モデルをそのまま適用し、今の段階では、特に気泡径の分布による弾性係数の変化はないものとして、ただ見掛け比重 ρ のみで決まるものとする。ただし、気泡の径分布を検討しておく必要があるので、以下で理論的な考察を加えておく。

2・4 気泡の直径分布の理論的誘導

はじめに次のような仮定を設定する。いま発泡剤の一単量体（発泡体の最小単位としてたとえば分子が考えられるが、発泡機構がまだ明確でないので、一応単量体という表現をとることにする）が塩化ビニル溶融体の中にランダムに分散し、そのいくつかが集合して一つの泡を形成するものとする。ただし、それら単量体が集合したあとで発泡するか、あるいは発泡の途中でいくつかの単量体を抱きこむことになるかは、いずれの解釈に従ってもよい (Fig. 13)。

Fig. 13. Foam formation.

いま1つのグループの単量体数を n とし、もし、集合が全くランダムに行なわれるならば、 n は無数の単量体の中から有限個数集合するのであるから、恐らくポアソン分布に従うであろうと考えられる。すなわち n の平均値を $\bar{n}$ とすれば、いま任意の一つのグループを選んでそれを構成する単量体数が n である確率 $P(n)$ は

$$P(n) = \frac{e^{-\bar{n}} \bar{n}^n}{n!} \quad (13)$$

で与えられる。この一つのグループが気泡となるとき、その気泡の体積 v はもち論単量体数 n に比例すると考えられる。現実の泡の大きさから考え、 n はかなり大きな数であるとすれば、(13)式のポアソン分布は近似的に標準偏差 $\sigma = \sqrt{n}$ の正規分布

$$P(n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi n}} e^{-\frac{(n-\bar{n})^2}{2n}} \quad (14)$$

で置換できる。ただしこの式で n は離散数ではなく、連続数と考える。ここで前述のように n と気泡の体積 v は比例するので、 n に対応する v を $\bar{v}$ とし、(14)式を

$$P(v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi v}} e^{-\frac{(v-\bar{v})^2}{2v}} \quad (15)$$

と書き換える。いま気泡を球と仮定し、球の半径を r とすると、

$$v = \frac{4}{3} \pi r^3 \quad (16)$$

であるから、(15)式の変数変換を行ない、 r の分布を誘導すれば

$$P(r) = \frac{\sqrt{6} r^2}{\sqrt{\bar{r}^3}} e^{-\frac{2\pi(r^3 - \bar{r}^3)^2}{3\bar{r}^3}} \quad (17)$$

となる。ただし $\bar{r}$ は r の平均値である。

$\bar{r}$ を基準値として $P(r)$ を図示したのが Fig. 14 の実線である。すなわちその発生が全くランダムであっても球の大きさは比較的良好な分布を示すことがわかる。気泡が互に押しあつてつぶし合うときは、球の表面の一部分が平面状になるので直径に誤差が生じるが、その影響は實際上僅少であるので無視した。

Fig. 14. Distribution curve of foam radius.

次に気泡の写真から実際の気泡の径を測り（楕円形のは長径と短径の平均をとった）、半径の分布を描いて Fig. 14 に点線で示したが、理論曲線とよく似た分布を示していることがわかる。実測値のほうがやや分布が鋭いが、これは全くランダムな気泡発生という仮定を少し修正すべきことを意味しているわけで、わずかではあるが単量体の集合数にやや均斉化作用が働くのではないだろうか。

3 硬質フォーム構造体のたて弾性係数に関する理論値と実測値の比較ならびに考察

Fig. 15 および 16 に示した差動トランスの伸び計、荷重計を用いた引張試験装置によって、21℃、引張速度 250%/min の条件下における種々の比重の異なる硬質塩化ビニル・フォームについて引張弾性係数を実測した結果を Fig. 17 にプロットした。この試料は同じ硬質塩化ビニルから気泡量を変えて作成されたもので、平均の気泡直径は試料によって異なるが、約 0.4~0.8 mm である。原料の硬質塩化ビニルの比重 $\rho_0 = 1.4$ 、弾性係数 $E_0 = 3.6 \times 10^4 \text{ kg/cm}^2$ とし、(7)、(12)式より各比重に対する弾性係数の理論値を計算して実線で Fig. 17

Fig. 15. Tensile tester.

Fig. 16. Strain detector.

Fig.17. Comparison between theory and observation regarding to the elastic modulus of "Foam" material when their apparent specific gravity are different.

に記入してあるが、図からわかるように、良好な一致が認められた。ただし、理論曲線では $\rho=0.048$ で $E=0$ になるのに対し、実測値は理論曲線から離れてなだらかに原点に近づいているが、これは前述したように気泡の隔壁膜の補強効果など、われわれの構造モデルのみでは説明できない効果のためであろう。

4 ま と め

硬質塩化ビニル・フォームの構造モデルを作り、ま

ずその見掛け比重とたて弾性係数の関係を理論的に導いた。このモデルは方向性を持ち、実際の無方向性とは矛盾するわけであるが、少なくともたて弾性係数に関しては実測値と良好な一致を示す。また、気泡の大きさの絶対値は理論上は弾性係数に影響せず、見掛け比重のみが大きく影響するが、これは実測例でも認められた。ただし、気泡の大きさの絶対値の問題は気泡の径の分布の影響とも関連して弾性率に影響することは当然考えられ、これについての検討を今後も続けたいと思う。気泡の直径分布は、気泡がランダムに発生したと仮定して計算してもかなりよく揃った径の分布を示すこと、すなわち、平均値のまわりに比較的狭い分布を示し、よく揃った泡になることが説明でき、これは実測値ともよく合うようである。

なお、硬質塩化ビニル・フォームの大変形下での力学的非線型挙動は特徴的であり、これらに関しては続報で報告する予定である。なお硬質フォームの実用的性質については他の文献も参照されたい。

終りに本研究の実験で用いた硬質塩化ビニル・フォームは三菱樹脂株式会社製の「エアレックス」であり、この研究のために同社に試料の作成を特にわずらわした。同社、松田多亀知氏、南部浩氏、斉藤多計夫氏らをはじめ平塚工場関係の方々に謝意を表したい。

参 考 文 献

- 1) 国沢清典, "近代確率論", 第2章(1962). 岩波書店.
- 2) 富岡康之, 材料, **12**, 498 (1953).