地下空洞の回りの岩盤内の応力について*

平 松 良 雄** 岡 行 俊**

Stress in the Rock around Underground Openings

by

Yoshio HIRAMATSU and Yukitoshi OKA

(Faculty of Engineering, Kyoto University, Kyoto)

In order to understand the underground earth pressure phenomena in competent rock, it will be essential to clarify the stress around the underground openings. This stress depends upon various conditions such as the original state of stress, the shape and size of openings, the mechanical properties of rock and so on. Therefore it may be hard to evaluate the stress under all possible conditions.

A number of investigations have hitherto been carried out on the stress around the underground openings, but they have so long been undertaken on the premise that the ground is perfectly elastic and that the original state of stress was rather simple.

Measurements of stress in the rock around the underground openings, show however, that the original stress was threedimensional and the principal stresses did not always take vertical and horizontal directions. Therefore the authors have attempted to analyze the stress under such an original state of stress.

The theoretical study has shown that at least five kinds of photoelastic experiments are necessary to evaluate the stress around each opening, no matter what the original stress state may have been. Three of them may be two-dimensional photoelastic experiments, but the remaining two must be three-dimensional. When the direction of one of the principal stresses in the original ground coincides with the direction of the axis of a drift, we need only three kinds of two-dimensional photoelastic experiments. From each experiment we can determine a stress coefficient for any point in the model. The stress components at any point in the model can be expressed in terms of these stress coefficients whatever the original state of stress may have been.

Necessary photoelastic experiments have been carried out to find stress coefficients at several points on the wall surface of drifts having several shapes of cross section. For drifts with three kinds of rectangular cross section, five stress coefficients have been determined at several points on the wall surface of each drift, and for drifts with other five kinds of cross section, three stress coefficients have been determined. They are all tabulated.

As for the stress around a circular opening such as a circular shaft, drift or a bore hole, such strict analysis as had never been contemplated has been attempted, and the authors have succeeded in obtaining a general expression for each stress component.

Meanwhile to succeed in maintaining the earth pressure control during the operation of mining massive deposits, it is required to estimate the stress concentration in the pillars. Since the shape and arrangement of the rooms and pillars are various, it is extremely difficult to establish any strict formulas for use to find the stress. The authors have, however, proposed approximate formulas on the basis of the results of photoelastic experiments carried out by themselves.

All the results of investigation described above hold true, provided that the ground is perfectly elastic, that the stress induced around the openings is comparatively small and is therefore within the elastic limit of the rock. If, however, the stress exceeds this limit, the results of investigation must be duly corrected.

Model experiments as well as theoretical investigations have been carried out to find on what condition fracture will appear in the rock around the underground openings. It has been found that tensile fracture will take place wherever half the tensile stress computed on the assumption that the rock is perfectly elastic reaches the tensile strength of the rock, whereas compressive fracture will take place wherever 0.95 times the compressive stress computed under the same assumption reaches the compressive strength of the rock.

(Received Mar. 1, 1965)

* 原稿受理 昭和40年3月1日

** 正 会 員 京都大学工学部 京都市左京区吉田本町

1 緒 言

弾性の著しい岩盤内に空洞を作ったとき生ずる地圧現象を究明するには、まず空洞の回りの応力を明らかにしなければならない。しかしこの応力は、地山応力状態、空洞の形・大きさ・配列および岩盤の性質によって異なるから、あらゆる条件のもとにおける応力を明らかにすることは容易でない。古くから、地下空洞の回りの岩盤内の応力に関する研究はきわめて多数発表されているが、これらはたいてい岩盤を完全弾性体と仮定し、地山応力状態の簡単な場合について、応力解析を行なった結果である。

最近筆者らは、岩盤内の応力の測定を試み、地山応力状態は必ずしも簡単ではないことを知り、一般的三次元地山応力状態のもとにおける空洞の回りの応力の解析が必要であることを認めた。また、岩盤が完全弾性体でない点も考慮に入れなければならないことはいうまでもない。そこでこれらの点を考慮に入れて、地下空洞の回りの応力解析を行なった。

2 一般的三次元地山応力状態のもとでの応力解析

空洞の形が簡単でない場合、空洞の回りの応力を数学的に解析することはむずかしいが、光弾性実験によれば可能であるとされている。しかし、地山応力状態は無数にあるから、与えられた地山応力状態について、いちいち実験を行なって応力を解析することは面倒で、実際の役に立たない。そこで最少の実験で、あらゆる条件のもとでの応力を解析する方法を研究した。

Fig. 1 に示すように、適当に選んだ直角座標軸 x ,

Fig. 1.

y, z と、原点 O を共有し、地山の主応力 p_1, p_2 および p_3 の方向にとった直角座標軸 x', y', z' をとると、地山応力状態は次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{x'}^* &= p_1, & \sigma_{y'}^* &= p_2, & \sigma_{z'}^* &= p_3, \\ \tau_{y'z'}^* &= \tau_{z'y'}^* = \tau_{x'z'}^* = \tau_{z'x'}^* = 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

以後、(*) を付した応力記号はすべて地山の応力成分を示すものとする。 x', y' および z' 軸の x, y, z 軸に対する方向余弦をそれぞれ $l_1, l_2, l_3; m_1, m_2, m_3$ および n_1, n_2, n_3 とすると、(1)式で表わされる関係は次のように表わすことができる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x^* &= l_1^2 p_1 + m_1^2 p_2 + n_1^2 p_3, \\ \sigma_y^* &= l_2^2 p_1 + m_2^2 p_2 + n_2^2 p_3, \\ \sigma_z^* &= l_3^2 p_1 + m_3^2 p_2 + n_3^2 p_3, \\ \tau_{yz}^* &= l_2 l_3 p_1 + m_2 m_3 p_2 + n_2 n_3 p_3, \\ \tau_{zx}^* &= l_3 l_1 p_1 + m_3 m_1 p_2 + n_3 n_1 p_3, \\ \tau_{xy}^* &= l_1 l_2 p_1 + m_1 m_2 p_2 + n_1 n_2 p_3. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

このような応力状態は、自重のない岩盤に、 x, y, z, a, b および c 方向からそれぞれ p_x, p_y, p_z, p_a, p_b および p_c の強度で同時に载荷すれば再現されることが証明できる。ただし、 a, b および c 方向とは、それぞれ y 軸と z 軸、 z 軸と x 軸および x 軸と y 軸に 45° の角をなす方向をいい、 $p_x, p_y, \dots, p_c$ は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} p_x &= \sigma_x^* - \tau_{zx}^* - \tau_{xy}^*, \\ p_y &= \sigma_y^* - \tau_{xy}^* - \tau_{yz}^*, \\ p_z &= \sigma_z^* - \tau_{yz}^* - \tau_{zx}^*, \\ p_a &= 2\tau_{yz}^*, & p_b &= 2\tau_{zx}^*, & p_c &= 2\tau_{xy}^*. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

いま、Fig. 2 に示すように、一様な断面をもった細

Fig. 2.

長い空洞の壁面上の任意の一点 P を通り、空洞軸方向、壁面に垂直な方向およびこれらに直角をなす方向にそれぞれ l, n および t 軸をとろう。これらの軸によって表わした壁面上の応力成分 $\sigma_l, \sigma_t, \tau_{lt}$ は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_l &= A_x p_x + A_y p_y + A_z p_z + A_a p_a + A_b p_b + A_c p_c, \\ \sigma_t &= B_x p_x + B_y p_y + B_z p_z + B_a p_a + B_b p_b + B_c p_c, \\ \tau_{lt} &= F_x p_x + F_y p_y + F_z p_z + F_a p_a + F_b p_b + F_c p_c. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

ここでは、 $A_x, A_y, \dots, F_b$ および F_c は空洞の断面形と点 P の位置によって決まる定数で、たとえば A_x, B_x および F_x は、それぞれ、自重のない岩盤を x 方向にある強度で载荷したとき点 P に生ずる σ_l, σ_t および τ_{lt} を载荷の強度で除した値である。これらの定数を応力係数と呼ぼう。

いま空洞軸の方向に x 軸をとるとき、これらの18個の係数の間には次の関係が存在する。

$$B_x = 1, \quad A_x = F_x = F_y = F_z = F_a = 0 \quad (5)$$

また、種々の载荷の場合の x 方向のひずみ成分 (ϵ_l),

$(\varepsilon_i)_z, \dots, (\varepsilon_i)_c$ は, すべて空洞を開削する前とあととの間に変化はないはずである。この関係から,

$$B_y = \frac{A_y - 1}{m}, \quad B_z = \frac{A_z - 1}{m}, \quad B_a = \frac{A_a - 1}{m},$$

$$B_b = \frac{2A_b + m - 1}{2m}, \quad B_c = \frac{2A_c + m - 1}{2m} \quad (6)$$

を得る。さらに, $A_b = A_z/2$, $A_c = A_y/2$ であるから, (6) 式中の B_b および B_c は次のように書き改められる。

$$B_b = \frac{A_z + m - 1}{2m}, \quad B_c = \frac{A_y + m - 1}{2m}. \quad (6-a)$$

(4)~(6-a) 式から次の関係が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_t &= A_y \sigma_y + A_z \sigma_z + (2A_a - A_y - A_z) \tau_{yz}, \\ \sigma_t &= \sigma_x + \frac{A_y - 1}{m} \sigma_y + \frac{A_z - 1}{m} \sigma_z + \frac{2A_a - A_y - A_z}{m} \tau_{yz}, \\ \tau_{tt} &= 2F_b \tau_{xz} + 2F_c \tau_{xy}. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

それゆえ, どんな地山応力状態のもとにおいても, 壁面上の任意の一点 P における応力は A_y, A_z, A_a, F_b および F_c の 5 個の応力係数を知れば, (7) および (2) 式を用いて計算できる。これらの応力係数のうち, 前の三つは二次元光弾性実験により, あとの 2 個は三次元光弾性実験によって求めることができる。特殊の場合として, p_1 の方向が空洞軸の方向と一致し, しかもこの方向に x 軸をとるとき, (2) 式は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= p_1, \\ \sigma_y &= m_2^2 p_2 + n_2^2 p_3, \\ \sigma_z &= m_3^2 p_2 + n_3^2 p_3, \\ \tau_{yz} &= n_2 n_3 (p_2 - p_3), \\ \tau_{xx} &= 0, \quad \tau_{xy} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

(8) 式と (7) 式から σ_t, σ_l が計算でき, τ_{tt} は常に零であ

る。したがってこの場合は三つの応力係数 A_y, A_z および A_a を知ればよい。

空洞が円形立坑・斜坑・坑道であるとか, ボアホールである場合, 筆者らはさきに数学的に空洞の回りの応力の解析に成功した。その結果によれば, 空洞軸に一致して x 軸をとり, 原線を水平にとった円柱座標 (r, θ, x) によって表わした岩盤内の任意の点の応力成分 σ_r, σ_θ および $\tau_{r\theta}$ は, 次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \alpha_1 \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) + \alpha_2 \left(1 + 3 \frac{a^4}{r^4} - 4 \frac{a^2}{r^2} \right) \cos 2\theta \\ &\quad + \alpha_3 \left(1 + 3 \frac{a^4}{r^4} - 4 \frac{a^2}{r^2} \right) \sin 2\theta, \\ \sigma_\theta &= \alpha_1 \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right) - \alpha_2 \left(1 + 3 \frac{a^4}{r^4} \right) \cos 2\theta \\ &\quad - \alpha_3 \left(1 + 3 \frac{a^4}{r^4} \right) \sin 2\theta, \\ \tau_{r\theta} &= \gamma_1 \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right) \cos \theta + \gamma_2 \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right) \sin \theta, \\ \tau_{\theta x} &= \gamma_1 \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) \sin \theta - \gamma_2 \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) \cos \theta, \\ \tau_{r\theta} &= \alpha_2 \left(-1 + 3 \frac{a^4}{r^4} - 2 \frac{a^2}{r^2} \right) \sin 2\theta \\ &\quad - \alpha_3 \left(-1 + 3 \frac{a^4}{r^4} - 2 \frac{a^2}{r^2} \right) \cos 2\theta. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

ここに,

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{1}{2} \left\{ (l_2^2 + l_3^2) p_1 + (m_2^2 + m_3^2) p_2 + (n_2^2 + n_3^2) p_3 \right\}, \\ \alpha_2 &= \frac{1}{2} \left\{ (l_2^2 - l_3^2) p_1 + (m_2^2 - m_3^2) p_2 + (n_2^2 - n_3^2) p_3 \right\}, \\ \alpha_3 &= l_2 l_3 p_1 + m_2 m_3 p_2 + n_2 n_3 p_3, \\ \beta_1 &= l_1^2 p_1 + m_1^2 p_2 + n_1^2 p_3, \\ \gamma_1 &= l_3 l_1 p_1 + m_3 m_1 p_2 + n_3 n_1 p_3, \\ \gamma_2 &= -l_1 l_2 p_1 - m_1 m_2 p_2 - n_1 n_2 p_3. \end{aligned}$$

Table I. Values of stress coefficients.

Cross section	Stress coefficients	Values of stress coefficients at points											
		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
		M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X
A_y	2.20	2.30	2.95	1.40	0.20	-0.95	-1.00	-0.90	0.20	1.40	2.95	2.30
	A_z	-1.00	-0.95	0.20	1.40	2.95	2.30	2.20	2.30	2.95	1.40	0.20	-0.90
	A_a	0.60	1.75	4.70	5.25	4.75	1.60	0.60	-0.35	-1.70	-2.45	-1.60	-0.40
	F_b	0	± 0.11	± 0.19	± 0.05	∓ 0.62	∓ 0.46	∓ 0.40	∓ 0.46	∓ 0.62	± 0.05	± 0.19	± 0.11
	F_c	∓ 0.40	∓ 0.46	± 0.62	± 0.05	± 0.19	± 0.11	0	∓ 0.11	∓ 0.19	∓ 0.05	± 0.62	± 0.46
A_y	1.75	1.80	1.85	0.25	-0.40	-0.85	-1.00	-0.85	-0.40	0.25	1.85	1.80
	A_z	-1.00	-0.95	0.80	2.60	3.40	2.95	2.80	2.95	3.40	2.60	0.80	-0.95
	A_a	0.35	1.45	3.95	4.50	4.20	1.95	0.90	0.15	-1.20	-1.65	-1.30	-0.60
	F_b	0	± 0.21	± 0.29	∓ 0.19	∓ 0.95	∓ 0.76	∓ 0.70	∓ 0.76	∓ 0.95	∓ 0.19	± 0.29	± 0.21
	F_c	∓ 0.25	∓ 0.25	∓ 0.44	∓ 0.11	± 0.12	± 0.11	0	∓ 0.11	∓ 0.12	± 0.01	± 0.44	± 0.25

	A_y	2.80	2.95	3.40	2.60	0.80	-0.95	-1.00	-0.95	0.80	2.60	3.40	2.95
	A_z	-1.00	-0.85	-0.40	0.25	1.85	1.80	1.75	1.80	1.85	0.25	-0.40	-0.85
	A_a	0.90	1.95	4.20	4.50	3.95	1.45	0.35	-0.60	-1.30	-1.65	-1.20	0.15
	F_b	0	± 0.11	± 0.12	± 0.01	± 0.44	± 0.25	± 0.25	± 0.25	± 0.44	± 0.01	± 0.12	± 0.11
	F_c	± 0.70	± 0.76	± 0.95	± 0.19	± 0.29	± 0.21	0	± 0.21	± 0.29	± 0.19	± 0.95	± 0.76

以上で、立坑、斜坑、水平坑道の別なく、その回りの応力を求める方法が得られたのである。

3 光弾性実験による応力係数の決定

種々の断面形の細長い空洞に対する三つの応力係数

A_y , A_z および A_a は、二次元光弾性実験によって求めた。また残りの二つの応力係数 F_b および F_c は、3種類の断面形について、三次元光弾性実験により求めた。まず、これらの3種類の断面形について、壁面上

Table II. The stress ratios σ_i/p at several points along the contour of the cross sections of various shapes.

Original condition	$p_2 = \alpha =$	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
p	0°	1.1	1.3	3.1	3.1	1.3	1.1	1.3	3.1	3.1	1.3	1.1					
	10°	1.1	1.3	3.1	3.1	1.3	1.1	1.3	3.1	3.1	1.3	1.1					
	20°	1.1	1.3	3.1	3.1	1.3	1.1	1.3	3.1	3.1	1.3	1.1					
$p_s/2$	0°	1.6	1.8	3.0	1.7	0.2	0.1	0.2	1.7	3.0	1.8	1.6					
	10°	1.6	1.9	3.5	2.2	0.4	0.1	0.1	1.1	2.4	1.6	1.6					
	20°	1.4	1.9	3.9	2.8	0.7	0.3	0.1	0.8	1.8	1.3	1.4					
$p_s/3$	0°	1.8	1.9	3.0	1.2	0.2	0.3	0.2	1.2	3.0	1.9	1.8					
	10°	1.7	2.1	3.7	1.9	0.1	0.2	0.3	0.5	2.2	1.7	1.7					
	20°	1.5	2.1	4.2	2.7	0.5	0.0	0.4	0.0	1.3	1.3	1.5					
0	0°	2.1	2.3	2.9	0.2	-0.9	-1.0	-0.9	0.2	2.9	2.3	2.1					
	10°	2.0	2.5	3.9	1.3	-0.5	-0.9	-1.2	-0.9	1.7	1.8	2.0					
	20°	1.8	2.5	4.7	2.5	0.1	-0.6	-1.2	-1.6	0.5	1.2	1.8					
p_s	0°	1.0	1.0	2.8	3.2	1.4	1.3	1.7	2.4	2.2	2.4	1.7	1.3	1.4	3.2	2.8	1.0
	10°	1.0	1.0	2.8	3.2	1.4	1.3	1.7	2.4	2.2	2.4	1.7	1.3	1.4	3.2	2.8	1.0
	20°	1.0	1.0	2.8	3.2	1.4	1.3	1.7	2.4	2.2	2.4	1.7	1.3	1.4	3.2	2.8	1.0
$p_s/2$	0°	-0.0	0.0	1.2	3.3	1.9	1.8	1.8	1.2	0.6	1.2	1.8	1.8	1.9	3.3	1.2	0.0
	10°	0.0	0.0	0.9	2.7	1.7	1.8	2.2	1.6	0.7	0.8	1.4	1.6	1.9	3.8	1.6	0.2
	20°	0.2	0.1	0.7	2.1	1.5	1.8	2.5	2.0	0.9	0.6	1.0	1.4	1.8	4.0	2.1	0.3
$p_s/3$	0°	-0.3	-0.3	0.7	3.3	2.0	1.9	1.9	0.8	0.1	0.8	1.9	1.9	2.0	3.3	0.7	-0.3
	10°	-0.3	-0.3	0.2	2.5	1.8	2.0	2.4	1.3	0.2	0.3	1.3	1.7	2.1	3.9	1.3	-0.2
	20°	-0.1	-0.2	-0.0	1.7	1.5	1.9	2.8	1.9	0.4	-0.0	0.7	1.4	2.0	4.3	1.9	0.1
0	0°	-1.0	-1.0	-0.3	3.4	2.3	2.2	1.9	0.0	-1.0	0.0	1.9	2.2	2.3	3.4	-0.3	-1.0
	10°	-0.9	-1.0	-1.0	2.2	2.0	2.4	2.7	0.8	-0.9	0.8	1.1	1.9	2.4	4.3	0.5	-0.7
	20°	-0.7	-0.8	-1.4	1.0	1.6	2.3	3.2	1.6	-0.5	-1.3	0.2	1.5	2.3	4.9	1.4	-0.4
p_s	0°	1.8	2.0	2.9	2.5	1.2	0.7	0.7	0.7	1.2	2.5	2.9	2.0	1.8			
	10°	1.8	2.0	2.9	2.5	1.2	0.7	0.7	0.7	1.2	2.5	2.9	2.0	1.8			
	20°	1.8	2.0	2.9	2.5	1.2	0.7	0.7	0.7	1.2	2.5	2.9	2.0	1.8			
$p_s/2$	0°	2.3	2.5	3.1	1.6	0.2	-0.2	-0.2	-0.2	0.2	1.6	3.1	2.5	2.3			
	10°	2.2	2.6	3.5	2.1	0.4	-0.0	-0.1	-0.2	-0.1	1.2	2.6	2.3	2.2			
	20°	2.0	2.6	3.8	2.5	0.8	0.2	0.0	-0.2	-0.1	0.8	2.1	2.0	2.0			
$p_s/3$	0°	2.4	2.6	3.2	1.3	-0.2	-0.4	-0.4	-0.4	-0.2	1.3	3.2	2.6	2.4			
	10°	2.4	2.8	3.7	1.9	0.2	-0.3	-0.4	-0.5	-0.5	0.7	2.5	2.4	2.4			
	20°	2.1	2.7	4.1	2.6	0.7	0.0	-0.2	-0.5	-0.6	0.2	1.8	2.0	2.1			
0	0°	2.8	2.9	3.4	0.6	-0.9	-1.0	-1.0	-1.0	-0.9	0.6	3.4	2.9	2.8			
	10°	2.6	3.1	4.2	1.6	-0.3	-0.7	-0.9	-1.1	-1.3	-0.2	2.4	2.5	2.6			
	20°	2.3	3.1	4.6	2.5	0.4	-0.3	-0.7	-1.0	-1.5	-0.9	1.2	1.9	2.3			
p_s	0°	2.6	4.1	1.9	0.9	0.7	0.6	0.7	0.9	1.9	4.1	2.6					
	10°	2.6	4.1	1.9	0.9	0.7	0.6	0.7	0.9	1.9	4.1	2.6					
	20°	2.6	4.1	1.9	0.9	0.7	0.6	0.7	0.9	1.9	4.1	2.6					
$p_s/2$	0°	3.1	3.9	0.8	0.0	-0.2	-0.2	-0.2	0.0	0.8	3.9	3.1					
	10°	3.0	4.3	1.3	0.2	0.0	-0.2	-0.2	-0.1	0.4	3.5	3.0					
	20°	2.8	4.4	1.8	0.5	0.1	-0.0	-0.1	-0.2	0.1	3.0	2.8					
$p_s/3$	0°	3.3	3.8	0.4	-0.3	-0.4	-0.5	-0.4	-0.3	0.4	3.8	3.3					
	10°	3.2	4.3	1.1	-0.0	-0.3	-0.4	-0.5	-0.5	-0.1	3.3	3.2					
	20°	2.9	4.6	1.8	0.4	-0.1	-0.3	-0.4	-0.5	-0.5	2.6	2.9					
0	0°	3.6	3.7	-0.3	-0.9	-1.0	-1.0	-1.0	-0.9	-0.3	3.7	3.6					
	10°	3.5	4.4	0.7	-0.4	-0.8	-0.9	-1.0	-1.2	-1.2	2.8	3.5					
	20°	3.1	4.8	1.7	0.1	-0.5	-0.7	-0.9	-1.3	-1.8	1.9	3.1

Table II. Continued

Original condition		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
$p_3 =$	$\alpha =$																		
p_3	0°	0.7	0.8	1.2	2.2	2.9	2.1	1.8	2.1	2.9	2.5	1.2	0.8	0.7					
	10°	0.7	0.8	1.2	2.2	2.9	2.1	1.8	2.1	2.9	2.5	1.2	0.8	0.7					
	20°	0.7	0.8	1.2	2.2	2.9	2.1	1.8	2.1	2.9	2.5	1.2	0.8	0.7					
$p_3/2$	0°	1.2	1.3	1.6	2.2	1.2	0.6	0.4	0.6	1.2	2.2	1.6	1.3	1.2					
	10°	1.1	1.3	1.8	2.6	1.7	0.8	0.4	0.5	0.8	1.7	1.3	1.1	1.1					
	20°	1.0	1.3	1.9	2.9	2.3	1.1	0.6	0.5	0.6	1.2	1.0	0.9	1.0					
$p_3/3$	0°	1.3	1.4	1.8	2.1	0.6	0.1	-0.1	0.1	0.6	2.1	1.8	1.4	1.3					
	10°	1.3	1.5	2.0	2.7	1.3	0.4	-0.0	-0.0	0.1	1.4	1.4	1.2	1.3					
	20°	1.1	1.4	2.2	3.1	2.1	0.8	0.2	0.0	-0.1	0.8	0.9	1.0	1.1					
0	0°	1.7	1.8	2.0	1.9	-0.5	-0.9	-1.0	-0.9	-0.5	1.9	2.0	1.8	1.7					
	10°	1.6	1.9	2.5	2.8	0.5	-0.5	-0.9	-1.1	-1.2	0.9	1.5	1.5	1.6					
	20°	1.4	1.8	2.7	3.4	1.7	0.1	-0.6	-1.0	-1.7	0.0	0.8	1.1	1.4					
p_3	0°	0.6	0.7	0.9	1.9	4.1	2.6	4.1	1.9	0.9	0.7	0.6							
	10°	0.6	0.7	0.9	1.9	4.1	2.6	4.1	1.9	0.9	0.7	0.6							
	20°	0.6	0.7	0.9	1.9	4.1	2.6	4.1	1.9	0.9	0.7	0.6							
$p_3/2$	0°	1.1	1.2	1.4	2.1	2.3	0.8	2.3	2.1	1.4	1.2	1.1							
	10°	1.1	1.2	1.5	2.5	2.7	0.9	1.9	1.6	1.1	1.1	1.1							
	20°	1.0	1.1	1.5	2.8	3.2	1.1	1.7	1.1	0.9	0.9	1.0							
$p_3/3$	0°	1.3	1.3	1.5	2.1	1.6	0.2	1.6	2.1	1.5	1.3	1.3							
	10°	1.2	1.4	1.7	2.7	2.3	0.3	1.2	1.5	1.2	1.2	1.2							
	20°	1.1	1.3	1.7	3.1	2.9	0.6	0.9	0.8	1.0	1.1								
0	0°	1.6	1.7	1.8	2.2	0.4	-1.0	0.4	2.2	1.8	1.7	1.6							
	10°	1.5	1.7	2.1	3.0	1.3	-0.9	-0.3	1.2	1.4	1.4	1.5							
	20°	1.3	1.6	2.1	3.6	2.4	-0.5	-0.7	0.2	0.8	1.1	1.3							
p_3	0°	1.0	2.4	4.2	1.3	1.0	3.9	2.4	1.0	0.8	1.0	2.4	3.9	1.0	1.3	4.2	2.4	1.0	0.7
	10°	1.0	2.4	4.2	1.3	1.0	3.9	2.4	1.0	0.8	1.0	2.4	3.9	1.0	1.3	4.2	2.4	1.0	0.7
	20°	1.0	2.4	4.2	1.3	1.0	3.9	2.4	1.0	0.8	1.0	2.4	3.9	1.0	1.3	4.2	2.4	1.0	0.7
$p_3/2$	0°	0.1	1.9	3.2	1.8	1.5	3.0	1.5	0.0	-0.1	0.0	1.5	3.0	1.5	1.8	3.2	1.9	0.1	-0.2
	10°	0.0	1.5	2.7	1.7	1.6	3.6	1.9	0.2	-0.1	-0.0	1.1	2.4	1.3	1.7	3.8	2.6	0.1	-0.1
	20°	0.1	1.0	2.2	1.6	1.5	4.1	2.4	0.4	0.1	0.0	0.8	1.8	1.1	1.5	4.3	3.1	0.1	0.0
$p_3/3$	0°	-0.2	1.8	2.9	1.9	1.6	2.8	1.2	-0.3	-0.4	-0.3	1.2	2.8	1.6	1.9	2.9	1.8	-0.2	-0.4
	10°	-0.3	1.2	2.2	1.9	1.7	3.5	1.8	-0.1	-0.3	-0.3	0.7	1.9	1.4	1.8	3.7	2.6	-0.2	-0.4
	20°	-0.2	0.6	1.5	1.7	1.7	4.1	2.3	0.2	-0.2	-0.3	0.3	1.2	1.1	1.6	4.3	3.4	-0.2	-0.2
0	0°	-0.8	1.4	2.3	2.2	1.9	2.2	0.6	-0.9	-1.0	-0.9	0.6	2.2	1.9	2.2	2.3	1.4	-0.8	-1.0
	10°	-0.9	0.6	1.2	2.2	1.7	3.3	1.5	-0.6	-0.9	-1.0	-0.2	0.9	1.6	2.1	3.4	2.7	-0.8	-0.9
	20°	-0.8	-0.3	0.1	2.0	2.0	4.2	2.3	-0.2	-0.7	-0.9	-0.8	-0.2	1.1	1.7	4.3	3.8	-0.7	-0.7
p_3	0°	0.7	2.0	3.5	1.4	3.3	2.7	0.9	0.6	0.9	1.9	3.3	1.4	3.5	2.0	0.7	0.6		
	10°	0.7	2.0	3.5	1.4	3.3	2.7	0.9	0.6	0.9	1.9	3.3	1.4	3.5	2.0	0.7	0.6		
	20°	0.7	2.0	3.5	1.4	3.3	2.7	0.9	0.6	0.9	1.9	3.3	1.4	3.5	2.0	0.7	0.6		
$p_3/2$	0°	-0.1	0.9	3.5	1.9	3.3	1.6	0.0	-0.2	0.0	1.6	3.3	1.9	3.5	0.9	-0.1	-0.2		
	10°	-0.3	0.3	2.9	2.0	3.7	2.2	0.2	-0.1	1.0	2.8	1.8	4.1	1.6	0.1	-0.2			
	20°	-0.3	-0.2	2.3	1.8	4.0	2.8	0.4	-0.0	-0.0	0.6	2.2	1.6	4.5	2.3	0.4	-0.0		
$p_3/3$	0°	-0.4	0.5	3.5	2.1	3.3	1.2	-0.3	-0.5	-0.3	1.2	3.3	2.1	3.5	0.5	-0.4	-0.5		
	10°	-0.6	-0.3	2.7	2.1	3.9	2.0	-0.0	-0.4	-0.4	0.4	2.6	1.9	4.3	1.5	-0.1	-0.4		
	20°	-0.7	-0.9	1.9	2.0	4.2	2.9	0.2	-0.3	-0.4	-0.2	1.8	1.6	4.9	2.4	0.2	-0.3		
0	0°	-1.0	-0.2	3.5	2.4	3.3	0.4	-0.9	-1.0	-0.9	0.4	3.3	2.4	3.5	-0.2	-1.0	-1.0		
	10°	-1.3	-1.4	2.3	2.5	4.2	1.7	-0.6	-0.9	-1.0	-0.7	2.2	2.1	4.7	1.2	-0.5	-0.9		
	20°	-1.3	-2.4	1.0	2.3	4.7	2.9	-0.2	-0.7	-1.0	-1.6	1.1	1.7	5.6	2.6	0.0	-0.7

の各点の応力係数を示すと、Table I のようである。

応力係数は種々の地山応力条件のものと応力を求める基礎資料であるから、これを示せば完全に空洞の周りの応力を示したことになる。しかし、この値だけでは直感的に応力分布がわからないので、実用の便を考え、 p_1 は水平で、その方向と空洞軸の方向が一致する場合について、12種の地山応力状態のもとにおける種々の断面形の坑道の壁面上の σ_t と p_3 の比を示せば、Table II のようである。この表中の α は p_3 と鉛直とのなす角である。

さらに壁面上の応力分布の一例として、 $p_1 = p_3/3$, $p_2 = p_3/2$ で、かつ p_1 は水平であるが、 p_2 は水平である場合と垂直から10°傾く場合について、 p_1 の方向に

軸を有する高さ対幅の比が1:2の長方形断面の坑道壁面上の σ_t と σ_l を示せばFig. 3 のようである。

4 多数の平行空洞の間の岩盤内の応力

塊状鉱体の残柱式採鉱にあたって、多数の空洞間に残された鉱柱内の応力を知ること、採鉱計画や地圧制御にとってきわめて重要である。しかし、空洞の形、大きさ、数および配列は千差万別であるから、鉱柱内の応力を一般的に示すことは不可能に近い。そこで筆者らは、一様な断面をもった長い空洞が平行に開削された場合について、地山応力は1軸性でその方向は垂直であるものと仮定して、各鉱柱内の応力を二次元光弾性実験によって研究した。

この実験は、空洞の数および配列によって7系列に

Fig. 3. The distributions of σ_t and σ_r along the contour of the cross sections of rectangular shape ($p_1=p_3/3$, $p_2=p_3/2$, $m=4$).

分け、空洞や鉋柱の寸法によって各系列ごとに数種の模型を作って行なった。模型の種類は合計36である。個々の実験結果はすでに報告したが、実験条件の範囲が非常に広いので、その結果を鉋柱内の応力推定に利用しがたいというらみがある。そこで、これらの実験結果を総合し、鉋柱内の応力を与える近似式を導いた。

空洞幅を a 、高さを h 、鉋柱厚さを t 、空洞数を n 、中央鉋柱から数えた鉋柱番号を i とする。ただし、 n が偶数のとき中央鉋柱の i を零とし、 n が奇数のときは中央の二つの鉋柱の i をどちらも 1 とする。空洞も鉋柱も規則正しく配列しているとき、 $i=0$ の鉋柱の単位長さに働く全地圧 P_0 および平均応力 $(\sigma_{av})_0$ は次式で与えられる。

$$P_0 = \frac{p_3 t(a+t)}{h} \left(\frac{\alpha_0}{n} + \frac{t}{h} \right)^{-1} = (\sigma_{av})_0 t \quad (10)$$

また、 $i=1, 2, 3, \dots$ の鉋柱に働く全地圧 P_i および平均応力 $(\sigma_{av})_i$ は次式で与えられる。

$$P_i = \frac{p_3 t(a+t)}{2h} \left\{ \left(-\frac{\alpha_i}{n} + \frac{1}{2i+1} \frac{t}{h} \right)^{-1} - \left(\frac{\alpha_{i-1}}{n} + \frac{1}{2i-1} \frac{t}{h} \right)^{-1} \right\} = (\sigma_{av})_i t \quad (11)$$

ここに α_i は Table III に示すようである。

空洞幅や鉋柱厚さが不均一の場合、まず平均幅の空洞が平均厚さ t_{av} の鉋柱を隔てて存在すると仮定して、 P_i' や $(\sigma_{av})_i'$ を(10)および(11)式を用いて計算し、次に

Table III. The values of α_i .

i	0	1	2	3	4	5	6	>7
α_i	0.220	0.096	0.066	0.054	0.043	0.040	0.038	0.036

次式によって真の全地圧や平均応力を近似的に求めることができる。

$$\left. \begin{aligned} P_i &= P_i' \left(\frac{t_i}{t_{av}} \right)^{2/3} \\ (\sigma_{av})_i &= (\sigma_{av})_i' \left(\frac{t_{av}}{t_i} \right)^{1/3} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

これらの近似式は、 $h/a=0.5\sim 3$ 、 $h/t=1\sim 6$ の範囲でだいたいあてはまる。なお、最大応力は、太い鉋柱では σ_{av} の1.5倍、細い鉋柱 ($h/t=5$ 程度) では σ_{av} の1.2倍程度である。

5 実際の岩盤内の空洞の回りの応力

普通の岩石は、応力が比較的小さいうちは、ほぼ Hooke の法則に従う。それゆえ上に述べた結果もあてはまるものと考えられる。しかし、応力が岩石の強度に近づくとき大きな誤差を伴うものと想像される。そこで、岩石でできた模型坑道について実験し、また理論的に検討した結果によれば、破壊が起こる間際においては、その最大引張応力は弾性理論による値の約半分であり、最大圧縮³⁾応力は弾性理論による値の約0.95倍であることを認めた。

6 結 論

従来、地山応力状態が一般三次元的である場合の空洞の回りの応力については研究されていなかったのに、このような地山応力状態のもとにおける任意の断面形の立坑・斜坑・坑道の回りの応力を明らかにした。また多数の細長い空洞の間の鉋柱内の応力についても実験的に研究し、その大きさを与える近似式を提案した。

(昭和39年11月11日 岩の力学国内シンポジウムにて講演)

参 考 文 献

- 1) 平松良雄, 岡 行俊, 鉋業会誌, **78**, 93 (1962).
- 2) 平松良雄, 岡 行俊, 鉋業会誌, **79**, 914 (1963).
- 3) 平松良雄, 岡 行俊, 鉋業会誌, **78**, 803 (1962).