多段多重重複繰返し応力による疲労の研究*

青 木 逸 郎** 初 野 耕 三***
中 村 宏**** 国 尾 武**

Investigation on Fatigue Damage by Means of Many Fold Multiple Repeated Stresses

by

Itsuro AOKI,

(Faculty of Engineering, Keio University, Koganei)

Kozo HATSUNO, Hiroshi NAKAMURA

(Railway Technical Research Institute, Japan, Kokubunzi)

and Takeshi KUNIO

(Faculty of Engineering, Keio University, Koganei)

For the purpose of studying the progressive fatigue damage accumulation normalized V notched steel (0.36%C) specimens were subjected to experiments under the repeated stress of multifolded and multiple loading.

The mechanical properties of the material of the specimens are given as follows ; tensile strength $\sigma_B=58.0 \text{ kg/mm}^2$, lower yield point $\sigma_S=30.4 \text{ kg/mm}^2$, actual breaking point $\sigma_T=91.5 \text{ kg/mm}^2$.

The first experiment consisted of test of fatigue under the stress of multifolded and multiple loading of the following patterns, and the experiment was repeated until fracture was made.

- (1) $\sigma_1 \rightarrow \sigma_2 \rightarrow \sigma_3 \rightarrow \sigma_2 \rightarrow \sigma_1 \rightarrow \sigma_2 \rightarrow \dots$
- (2) $\sigma_2 \rightarrow \sigma_3 \rightarrow \sigma_2 \rightarrow \sigma_1 \rightarrow \sigma_2 \rightarrow \sigma_3 \rightarrow \dots$
- (3) $\sigma_3 \rightarrow \sigma_2 \rightarrow \sigma_1 \rightarrow \sigma_2 \rightarrow \sigma_3 \rightarrow \sigma_2 \rightarrow \dots$

where $\sigma_1=15 \text{ kg/mm}^2$, $\sigma_2=18 \text{ kg/mm}^2$, $\sigma_3=21 \text{ kg/mm}^2$.

It is found that the larger is the number of loading cycle by decreasing the frequency of repetition on each stress level the smaller the total sum of the cycle ratio will become, descending ultimately to approximately 0.6.

Furthermore, in order to investigate the above mentioned fact, fatigue tests were conducted under the same stress pattern with only one loading cycle at the beginning of the loading, followed by constant stress amplitude. It appears that the total sum of the cycle ratios is much affected by the stress change at the beginning of the loading.
(Received June 21, 1965)

1 緒 言

従来両振り多段重複繰返し応力を受ける材料の寿命については、多くの研究が報告されている。そしてそれらの研究の多くは、破断までの累計繰返し数比 $\Sigma(n_i/N_i)$ が1にならないことを示している。すなわち、多段重複繰返し応力の実験において、いわゆる Fig. 1 のような応力上昇の場合は、破断までの累計繰返し数比 $\Sigma(n_i/N_i)$ が1よりも大きくなり、また、Fig. 2 のような応力下降の場合は、1よりも小さくなるという結果が多い。そこで本研究においては、応力上昇と

Fig. 1. Amplitude pattern of stresses.

Fig. 2. Amplitude pattern of stresses.

* 原稿受理 昭和40年6月21日
** 正 会 員 虎応義塾大学大学院 東京都小金井市前原町
*** 鉄道技術研究所 東京都国分寺市
**** 正 会 員 鉄道技術研究所 東京都国分寺市

Fig. 3. Amplitude patterns of stresses, type a, b and c.

応力下降の二つを組み合わせた Fig. 3 のような実験を行なった。そして、変動周期数 m^{*1} をパラメータにして、三段多重重複繰返し応力の実験を行なった。

その結果、破断までの累計繰返し数比 $\Sigma(n_i/N_i)$ が 1 よりもかなり低い値であることがわかった。さらに、寿命の低下を知る手がかりとして、累計繰返し数比 $\Sigma(n_i/N_i)$ が実験開始から、0.1 までの範囲について、多段重複繰返し応力を与え、その後を一定応力振幅にして、全寿命の初期における多段重複繰返し応力による寿命に及ぼす影響を調べてみた。

2 供試試験片

試験片は、焼ならしした中炭素鋼 (SF 55) に、切欠き底直径 $d=11\phi$ 、切欠き先半径 $\rho=0.5R$ の環状 V 型切欠きをつけたものを使用した。化学成分および機械的性質は、Table I, II に、形状は Fig. 4 に示す。

3 実験方法

試験機は、小野式回転曲げ疲労試験機(10kg-m, 2940 rpm)を使用した。そして、荷重は試験機を運転した

Table I. Chemical compositions of the test material (SF 55).

	C	Si	Mn	P	S
Chemical component (%)	0.36	0.20	0.78	0.027	0.027

*1 本研究においては、応力振幅を $\sigma_1 \rightarrow \sigma_2 \rightarrow \sigma_3 \rightarrow \sigma_2 \rightarrow \sigma_1 \rightarrow \sigma_2 \rightarrow \sigma_3 \rightarrow \dots$ のように周期的に変化させてある。そして、この周期を変動周期とし、変動周期数 m の値は(1)式によって定まるものである。ここで、変動周期数 m をパラメータにする意味は、各応力階段での繰返し数を等しくした場合、各応力階段での繰返し数が減少すればするほど、変動周期数 m は増加する。言い換えれば m をパラメータにすることは、各応力階段での繰返し数 n の大小をよむことにもなる。

Table II. Mechanical properties of the test material.

Upper yield point σ_{θ} (kg/mm ²)	Lower yield point σ_{su} (kg/mm ²)	Tensile strength σ_B (kg/mm ²)	Actual breaking stress σ_T (kg/mm ²)
31.2	30.4	58.0	91.5

Fig. 4. Form of specimen.

ままにして、手で切り替えた。

実験方法は次のとおりである。

3・1 一定応力振幅による実験

これは、いわゆる $S-N$ 曲線を求めるための実験である。

3・2 三段多重重複繰返し応力の実験

3・1 で求めた *S-N* 曲線を基にして、三段多重重複繰返し応力の実験を行なった。この実験の応力振幅の与え方は、Fig. 3 に示した a, b, c 型の 3 種類である。そして、a, b, c 型の応力振幅の与え方は、おのおの次のとおりである。

a 型: $15\text{kg/mm}^2 \rightarrow 18 \rightarrow 21 \rightarrow 18 \rightarrow 15 \rightarrow \dots$

b 型 : $18\text{kg/mm}^2 \rightarrow 21 \rightarrow 18 \rightarrow 15 \rightarrow 18 \rightarrow \dots$

c 型 : $21 \text{ kg/mm}^2 \rightarrow 18 \rightarrow 15 \rightarrow 18 \rightarrow 21 \rightarrow \dots$

そして、三段多重重複繰返し応力の変動周期数 m をパラメータにとった場合の各階段中の応力繰返し数 n は、次のような関係で求めた。(ただし、変動周期数 m はマイナーの仮説がなりたつものと考えた場合の値である)。

$$\sum \frac{n_i}{N_i} = m \left(\frac{n}{N_1} + \frac{2n}{N_2} + \frac{n}{N_3} \right)$$

ただし $N_1 : \sigma_1$ における破断までの繰返し数

 $N_2: \sigma_2$ における破断までの繰返し数 N_3 : σ_3 における破断までの繰返し数

$$\therefore n = \frac{1}{m \left(\frac{1}{N_1} + \frac{2}{N_2} + \frac{1}{N_3} \right)} \quad (1)$$

3・3 多段重複繰返し応力の実験

4・2で述べるが、3・2の三段多重重複繰返し応力の実験で、変動周期数 m の増加によって破断までの累計繰返し数比 $\Sigma(n_i/N_i)$ が、1よりかなり低い値になったので、その原因の手がかりを得るために、Fig. 5に示したd, e型の実験を行なった。これは、Fig. 3に示したd, c型の実験開始の部分の3種類の応力振幅を与えた後、一定応力振幅 18kg/mm^2 にして破断させ、そのときの破断までの累計繰返し数比 $\Sigma(n_i/N_i)$

Fig. 5. Amplitude patterns of stresses, type d and e.

を調べる. d, e 型の応力振幅の与え方は次のとおりである.

d 型: $18 \text{ kg/mm}^2 \rightarrow 21 \rightarrow 18 \rightarrow 15 \rightarrow 18$

$18 \text{ kg/mm}^2 \rightarrow 26 \rightarrow 18 \rightarrow 10 \rightarrow 18$

e 型: $21 \text{ kg/mm}^2 \rightarrow 18 \rightarrow 15 \rightarrow 18$

$26 \text{ kg/mm}^2 \rightarrow 18 \rightarrow 10 \rightarrow 18$

次に, Fig. 6 で示した f 型のように, 最初の部分の応力振幅を 21 kg/mm^2 にして, その後を 18 kg/mm^2 と一定応力振幅のままにして破断させ, そのときの累計繰返し数比を調べる. さらに, Fig. 7 で示した g 型のように, 小刻みに応力振幅を変えた実験を行ない, 前と同様に, 18 kg/mm^2 と一定応力振幅にして破断させ, そのときの累計繰返し数比を調べる. なお, n の大きさは, Table VII, VIII, IX, X に示す.

Fig. 6. Amplitude pattern of stresses, type f.

Fig. 7. Amplitude pattern of stresses, type g.

4 実験結果および考察

4.1 一定応力振幅による実験

一定応力振幅の実験の結果を Table III, Fig. 8 に示す. この結果を, 破断寿命のヒストグラムが対数正規分布をすると仮定して標準偏差 s で表わすと,

$$s = \sqrt{\frac{\sum (\log N - \log N_m)^2}{n}}$$

上式の s が最小の値をとるように, 各応力レベルで点を求め, これらを適当に引いて求める. こうして求めた値は $s = 0.0552$ である. そして Fig. 8 の破線で表わした $S-N$ 曲線は, 実線で表わした $S-N$ 曲線に,

Table III. Test results of constant repeated stress.

Test piece No.	Stress σ (kg/mm ²)	No. of cycles N	B. or N.B.
15	26.0	6.5×10^4	B.
25	26.0	6.9×10^4	B.
88	26.0	5.9×10^4	B.
95	21.0	3.03×10^5	B.
84	21.0	3.09×10^5	B.
28	21.0	2.76×10^5	B.
97	18.0	4.97×10^5	B.
47	18.0	7.66×10^5	B.
73	18.0	7.55×10^5	B.
80	18.0	7.93×10^5	B.
64	15.0	2.46×10^6	B.
93	15.0	2.61×10^6	B.
102	15.0	2.77×10^6	B.
50	15.0	2.01×10^6	B.
2	14.9	7.52×10^6	B.
18	14.7	1×10^7	N.B.

Fig. 8. $S-N$ diagram.

$\pm 2s$ を加えたものである. したがって, もし破断寿命のヒストグラムが対数正規分布をすると仮定すれば, これらの破線で囲まれた部分で, 約95%破断すると考えられる. このような操作をしたのは, 多段多重重複繰返し応力の実験で, 破断までの累計繰返し数比 $\sum (n_i/N_i)$ を求めるとき, 誤差の範囲を明確にしておかないと, 寿命の考察を行なう際に誤った結論を下す可能性があるからである.

4.2 三段多重重複繰返し応力の実験

Fig. 8 を基にして三段多重重複繰返し応力の実験結果を整理したのが, Table IV, V, VI, Fig. 9 で

Table IV. Test results of type a.

Test piece No.	No. of loading cycles m	No. of cycles in every stage n	Stress of 1st stage σ_1	Stress of 2nd stage σ_2	Stress of 3rd stage σ_3	No. of cycles N	Total cycle ratio $\Sigma \frac{n_i}{N_i} \times 100\%$
82	1.6	1.000×10^5	14.8	17.8	20.8	6.37×10^5	99.9
66	5.3	2.75×10^4	15.1	18.2	21.3	3.92×10^5	73.1
22	5.3	2.75×10^4	15.1	18.2	21.3	3.86×10^5	71.0
72	9.2	1.65×10^4	14.9	17.9	21.0	3.95×10^5	63.8
86	1.1	1.65×10^4	14.8	17.8	20.7	3.73×10^5	53.1
110	11	1.37×10^4	15.0	18.1	21.2	2.89×10^5	46.9
43	11	1.37×10^4	14.9	18.0	21.0	5.19×10^5	78.5
16	10	1.37×10^4	15.1	18.2	21.3	3.20×10^5	56.9
60	18	8.2×10^3	15.0	18.1	21.2	4.23×10^5	72.6
90	35	4.1×10^3	15.1	18.1	21.2	4.33×10^5	74.5
87	36	4.1×10^3	15.0	18.1	21.2	2.95×10^5	48.3
35	41	3.3×10^3	15.2	18.3	21.5	3.13×10^5	89.4
34	48	3.3×10^3	14.9	17.9	21.0	3.77×10^5	60.0
44	87	1.6×10^3	15.1	18.2	21.3	3.24×10^5	58.4

Table V. Test results of type b.

Test piece No.	No. of loading cycles m	No. of cycles in every stage n	Stress of 1st & 3rd stage σ_1	Stress of 2nd stage σ_2	Stress of 4th stage σ_4	No. of cycles N	Total cycle ratio $\Sigma \frac{n_i}{N_i} \times 100\%$
54	1.5	1.000×10^5	18.0	21.1	15.0	5.74×10^5	107.5
75	5.7	2.72×10^4	17.9	21.0	14.9	4.26×10^5	70.1
107	6.0	2.72×10^4	17.8	20.9	14.8	5.07×10^5	83.2
69	9.0	1.65×10^4	18.1	21.2	15.0	4.33×10^5	75.2
23	10	1.37×10^4	18.2	21.3	15.1	4.23×10^5	76.6
103	11	1.37×10^4	18.0	21.1	14.9	4.54×10^5	73.6
85	19	8.2×10^3	17.8	20.8	14.9	4.38×10^5	68.9
40	35	4.1×10^3	18.2	21.3	15.1	3.60×10^5	64.2
94	38	4.1×10^3	18.0	21.0	14.9	2.86×10^5	47.0
104	43	3.3×10^3	18.1	21.2	15.0	3.82×10^5	66.9
49	47	3.3×10^3	18.0	21.0	15.0	5.38×10^5	86.6
67	50	3.3×10^3	17.9	20.8	14.9	4.52×10^5	55.0
100	98	1.6×10^3	17.9	21.0	14.9	3.87×10^5	61.8

Table VI. Test results of type c.

Test piece No.	No. of loading cycles m	No. of cycles in every stage n	Stress of 1st stage σ_1	Stress of 2nd stage σ_2	Stress of 3rd stage σ_3	No. of cycles N	Total cycle ratio $\Sigma \frac{n_i}{N_i} \times 100\%$
38	1.4	1.000×10^5	21.2	18.2	15.1	4.03×10^5	69.8
89	5.7	2.75×10^4	21.0	17.9	14.9	5.40×10^5	85.5
41	9.0	1.65×10^4	21.1	18.1	15.0	4.11×10^5	74.8
32	10	1.37×10^4	21.3	18.2	15.1	2.30×10^5	43.5
55	11	1.37×10^4	21.1	18.1	15.0	3.85×10^5	64.7
37	12	1.37×10^4	20.9	17.8	14.8	5.95×10^5	92.4
52	17	8.2×10^3	21.3	18.2	15.1	1.38×10^5	80.4
68	19	8.2×10^3	21.1	18.0	15.0	3.68×10^5	60.1
45	35	4.1×10^3	21.3	18.2	15.1	3.09×10^5	52.0
101	36	4.1×10^3	21.1	18.0	15.0	3.43×10^5	57.2
24	42	3.3×10^3	21.4	18.3	15.2	2.76×10^5	49.8
39	45	3.3×10^3	21.2	18.1	15.0	5.38×10^5	91.2
61	89	1.6×10^3	21.3	18.2	15.1	3.12×10^5	65.8

Fig. 9. $\Sigma n_i/N_i \times 100\%$ - m Diagram.

ある。Fig. 9 は、縦軸に破断までの累計繰返し数比 $\Sigma(n_i/N_i) \times 100\%$ を、横軸に変動周期数 m をとったものである。破線 A、A' は、おのおの 4・1 で求めた標準偏差 s を ± 2 倍した値を、累計繰返し数比で表わしたものである。破線 A は、128%，破線 A' は、78%である。次に、Fig. 9 に示した実験点を調べる

と、Fig. 3 で示した 3 種類のおのおのを示す各点は、互いのばらつき内にあり、その差は認められない。

4・1 と同様に累計繰返し数比を対数でとった標準偏差 s' を求める。この場合、各点の平均と思われる所を目のこで引き、この曲線から、各実験点の最小になるように上下に移動させて修正した。求めた標準偏差 s' は、0.0829 である。そこで 4・1 と同様に $\pm 2s'$ をとったのが、破線 B、B' である。ここで s' の値が s の値よりも大きいのは、これは、三段多重重複繰返し応力の実験で、累計繰返し数比を求めるのに、ばらつきを含んだ一定応力振幅の実験結果の値を基準にしたためであると考えられる。よって実験の考察を、破線 B、B' の平均値（対数平均）で行なうと、変動周期数 m の増加によって寿命は低下するが、累計繰返し数比 $\Sigma(n_i/N_i)$ が 0.6 でほぼ水平になる。すなわち、変動周期数 m を 100 以上に増しても、それ以上寿命は大きく低下しないことが推測できる。以上の事がらにより本

Table VII. Test results of type d.

Test piece No.	No. of cycles in every stage n	Stress of 1st & 3rd stage σ_1	Stress of 2nd stage σ_2	Stress of 4th stage σ_4	No. of cycles N	Total cycle ratio $\Sigma \frac{n_i}{N_i} \times 100\%$	Cycle ratio of the part of steps $\Sigma \frac{n_i}{N_i} \times 100\%$
42	6.6×10^8	18.2	21.3	15.1	7.28×10^8	104	1.13
70	6.6×10^8	18.1	21.1	15.1	7.17×10^8	100	4.52
33	5.0×10^8	17.8	20.8	14.9	7.05×10^8	88.0	1.88
51	1.7×10^8	18.2	21.2	15.2	5.46×10^8	77.4	1.15
105	0.8×10^8	17.9	20.9	14.9	6.14×10^8	88.7	0.42
58	3.3×10^8	17.8	25.7	9.9	6.58×10^8	85.2	5.59
62	2.2×10^8	17.9	25.9	9.9	5.67×10^8	79.0	3.48
12	0.7×10^8	18.1	26.1	10.0	5.29×10^8	72.4	1.30
13	0.4×10^8	18.2	26.4	10.1	4.67×10^8	68.2	0.66

Table VIII. Test results of type e.

Test piece No.	No. of cycles in every stage n	Stress of 1st stage σ_1 (kg/mm ²)	Stress of 2nd stage σ_2 (kg/mm ²)	Stress of 3rd stage σ_3 (kg/mm ²)	No. of cycles N	Total cycle ratio $\Sigma \frac{n_i}{N_i} \times 100\%$	Cycle ratio of the part of steps $\Sigma \frac{n_i}{N_i} \times 100\%$
63	8.3×10^8	21.1	18.1	15.1	5.60×10^8	77.7	4.45
27	6.6×10^8	20.9	17.9	14.9	6.20×10^8	80.2	3.29
57	5.0×10^8	22.4	19.2	16.0	3.65×10^8	71.8	3.94
106	1.7×10^8	21.1	18.1	15.1	6.94×10^8	93.9	0.87
29	0.8×10^8	21.2	18.2	15.1	4.70×10^8	65.4	0.42
31	3.7×10^8	26.1	18.1	10.0	5.27×10^8	76.2	6.46
78	3.7×10^8	25.6	17.7	9.8	4.81×10^8	61.5	5.57
36	2.2×10^8	26.1	18.1	10.0	5.68×10^8	79.8	3.89
76	0.7×10^8	26.0	17.9	9.7	5.58×10^8	70.5	1.16
8	0.4×10^8	26.0	18.0	10.0	7.40×10^8	96.5	0.66

*2 $\log 100 + 2s = \log A$ $\log 100 - 2s = \log A'$
 $\log 100 + 0.1104 = \log A$ $\log 100 - 0.1104 = \log A'$
 $\log 100 + \log 1.28 = \log A$ $\log 100 - \log 1.28 = \log A'$
 $\therefore A = 128$ $A' = 78$

実験のように、三段多重重複繰返し応力の下での寿命を算定するのに、マイナーの仮説をそのまま使うことは危険であるように考えられる。

Table IX. Test results of type f.

Test piece No.	No. of cycles in a stage n ($\times 10^3$)	Stress of 1st stage σ_1	Stress of 2nd stage σ_2	No. of cycles N ($\times 10^5$)	Total cycle ratio $\frac{\sum n_i}{N_i} \times 100\%$	Cycle ratio of the 1st stage $\frac{\sigma_1}{N_i} \times 100\%$
14	0.3	21.03	18.02	5.25	70.9	0.100
108	0.2	20.90	17.90	5.12	65.7	0.067
1	0.1	20.91	17.93	6.17	79.1	0.033
81	0.1	21.20	18.16	4.89	68.9	0.036
49	0.05	21.05	18.00	5.31	70.0	0.017

Table X. Test results of type g.

Test piece No.	No. of cycles in every stage n ($\times 10^3$)	Stresses σ_i			No. of cycles N ($\times 10^5$)	Total cycle ratio $\frac{\sum n_i}{N_i} \times 100\%$	Cycle ratio of the part of steps $\frac{\sum n_i}{N_i} \times 100\%$
109	1.6	25.76	23.78	21.80	5.25	68.8	4.91
		19.81	17.82	15.84			
		13.86	11.88	9.90			
77	3.8	21.01	20.01	19.00	5.58	76.0	4.26
		18.00	17.00	16.00			
		15.00					
30	2.7	26.25	22.21	18.16	5.53	81.2	6.33
		14.12	10.08				
96	6.4	20.97	18.97	16.97	5.58	73.4	4.19
		14.97	17.97

Fig. 10. The relation between the remaining life and cycle ratio of the part of steps.

4.3 多段重複繰返し応力の実験

4.2で、三段多重重複繰返し応力で寿命の低下することがわかったので、さらに、考察を進めるために実験開始から計算して累計繰返し数比が0.1以下の所だ

けを多段重複繰返し応力を与え、その後を一定応力振幅 (18kg/mm^2) にして破断させる実験を行なった。そして、そのときの累計繰返し数比を求めた結果を Table VII, VIII, IX, X および Fig. 10 に示す。ここで、 $\Sigma(n_i/N_s)$ というのは、多段重複繰返し応力の部分だけの累計繰返し数比を表わしたものである。また、 $\Sigma(n_i/N_i)$ というのは、破断までの全累計繰返し数比である。Fig. 10 は、横軸に多段重複繰返し応力を与えた部分の累計繰返し数比 $\Sigma(n_i/N_s)$ をとり、縦軸には、一定応力振幅にした部分の破断までの繰返し数比 $\Sigma(n_i/N_i) - \Sigma(n_i/N_s)$ を、上から下向きにとったものである。すなわち、縦軸は一定応力振幅部分での残存寿命をとってある。また、マイナーの仮説がなりたつ場合の $\Sigma(n_i/N_i) = 1$ の曲線 (片対数紙上に表わしたために直線ではない) を、4・1で求めた $\pm 2s$ の範囲を破線 C, C' で示した。すなわち C, C' 内で約95%のものが、マイナーの仮説がなりたてば破断するわけである。しかし、実験で得た結果は、半数以上は、C, C' の範囲より上になっている。すなわち、実験開始から累計繰返し数比がごく少ない範囲における多段重複繰返し応力によって、寿命が低下することを示している。

5 結 言

以上の結果から次の事がらわかった。

- (1) 三段多重重複繰返し応力の下での疲労の実験で変動周期数 m の増加によって寿命は低下する。
- (2) また、寿命は変動周期数が増加して、 m が100以上になった場合には、累計繰返し数比の平均が、0.6よりも大きくは低下しないようである。
- (3) 実験開始から累計繰返し数比 $\Sigma(n_i/N_s)$ が0.1以下について多段重複繰返し応力を与えることにより、寿命の低下が見られる。

(4) (1)~(3)の実験事実の結論については、今後なお多くの実験を必要とし、マイナーの仮説をそのまま使用して実働応力による疲労の寿命の算定をすることについては、充分注意する必要がある。

なお、実験を行なうにあたり、終始ご鞭撻をいただいた鉄道技術研究所車輛構造室長吉峯鼎氏、また、鬼頭製作所の鬼頭慎二郎氏、三井物産の新田日出夫氏の協力を得たことに感謝の意を表する。

(昭和39年4月14日 日本材料学会第13期総会講演会にて講演)

参 考 文 献

- 1) たとえば、日本材料学会編, “金属の疲労”, p.302 (1964) 丸善