多軸熱応力下の熱疲労*

平 修 二** 大 南 正 瑛***

井 上 達 雄** 庵 文 隆**

Thermal Fatigue under Multiaxial Thermal Stresses

by

Shuji TAIRA,

(Faculty of Engineering, Kyoto University, Kyoto)

Masateru OHNAMI,

(Faculty of Science and Engineering, Ritsumeikan University, Kyoto)

Tatsuo INOUE and Fumitaka IORI

(Faculty of Engineering, Kyoto University, Kyoto)

Experimental investigation on multiaxial thermal fatigue was performed by using solid spherical and cylindrical specimens of low carbon steel. The specimens were subjected to cyclic multiaxial thermal stresses introduced by repeated heating and cooling processes. The uniaxial thermal cycling tests and mechanical strain cycling tests at elevated temperature were also conducted on the same material, and the relationship between the strength of material under three types of cycling were studied.

The thermal strain range containing plastic strain of multiaxial thermal fatigue has been analyzed by means of successive approximation. Taking account of the fact that the cracks nucleate and propagate on the surface of the specimen, Mises' equivalent total strain on the surface is considered to be the strain range that determines the lifetime of the material subjected to the multiaxial thermal stress cyclings. For the purpose of elucidating the relationship between these three types of strength, the basis for the criterion of lifetime in terms of the number of cycles to crack initiation, constraint of thermal strain and equivalent steady temperature has been established as variables. The comparison between the three types of test results are made by using these common bases.

From the fact that the results of multiaxial thermal fatigue tests by the use of both solid spherical and cylindrical specimens are in good correlation with the uniaxial thermal and mechanical fatigue test results, the following conclusion has been made. The strength of the material subjected to multiaxial thermal stress cycling can be predicted from the information of conventional tests, namely, the uniaxial thermal fatigue test under the same constraint of thermal strain as that of the multiaxial thermal cycling, or the uniaxial mechanical fatigue test at equivalent steady temperature.

(Received July 5, 1965)

1 緒 言

金属材料の高温強度の問題が注目されるに従って、熱疲労の研究も広く行なわれるようになった。これらの研究の大部分は、おもに試験片の両端を拘束して加熱冷却を繰り返す、いわゆる単軸熱応力下の熱疲労に関するものであって、材料の熱疲労強度の基礎的資料を与えるものである。ところが各種構造部材において実際に問題となる熱疲労によるき裂発生は、ほとんど

が複雑な多軸熱応力の下で起こることが知られている。

このような観点から、物体内の温度こう配による熱応力の繰り返しを与えてき裂の発生を観察する、いわゆる Heat check とか Fire crack の実験が行なわれ、たとえば熱間圧延ロール等の材料の改良に成功している場合もあるが、これらの実験では、強度の基準が温度のみで、物体内の応力ないしひずみの評価がほとんど行なわれていないので、比較試験の域をでないものである。

したがって、本研究では、多軸熱応力の繰り返しを受ける物体に発生する熱ひずみの評価を行ない、この

* 原稿受理 昭和40年7月5日

** 正 会 員 京都大学工学部 京都市左京区吉田本町

*** 正 会 員 立命館大学理工学部 京都市北区等持院北町

場合の強度と、単軸熱応力下の熱疲労、および、同じ塑性疲労の範ちゅうに属する定ひずみ高温疲労との相関性を比較検討することによって、多軸熱応力下の熱疲労強度を推定する比較基準を確立することを試みた。

多軸熱応力の繰返しを受ける物体の例としては、中実の球および円柱を採用したが、本論文では、おもに前者の球における熱ひずみの解析方法を詳述する。なお、円柱については、既報にその解析方法を述べたので、ここでは省略し、実験結果のみを示す。ただし、既報では、相当塑性ひずみを求める場合、第一次近似として、単純引張試験の結果を用いたが、本論文では、後述するように、球と同様の方法でこれを求めた。

2 試験片および実験装置

Fig. 1(a)および(b)は、多軸熱応力下の熱疲労試験

Fig. 1. Test specimens.

に用いた中実の円柱状および球状試験片の形状寸法を示す。また、単軸熱応力下の熱疲労および定ひずみ高温疲労試験に用いた試験片は、Fig. 1(c) のようなものであって、後述するように、両試験におけるき裂発生繰返し数を推定する目的のために、この試験片の中央部に直径 1 mm の小孔を有するものも併用している。これらの試験片は、Table I に化学成分および常温における機械的性質を示すような S15C の炭素鋼の直径 1 in の丸棒から、切削加工によって製作した後、900℃ 1 時間の焼なましを行なった。

多軸熱応力下の熱疲労試験装置は、既報のように、試験片を電気炉中で均一に加熱した後、水と空気のスプレー流によって急速に冷却する操作を繰返すもので、繰返し速度は 1/9 cpm である。また、単軸熱応力下の熱疲労試験機は、試験片の両端を拘束して直接通電によって加熱し、中空部分に圧縮空気を通じて冷却するもの、定ひずみ高温疲労試験機は、同様の方法で加

Table I. Chemical compositions and mechanical properties at room temperature of material tested.

(a) Chemical compositions (%)							
C	Si	Mn	P	S	Cu	Ni	Cr
0.16	0.25	0.47	0.014	0.025	0.09	0.05	0.07

(b) Mechanical properties at room temperature				
Tensile strength (kg/mm ²)	Yield point (kg/mm ²)	Elongation (%)	Area contraction (%)	Hardness H_B
43.1	26.1	35.5	69.7	113

熱したまま、偏心円板とレバーによって繰返し引張圧縮を与えるものであるが、詳細は省略する。

3 多軸熱応力下の熱疲労における熱ひずみ範囲

前述したように、中実の円柱状試験片に対する場合は既報に譲り、ここでは、中実球状試験片における熱ひずみの解析を行なう。

均一な上限温度 T_2 にある半径 r_0 の球が、 T_1 なる温度の冷媒によって冷却される場合、熱伝導の方程式は次で与えられる。

$$\frac{\partial T(r)}{\partial \tau} = a \left[\frac{\partial^2 T(r)}{\partial r^2} + 2 \frac{\partial T(r)}{\partial r} \right], \quad a = \frac{k}{\rho c} \quad (1)$$

ここに、 k : 熱伝導率、 ρ : 比重、 c : 比熱、 τ : 冷却開始後の時間である。本実験の場合、 T_1 は水と空気の噴霧の温度であり、これは T_2 に比べて充分小さいのでこれを零とおくと、(1)式から球内部の温度分布は次のようになる。

$$T(r) = 2T_2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{m_k^2 r_0^2 + (\beta - 1)^2}{m_k^2 r_0^2 + \beta(\beta - 1)} \left(\frac{\sin m_k r_0}{m_k r_0} - \cos m_k r \right) \cdot e^{-m_k^2 r_0^2 \theta} \frac{\sin m_k r}{m_k r} \quad (2)$$

ここに、 $\beta (=hr_0/k)$: 無次元化した熱伝達係数 (Biot modulus), $\theta (=k\tau/\rho c r_0^2)$: 無次元化した時間、 h : 外表面の熱伝達係数であり、 m_k は境界条件から決まる方程式、

$$m r_0 + (1 - \beta) \tan m r_0 = 0 \quad (3)$$

の k 次の根である。Table II に β の種々の値に対する $m r_0$ の計算結果を示す。

Table II. Solutions of equation $m r_0 + (1 - \beta) \tan m r_0 = 0$, where $m r_0$ in Eq.3.

β	1.2	2.0	3.0	4.0
1	0.168868	0.202845	0.228888	0.245564
2	0.475453	0.491309	0.508699	0.523272
3	0.787899	0.799867	0.809617	0.820453
4	1.101357	1.108554	1.117266	1.125604
5	1.415115	1.420746	1.427636	1.434335

(2)式によって温度分布を計算するためには、無次元化した熱伝達係数 β の値を知らねばならない。非定常熱伝導の場合、この値を直接求めることはきわめて困難なので、ここでは、いわゆる熱伝導の逆問題の手法を用いてこれを推定した。すなわち、試験片内部の任意の点の温度変化を熱電対と電磁オシログラフを用いて記録する。一方、適当に仮定した β の値を用いて(2)式によって、その位置の温度変化を計算によって求め、両者の曲線が一致するような β の値を試行錯誤によって決定するものである。

以上のようにして物体内部の温度分布が求められると、この温度こう配によって発生する接線方向ひずみ ϵ_t および半径方向ひずみ ϵ_r は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_t &= \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{\alpha}{r^3} \int_0^r (T(r) - T(r_0)) r^2 dr \\ &+ \frac{1-2\nu}{3(1-\nu)} \frac{1}{r^3} \int_0^r (\epsilon_{rp} + 2\epsilon_{tp}) r^2 dr \\ &+ \frac{2}{3} \frac{1-2\nu}{1-\nu} \int_0^r \frac{\epsilon_{rp} - \epsilon_{tp}}{r} dr + \frac{C}{3} \\ \epsilon_r &= -2\epsilon_t + \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha [T(r) - T(r_0)] + \frac{1-2\nu}{1-\nu} \epsilon_{rp} \\ &+ \frac{2(1-2\nu)}{1-\nu} \int_0^r \frac{\epsilon_{rp} - \epsilon_{tp}}{r} dr + C \\ C &= \frac{6(1-2\nu)}{1-\nu} \frac{\alpha}{r_0^3} \int_0^{r_0} (T(r) - T(r_0)) r^2 dr \\ &- \frac{2(1-2\nu)}{1-\nu} \int_0^{r_0} \frac{\epsilon_{rp} - \epsilon_{tp}}{r} dr \\ &+ \frac{2(1-2\nu)^2}{1-\nu^3} \frac{1}{r_0^3} \int_0^{r_0} (\epsilon_{rp} + 2\epsilon_{tp}) r^2 dr \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

ここに、 ϵ_{rp} および ϵ_{tp} は半径方向および接線方向の塑性ひずみ成分、 α は線膨張係数であり、ポアソン比 ν は高温で一般的にいわれているように0.3とした。

一方、Mises の流れの法則、相当応力、相当全ひずみおよび相当塑性ひずみを用いると半径方向および接線方向の塑性ひずみ成分は、おのおの、

$$\epsilon_{rp} = \frac{1}{3} \frac{\epsilon_p^*}{\epsilon^*} (\epsilon_r - \epsilon_t), \quad \epsilon_{tp} = -\frac{2}{3} \frac{\epsilon_p^*}{\epsilon^*} (\epsilon_r - \epsilon_t) \quad (5)$$

となる。ここに、相当全ひずみ ϵ^* は、

$$\epsilon^* = \frac{2}{3} |\epsilon_r - \epsilon_t| \quad (6)$$

である。また、相当塑性ひずみ ϵ_p^* は次のようにして決定する。一般に延性材料の塑性疲労においては、そのヒステリシス・ループは破壊繰返し数に比べて充分小さい繰返し数の後に一定の形に収束するので、高温において単軸応力下の定ひずみ高温疲労試験を行ない、その収束したヒステリシス・ループから全ひずみ範囲に対する塑性ひずみ範囲の値を求める。Fig. 2 はヒステリシス・ループの一例であり、実験条件は、温度450°C、全ひずみ範囲0.64%であり、ひずみ速度は多軸熱応力下の熱疲労の場合に相当する0.47%/secで行なった。図から明らかなように、ほぼ10回程度の繰

Fig. 2. Variation of hysteresis loop with number of cycles in strain cycling test.

り返しでその形状は収束している。したがって、種々の温度および全ひずみ範囲に対してこの実験を行なえば、(5)式中の ϵ_p^* は求められることになる。

任意の時間 θ における温度分布は(2)式で与えられるので、これを用いると(4)式および(5)式を繰り返し用いる逐次近似法によって物体中のひずみ分布が決定される。すなわち、まず(4)式において、 $\epsilon_{rp} = \epsilon_{tp} = 0$ とおいて ϵ_r , ϵ_t を計算し、これを(5)式に代入することによって ϵ_{rp} , ϵ_{tp} を求める。次に、この値を(4)式に代入して新しい ϵ_r , ϵ_t の値を計算する。この操作を繰り返して、ひずみ分布が充分一定の値に収束するまで行なう。Fig. 3 は $T_2 = 450^\circ\text{C}$, $\beta = 2.60$, $\theta = 0.04$ の場合のひずみ分布の一例である。接線方向ひずみは常に正であり、中心から離れるに従って小さくなるが、半径方向ひずみは正から表面近くで負に変化する。

Fig. 3. An example of strain distributions in the solid spherical specimen.

また、多軸熱応力下の熱疲労においては、き裂が試験片表面に発生することから、本実験における熱ひずみ範囲としては、(6)式で与えられる試験片表面の相当全ひずみの最大値を採用した。なお、(4)式で与えられるひずみは物体の自由膨張を含むが、(6)式ではこの影響は相殺されて真の熱ひずみとなっている。Fig. 4は

Fig. 4. Diagram of equivalent total strain at the surface of the solid spherical specimen vs. nondimensionalized time relation.

冷却開始後の時間 θ に対する試験片表面の相当全ひずみの値を示したものである。図から、一定の時間の後に相当全ひずみは最大値をもち、上限温度 T_2 が大きくなるに従って、これらの値は大きくなるのがわかる。破線は、ひずみの最大値を結んだものである。

4 実験結果および考察

4.1 多軸熱応力下の熱疲労

多軸熱応力下の熱疲労試験における熱ひずみ範囲は、前述したように、Fig. 4 の破線で示す試験片表面に

おける最大の相当全ひずみを採用する。この熱ひずみは、試験開始直後は片振りの引張りとして作用するが、一部は残留ひずみとなるため、繰返し数が増すに従って両振りの状態に漸近するものと考えられる。

試験片にこのような熱ひずみが繰返し与えられると、表面には微細なき裂が多数発生する。Fig. 5 (a) および(b)は、おのおの、円柱状および球状試験片の表面に発生したき裂の顕微鏡写真である。一度き裂が発生すると、その後は先端の切欠き効果のためきわめて急速に伝播し、付近の応力を解放するので、き裂が一定の大きさになるとそれ以後はほとんど成長しない。円柱状試験片では、既に報告したように、試験片表面では、接線方向ひずみと軸方向ひずみがほぼ同じ値をとるので、Fig. 5(a) に示すようにき裂は軸方向とそれに直角な方向に発生する。また、Fig. 5(b) からわかるように、球状試験片では、その接線方向応力が均一であるからき裂は方向性を有していない。これらのき裂の断面は Fig. 6 のような形状をもつものが多い。

Fig. 6. Shape of the cracks ($\times 200$).

き裂の内部は酸化層で満たされていて、その部分に小さな割れの生じているものもある。このき裂の大きさは、長さ0.2mm、幅0.02mm、深さ0.2mm程度のものである。

試験片表面にはじめてき裂が認められた繰返し数をき裂発生繰返し数として、実験結果をまとめるとFig.7

(a) Solid cylindrical specimen
($T_2=500^\circ\text{C}$, $T_1=20^\circ\text{C}$, $\Delta\epsilon^*=0.288\%$, $N=1093$)

(b) Solid spherical specimen
($T_2=480^\circ\text{C}$, $T_1=20^\circ\text{C}$, $\Delta\epsilon^*=0.275\%$, $N=603$)

Fig. 5. Surface of the specimen observed by microscope ($\times 60$).

Fig. 7. Test results of multiaxial thermal fatigue.

のようになる。図中、白丸点および黒丸点は、おのおの円柱状および球状試験片に対する実験結果であって、かなり良好な一致を示している。このことから考えて、以上に述べた熱ひずみの評価方法は妥当なものであるということができよう。

4・2 実験結果の比較

多軸熱応力下の熱疲労強度を単軸熱応力下の熱疲労および定ひずみ高温疲労強度と比較するためには、これらの3種の実験に共通な比較基準をおく必要がある。

4・2・1 き裂発生繰返し数 多軸熱応力の繰返しを受ける材料の寿命は、前述のように試験片表面に微細なき裂が発生する繰返し数で規定した。したがって、単軸熱応力下の熱疲労および定ひずみ高温疲労においても、同様に、き裂発生繰返し数を寿命とする必要がある。しかしながら、これらの実験では、一般に破断繰返し数を知ることが多いので、これを用いるために次のようにしてき裂発生繰返し数を推定した。

一般の工業材料では、その内部に微小な欠陥を有していて、き裂はその部分から発生する。さらに、このような微小な欠陥であっても、人為的に設けた巨視的なものでも、一度き裂が発生した後の伝播過程では、同一の様相を呈すると考える。前述したように、この人為的な欠陥として直径1 mmの小孔を有する中空円筒試験片におけるき裂発生繰返し数および破断繰返し数をおのおの N_{hc} , N_{hf} とし、小孔を有しない平滑試験片におけるき裂発生繰返し数および破断繰返し数をおのおの N_{sc} , N_{sf} とすると、上のことから考えて与えられたひずみ範囲に対して、

$$\frac{N_{sf}-N_{sc}}{N_{sf}} = \frac{N_{hf}-N_{hc}}{N_{hf}} \quad (7)$$

なる関係がなりたつ。したがって、平滑試験片におけるき裂発生繰返し数は、

$$N_{sc} = N_{sf} \frac{N_{hc}}{N_{hf}} \quad (8)$$

から推定することができる。

Fig. 8 および 9 は、おのおの単軸熱応力下の熱疲労および定ひずみ高温疲労試験結果である。図中、白丸点は平滑試験片の破断点を、黒丸点および半黒丸点

Fig. 8. Test results of uniaxial thermal fatigue ; upper temperature levels T_2 are 600°C (a) (b) (c) (d), 550°C (e), 520°C (f) and 470°C (g), and lower temperature levels T_1 are 40°C for all specimens.

Fig. 9. Test results of mechanical fatigue at elevated temperature ; equivalent steady temperatures T_e are 520°C (a) (b), 480°C (c) (d) and 450°C (e) (f).

は有孔試験片の破断およびき裂発生点を示す。また破断線は(8)式によって求めた平滑試験片におけるき裂発生推定曲線である。なお、この推定値の妥当性は、実際に平滑試験片を観察することによって確かめられている。

4・2・2 熱ひずみの拘束率 熱疲労試験においては、熱ひずみの拘束率が異なると寿命にかなりの差が生ずるので、2種の熱疲労試験結果を比較する場合には、この値を等しくする必要がある。多軸熱応力下の熱疲労試験では、試験片表面の相当全ひずみ範囲 $\Delta\epsilon^*$ をその部分の自由膨張量 $\alpha\Delta T$ で除したものを熱ひずみの拘束率 η と定義する。すなわち η は、

$$\eta = \frac{\Delta\epsilon^*}{\alpha\Delta T} \quad (9)$$

である。一方、単軸熱応力下の熱疲労においては、 η は、

$$\eta = \frac{\Delta\epsilon_{\max}}{\alpha\Delta T} = \frac{\psi\Delta\epsilon_{ap}}{\alpha\Delta T} \quad (10)$$

で与えられる。ここに、 $\Delta\epsilon_{\max}$ は軸方向温度こう配をもつ試験片の中央部分の最大ひずみ範囲、 $\Delta\epsilon_{ap}$ は標点距離間の平均ひずみ範囲であり、 ψ はこれらの比をとったもので熱ひずみの集中率という。

Fig. 10 は熱ひずみの拘束率 η の値を相当全ひずみ範囲 $\Delta\epsilon^*$ に対して示したものである。白丸点およ

Fig. 10. Constraint of thermal strain vs. equivalent total strain range under both multiaxial and uniaxial thermal cyclings.

び黒丸点は、円柱状および球状試験片に対する多軸熱応力下の熱疲労の場合、半黒丸は単軸熱応力下の熱疲労の場合である。図から明かなように、これらの実験では同じ相当全ひずみ範囲に対して等しい熱ひずみの拘束率をもつことがわかる。

4・2・3 相当定常温度 定ひずみ高温疲労強度は明らかに試験温度に依存するものであるから、この場合の実験結果を他と比較する場合には、温度条件を明確にしておく必要がある。したがって、本研究ではこの温度条件として相当定常温度を採用する。詳しくは既報に譲るが、この相当定常温度とは、温度変動下の熱疲労と同じひずみ範囲を与えたとき同じ寿命を有する定ひずみ高温疲労における定常温度をいう。Fig. 9に示す定ひずみ高温疲労試験はこの相当定常温度の下で行なっているので、この結果と熱疲労試験結果は共通の比較基準をもっていると考えられる。

以上のことから考えて、Fig. 7の多軸熱応力下の熱疲労試験結果と、Fig. 8および9の破線で示される単軸熱応力下の熱疲労および定ひずみ高温疲労試験結果は、同じ比較基準をもっているといえることができる。したがって、これらの結果を併記するとFig. 11のようになる。ただし、この図では、Fig. 8および9の破線の結果に対して試験片の軸方向温度分布によるひずみの集中を補正している。Fig. 11に示すように、これらの実験結果は良好な一致をしている。

5 結 言

Fig. 11の結果が、ほぼ1本の曲線でまとめられることから次の結論が得られる。

多軸熱応力下の熱疲労強度性質は、き裂発生繰返し数と熱ひずみの拘束率を共通比較基準とする単軸熱応

Fig. 11. Comparison between test results of multiaxial thermal fatigue, uniaxial thermal fatigue and mechanical fatigue at elevated temperature.

力下の熱疲労試験結果、または、き裂発生繰返し数を共通比較基準とする相当定常温度下の定ひずみ高温疲労試験結果から推定することができる。

なお、多軸熱応力下の熱疲労における熱ひずみの計算には、京都大学計算センターの電子計算機 KDC-1を使用した。

最後に、本研究を行なうにあたり、終始協力をおしまれなかった立命館大学学生、小崎紀大、田熊国清、岡本吉克の諸君に謝意を表する。

(昭和40年5月19日 日本材料学会第14期総会講演会にて講演)

参 考 文 献

- 1) たとえば、藤原達雄，金属学会誌，**21**，494 (1957)；下田秀夫，渡辺十郎，鉄と鋼，**43**，996 (1957)。
- 2) Taira, S., M. Ohnami, and T. Inoue, Proc. 8th Jap. Cong. Test. Mat., **40** (1965)。
- 3) 平修二，大南正英，京極哲郎，機械学会論文集，**28**，80 (1962)。
- 4) 平修二，大南正英，小寺沢良一，材料試験，**10**，104 (1961)。
- 5) たとえば，Carslaw, H.S., Introduction to the Mathematical Theory of the Conduction of Heat in Solids, 139 (1921) The Macmillan Co.
- 6) 同様の手法については，Mendelson, A., and S.S. Manson, NASA. T.R. R-28 (1960)；Mendelson, A., and S.W. Spero, Trans. ASME, Ser. E, **84**，151 (1962)。
- 7) Clark, Claud L., High Temperature Alloys, 322, (1953)。
- 8) Raymond, M.H., and L.F. Coffin, Acta Metal, **11**，801 (1963)。
- 9) 平修二，小寺沢良一，大南正英，材料試験，**9**，636 (1960)。