毛細血管中の血液流動*

近 藤 信 吾** 岡 小 天***

Flow of Blood in Capillary

by

Shingo KONDO and Syoten OKA

(Faculty of Science, Tokyo Metropolitan University, Tokyo)

Blood flowing in capillary cannot be treated as a homogeneous fluid, since the diameter of capillary is of the same dimension as that of red cells. The hematocrit is about 45%. Therefore, when blood flows in capillary, the width of the "compartment" between the two adjacent red cells will be nearly equal to the thickness of the red cell. For the sake of simplicity, we shall make assumptions as follows: (1) the surfaces of red cells are perpendicular to the axis of capillary; (2) since the "compartments" are very narrow, there can be no relative motion of plasma to be contained between the red cells with respect to them; (3) the capillary is an infinite small cylindrical tube; (4) the flow of blood in capillary is steady; (5) blood is incompressible; (6) the effect of gravity is negligible; (7) there is no slip on the wall of the tube. From the above assumptions, we may treat the flow of blood in capillary as if an infinite rod flows steadily through an infinite cylinder filled with plasma.

Let us take a cylindrical coordinate system (r, θ, z) , the z -axis being the axis of the capillary. Then the velocity component v_z will be a function of r alone. Solving the equations of continuity and of momentum, we get the discharge $Q = \pi \Delta p (R^4 - r_0^4) / 8\eta$. If blood is regarded as a homogeneous fluid of apparent viscosity η_a , the discharge will be given by $Q_0 = \pi \Delta p R^4 / 8\eta_a$ according to the Poiseuille equation. Consequently, the ratio of Q to Q_0 is given by $Q/Q_0 = \eta_a/\eta \cdot \{1 - (r_0/R)^4\}$.

The apparent viscosity η_a of blood in our model is related with the discharge by the relation $Q = \pi \Delta p R^4 / 8\eta_a$. By equating this expression with the obtained formula, we get $\eta_a/\eta = \{1 - (r_0/R)^4\}^{-1}$. This relationship has been derived by Whitmore from a different stand point of view under certain conditions.

(Received Mar. 2, 1967)

1 はじめに

毛細血管の太さは赤血球の大きさと同程度である。だから、毛細血管の中では血液を均質な液体とみなすことができない。そこで、血液を血しょう中に赤血球が高濃度に分散している懸濁液としてとらえて、毛細血管中での速度分布、流量、見掛けの粘度を求める。

2 モデル

血液は血しょうとその中に分散している血球とから成っている。血球の体積分率は約45%で、そのほとんど大部分は赤血球である。したがって、血液が毛細血管の中を流れるときには、赤血球と赤血球との間隔はほぼ赤血球の厚さに等しいものと考えられる。

問題を簡単化するために、次のような仮定をする。

- (1) 赤血球の板面は血管の軸に垂直である。

(2) 赤血球と赤血球との間隔が狭いので、その間にはいつている血しょう部分は赤血球に対して相対的な運動をしない。

(3) 毛細血管は無限に長い円筒である。

(4) 毛細血管の中の流れは定常である。

(5) 重力は無視できる。

(6) 血液は非圧縮性である。

(7) 血管壁ではスリップがない。

以上の仮定より、毛細血管における血液流動を、血しょうのはいつた無限に長い円筒中を、同一中心軸をもった無限に長い剛体棒が定常に運動しているように考えて取り扱う。

3 速度分布

定常状態では、速度は円筒の軸に平行で、しかも、その大きさは軸からの距離にのみ依存していると考えられる。このとき、円筒の軸を z 軸にもつ円筒座標系 (r, θ, z) を用いると、連続の式、および Navier-

* 原稿受理 昭和42年3月2日

** 正会員 東京都立大学理学部 東京都世田谷区深沢町1丁目

*** 東京都立大学理学部 東京都世田谷区深沢町1丁目

Stokes の式は

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\partial p}{\partial \theta} = 0 \quad (1)$$

$$\eta \left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) = \frac{\partial p}{\partial z} \quad (2)$$

で与えられる。ここで、 η は血しょうの粘度である。

物体の表面ではスリップがないこと、および、定常な運動であるから棒に作用している力の和は 0 であるという条件を用いると、圧力分布と速度分布が次のように求められる。

$$p = -\Delta p z + p_0 \quad (3)$$

$$v_z = \frac{\Delta p}{4\eta} (R^2 - r^2) \quad (4)$$

$$V_0 = \frac{\Delta p}{4\eta} (R^2 - r_0^2) \quad (5)$$

ただし、 Δp は圧力こう配、 p_0 は原点での圧力、 R , r_0 はそれぞれ円筒と棒の半径、 V_0 は棒の速度である。

4 流量・見掛けの粘度

単位時間あたりの血液の流量は、速度に毛細血管の断面の面積素片を乗じて積分すると、

$$Q = \frac{\pi \Delta p}{8\eta} (R^4 - r_0^4) \quad (6)$$

で与えられる。もし、血液を、見掛けの粘度が η_b である均質な流体とみなせば、流量は Poiseuille の式より次式で与えられる。

$$Q_0 = \frac{\pi \Delta p}{8\eta_b} R^4 \quad (7)$$

したがって、 Q と Q_0 との比は次のようになる。

$$\frac{Q}{Q_0} = \frac{\eta_b}{\eta} \left\{ 1 - \left(\frac{r_0}{R} \right)^4 \right\} \quad (8)$$

ここで用いた血液モデルの見掛けの粘度を η_a とすると、流量は次式のように表わされる。

$$Q = \frac{\pi \Delta p}{8\eta_a} R^4 \quad (9)$$

この流量と前に得たそれとを等しいとおくと、見掛けの粘度 η_a は次のように求まる。

$$\frac{\eta_a}{\eta} = \frac{1}{1 - \left(\frac{r_0}{R} \right)^4} \quad (10)$$

Whitmore¹⁾ は、別の立場から、ある条件の下で、同様な結果を導いた。

5 ディスカッション

得られた結果は、赤血球と赤血球の間で血しょうが環流を起こすことを無視した、第一近似的な式になっている。このため、それらの式はきわめて限られた条件の下でのみ成立することに注意しよう。

(昭和41年11月26日 第15回レオロジー討論会にて講演)

参 考 文 献

- 1) Whitmore, R.L., The First International Conference on Hemorheology, University of Iceland, July (1966).

(519頁より)

80. Polymer Deformation XI. Biaxial Deformation of Polyethylene Single Crystals, K. Haas and P. H. Geil, 289.
81. Elastic Properties and Network Structure in Silicone Gum Vulcanizates, W.J. Bobear, 299.
82. Effect of Strain on the Thermodynamic Melting Temperature of Polymers, W.R. Krigbaum, J.V. Dawkins G.H. Via and Y.I. Balta, 475.
83. Dynamic Mechanical Properties of Crystalline, Linear Polyethylene, R.W. Penn, 545.
84. Frequency and Temperature Dependence of the Dynamic Mechanical Properties of Poly-4-Methylpentene-1, R.W. Penn, 559.
85. Effect of Crosslink Density on the Creep Behavior of Natural Rubber Vulcanizates, P.J. Plazek, 745.
86. Relaxation Phenomena in Concentrated Polyelectrolyte Solution II. N. Nishida, 854.
87. Viscoelasticity of Crosslinked Epoxy Polymer in the Transition Region, T.K. Kwei, 943.
88. Mechanical Properties and Transition Temperatures for Copolymers of N-n-Alkylacrylamines and Acrylonitrile, E.F. Jordan, Jr., G.R. Riser, W.E. Parker and A.N. Wringley, 975.

(533頁へ)