コンクリートの圧縮域における破壊条件*

小 林 昭 一** 小 柳 洽**

Failure Criterion of Concrete Subjected to Multi-Axial Compression

by

Shoichi KOBAYASHI and Wataru KOYANAGI

(Faculty of Engineering, Kyoto University, Kyoto)

Based on the postulate of stability of materials failure criteria of macroscopically homogeneous isotropic brittle materials under combined stresses are represented by convex surfaces in the principal stress space.

The failure surfaces of both high- and low-strength concretes were compared in the compression range as the maximum first stress invariant up to 5.2 times of the uniaxial compressive strength.

The surfaces of the both concretes are almost identical when they are represented in the non-dimensional principal stress space, though their absolute values are quite different.

The surfaces are convex and have the space diagonal as a threefold rotation axis.

Right sections of the surfaces are slightly bulged from equilateral triangles and expand almost isotropically with a decreasing ratio as the hydrostatic pressure increases.

(Received May 13, 1967)

1 ま え が き

組合せ応力状態における材料の破壊条件は、構造体の終局強度に関する安全性を推定する重要な基礎資料である。コンクリートの破壊条件に関しては従来種々の研究や提案がなされているが、その結果はいずれも特殊な場合や非常に限られた範囲内でしか成立せず、一般的な破壊条件とはいえない。

コンクリートは骨材とセメントと水とのそれぞれ異質な物質のセメント水和作用による結合体であって、微視的には非均質異方性である。したがって、コンクリートの破壊機構は複雑多様であり、その一般的な破壊条件を求めることは非常に困難である。しかしながら、コンクリートが巨視的に等方均質とみなせる応力ならびに環境条件の下で、かつ時間効果の無視できる(すなわち応力レベルがあまり高くない)場合には、その巨視的破壊条件は三次元主応力空間内の凸曲面(以後これを破壊曲面と呼ぶ)として一義的に決定できる¹⁾。

著者らは、上記の考えに基づいて、破壊に対してセメントペーストの性質が重要な役割を果たすと考えられる富配合コンクリートと、骨材の性質、かみ合わせ

が重要な役割を果たすと考えられる貧配合コンクリートの2種類について、種々の三軸組合せの圧縮試験を行ない、これをもとに普通コンクリートの圧縮域での一般的な破壊条件としての破壊曲面形を決定した。

2 実 験

2・1 実験計画

本文の目的は貧富両配合のコンクリートについて、巨視的破壊条件としての破壊曲面形を決定することである。このため試験は立方供試体を用い、主として三軸圧縮試験によった。この三軸圧縮試験に加えて、同じ供試体による単軸圧縮試験および二軸圧縮試験を行った。また、立方供試体の試験値との比較ならびにバッチ間の変動の有無を調べる目的で円柱供試体を作成し、通常の圧縮強度および引張(割裂)強度を求めた。なお、実験に用いた供試体個数は、富配合(以下A配合と略)コンクリートでは、立方供試体約190個、円柱供試体約80個であり、貧配合(以下B配合と略)コンクリートでは、立方供試体約150個、円柱供試体約60個であった。

2・2 使用材料および試験方法

使用材料は、普通ポルトランドセメント(大阪社製)および吉野川産砂、砂利である。骨材の物理的性質をTable Iに示す。

* 原稿受理 昭和42年5月13日

** 正 会 員 京都大学工学部 京都市左京区吉田本町

Table I. Physical properties of aggregates.

Kind	Specific gravity	Unit weight (kg/m³)	Retaining portion in sieves (%)								Fineness modulus
			15	10	5	2.5	1.2	0.6	0.3	0.15	
Sand	2.58	1715	0	0	0	16	34	58	81	97	2.86
Gravel (5-10mm)	2.58	1655	0	1	95	100	100	100	100	100	5.96
Gravel (10-15mm)	2.58	1567	0	85	100	100	100	100	100	100	6.85

Table II. Mix proportions of concrete.

Mix	Max. size (mm)	C (kg/m³)	W (kg/m³)	w/c (%)	c/a (%)	S (kg/m³)	G (kg/m³)	
							5~10 mm	10~15 mm
A	15	418	184	44	50	860	287	573
B	15	200	164	82	51	982	313	629

貧富両配合コンクリートの示方配合を Table II に示す。

2・2・1 供試体作成 コンクリートの練り混ぜには2切可傾式ミキサを使用し、1回の打設量は10.5cm立方供試体16個、φ10×20cm円柱供試体8本である。なお、打設時スランプは、A配合コンクリートでは2.5～5cm、B配合コンクリートでは1～2cmであった。型わくには2層に詰め、振動締めを行なった。

A配合コンクリートは打設後約4時間後にみがきガラス板を用いて供試体上面を平滑にした。B配合コンクリートでは約6時間後に同方法で表面仕上を行なった。

供試体は打設後24時間を経て脱型し、ただちに恒温恒湿室（温度20±1℃、湿度90±5％）に移し、材令26日まで水中養生し、1日間同室内で空中養生を行なった後、材令28日で載荷試験を行なった。

2・2・2 試験方法 立方供試体圧縮試験は、島津製 Richlé 型三軸圧縮試験機を用いた。試験機の詳細は文献2を参照されたい。

供試体端面と載荷板間の摩擦の影響を減少させるため、両面にシリコングリースを塗布したゴムシート（0.23mm厚）を使用した。これにより見掛けの摩擦係数は0.008～0.012となり、減摩材を使用しない場合（推定摩擦係数0.46～0.65）の約2％に減少できる²⁾。

単軸載荷試験は、二軸、三軸試験に対する基準値を求める目的で行ない、10.5cm立方供試体を10×10cm載荷板を用いて負荷した。これは全面載荷ではないが、予備試験の結果破壊強度、破壊の様相ともにほとんど差がなかったことから、本実験に用いた部分載荷の状況の下では全面載荷に非常に近い結果が得られていると考えてよい。二軸、三軸試験も同様の部分載荷であ

るが、同じ理由により近似的に全面載荷と同じと考えられる。

二軸載荷試験は、荷重比を $P_1/P_2=1/1, 3/4, 1/2, 1/4, 1/10$ と変えた比例載荷を主体とした。なお、載荷経路の破壊強度に及ぼす影響を求めるため、一方向荷重を一定に保持しながら他方を負荷する定順序載荷、ならびに任意の荷重経路による載荷試験をも行なった。任意負荷の荷重経路の例を Fig. 1 に示す。

Fig. 1. Loading paths in biaxial test (Proportional loading paths are excluded).

三軸載荷試験は主応力 I_1 一定面内での載荷を主体とした。すなわち Fig. 2 における OP すなわち静水圧線（ $\sigma_1=\sigma_2=\sigma_3$ ）に沿って所定の主応力 I_1 とまで載荷した後、その主応力 I_1 を一定に保ちながら主応力 I_1 の変化分を一定の比で破壊に至るまで変化させた。

載荷経路は、圧縮を正とすると、Fig. 2 のように $\sigma_1=\sigma_2>\sigma_3$ を Case 1 とし、 $\sigma_1>\sigma_2=\sigma_3$ を Case 5 とし、この間をほぼ等分するように Case 2, 3, 4 を選んだ。主応力 I_1 の値は破壊曲面を求めるのに必要な断面数、および試験機容量を考慮して、AB 両配合コンクリ

Table III. I_1/σ_0 values selected.

Mix A	1.50	2.25	2.49	2.99	3.74	4.49	5.24
Mix B	1.83	2.19	2.75	3.91	4.38	5.18	

$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$; First stress invariant
 σ_0 ; Uniaxial compressive strength

Fig. 2. Loading paths in triaxial test (Sequent and arbitrary loading paths are excluded).

トについて Table III のように選んだ。なお三軸試験においても、荷重経路の影響を調べるため、定順序荷重ならびに任意荷重の試験をあわせて行なった。

荷重荷重速度は、全強度試験を通じて最大主応力の変化速度を $3 \sim 4 \text{ kg/cm}^2/\text{sec}$ とした。ただし、三軸試験で静水圧線に沿う荷重の場合は $4 \sim 6 \text{ kg/cm}^2/\text{sec}$ である。

3 試験結果および考察

3・1 単軸圧縮試験

立方供試体の単軸圧縮強度はA配合コンクリートでは 436 kg/cm^2 (27個の平均値, 変動係数8.0%), B配合コンクリートでは 149 kg/cm^2 (19個の平均, 変動係数 5.8%) であった。A配合コンクリートでは、これを以後の二軸、三軸圧縮試験の無次元化の基準値として採用した。B配合コンクリートでは打設時期の異なる供試体では単軸圧縮強度に若干の変動があるため、これについては以後の二軸、三軸圧縮試験の基準値としてそれぞれの試験に対応する単軸圧縮強度を採用している。

立方体単軸圧縮試験による供試体の破壊の様相は、A・B両配合コンクリートともに同じであり、いずれも負荷方向に対して平行な無数の柱状縦割れを示している。ただし、圧縮強度の差により、A配合供試体では瞬間的な爆裂飛散を生じたが、B配合では破壊音も小さく飛散片は生じなかった。これらは供試体の変形能の差に関連すると思われるが、変形が測定されなかったため、その差を明確に表わすことはできない。

3・2 二軸圧縮試験

二軸圧縮試験結果を、立方供試体単軸圧縮強度 σ_0 との比として無次元化し Fig. 3 に示す。図中白丸は比例荷重による値を、黒丸は任意荷重を含む定順序荷重によるものを示す。A・B両配合コンクリートともに、中間主応力 σ_2 の増加とともに σ_1 は増大し、 $\sigma_2/\sigma_0 = 0.6 \sim 0.7$ 付近で最大値 $\sigma_1/\sigma_0 = 1.3 \sim 1.4$ となり、 $\sigma_1 = \sigma_2$ では、 $\sigma_1/\sigma_0 = \sigma_2/\sigma_0 = 1.1 \sim 1.2$ となる。実験結果のばらつきは本質的なもので、荷重経路による差はみられない。また、破壊の様相はいずれも自由面におおむね平行な薄片状となる。

二軸圧縮試験の結果から中間主応力の破壊に及ぼす影響を求める試みが数多くなされているが、Fig. 3 の

Fig. 3. Test results of biaxial tests for Mix A (High strength) and Mix B (Low strength) concretes.

曲線は、三次元主応力空間における破壊曲面の $\sigma_3 = 0$ という切片曲線であることを考えると、このような材料の破壊条件については破壊曲面のみを考えればよく、中間主応力が破壊に寄与するかしないかという論議には本質的な意味がない。

3・3 三軸圧縮試験

三軸圧縮試験においては供試体に自由面が残されていないため、破壊はA配合コンクリートにおいても単、二軸圧縮試験のような瞬間的な爆裂飛散の現象は生じないが、本試験の範囲内では主応力和一定面内での荷重中において上昇荷重の急激な低下があり、この破壊点は容易に求められた。また、三軸荷重試験は単、二軸荷重に比べてばらつきが少なく安定であった。しか

Fig. 4. Right sections of Mix A and Mix B concretes.

Fig. 5. Rendulic stress curves of (a) Mix A and (b) Mix B concretes.

しながら静水圧の増加に伴いフローの影響のため主応力和一定面内での載荷が破壊曲面の近傍では不安定となり、このような荷重変動による破壊点の決定が困難

となることが予備試験の結果から確かめられている。このような場合にはコンクリートの破壊条件は、三次元主応力空間内に一義的に定めることは不可能となり、主ひずみあるいはそれらの時間微分を、さらには履歴をも含むものとなろう。

三軸圧縮試験結果は、立方供試体単軸圧縮強度との比として無次元化したものを用いる。

無次元化した三次元主応力空間における破壊曲面を静水圧線に垂直な主応力和一定面で切った切口曲線(直截面)を Fig. 4 に示す。なお、図中の破線は二軸圧縮試験の結果を Π 面(主応力和が零の平面)に投影した形である。すなわち、圧縮試験で定められるのはこの破線より外側の曲面であり、この内側は引張りをも含む試験によって求めることが可能となる。

破壊曲面を静水圧線と一主応力軸を含む平面で切った切口曲線(Rendulic の応力曲線)を Fig. 5 に示す。主応力和一定面内での載荷が主体であるため、試験値は静水圧線に垂直な線上で対応する。

この直截面と Rendulic の応力曲線との両者から、求める三次元主応力空間での破壊曲面が容易に組み立てられる。

Fig. 6 に A・B 両配合コンクリートの試験結果の八面

Fig. 6. Representation by octahedral stresses of (a) Mix A and (b) Mix B concretes.

体応力表示を示す。これは静水圧線を含み一つの主応力軸方向に対してある傾きを有する数個の平面による破壊曲面の切口曲線と考えられる。

これらより組み立てられる破壊曲面が、ここで求める普通コンクリートの破壊条件である。

Fig. 4 からみて、破壊曲面の形状はA・B両配合コンクリートともにややふくらんだ三角形状であり、主応力和（静水圧）の増加につれてこの形はほぼ等方的に増大する。また、その増加割合はしだいに減少する。これは Rendulic の応力曲線 (Fig. 5) からわかる。なお、無次元化した破壊曲面に関しては、貧富両配合コンクリートの差はほとんどみられない。

三軸圧縮試験においても、破壊曲面の载荷経路による差はまったく認められず、本試験の応力レベルの範囲内では三次元主応力空間内に表わした破壊曲面が安定であることがわかる。

八面体応力表示によると、载荷の Case ごとにその曲線形は異なり全体を通じては一義的な関係はみられない。すなわち、八面体主応力が一定であっても破壊時に対応する八面体せん断応力は一定ではない。ある特定の载荷条件（たとえば $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ ）に対しては、八面体応力表示が破壊曲面の静水圧を含む平面で切口曲線であることから、その応力状態のみに対しては、一義的に八面体応力間の関係が定まるといえる。しかしながら、本試験の結果からわかるように、全応力状態を含む一義的な関係は得られない。したがって八面体応力説を一般的なコンクリートの破壊条件として採用することはできない。

Fig. 7 にA・B両配合両コンクリートに対する無次元化した最大最小主応力の和と差との関係を示す。これらはいずれもほぼ1本の同一曲線で近似できるため、この表示を近似的な破壊条件として採用することが可能のように見える。また、これは簡単な変換で Mohr の破壊仮説と一致する。しかし、コンクリートの破壊を機構的に考えるとせん断による破壊とは考えられず、また、破壊の様相にも Mohr 説から予想される内部摩擦角の裏づけとなるものがまったく観測されないため、平均主応力和最大せん断応力との間の関係で破壊条件を表わすことは可能であっても、その物理的な意味を見いだすことはできない。

三軸圧縮試験による供試体の破壊の様相には Case ごとによる差が認められないこともない。しかしながら、これは供試体が耐力力を失った後に生ずる二次的な現象と考えられ、興味ある傾向が存在しないわけではないが、本質的な意味を見いだすことができない。なお、この供試体の破断面の角度はいわゆるせん断角と一致せず、このことはこれらぜい性材料の破壊が巨視的にも微視的にも本質的にはせん断破壊をしないと

Fig. 7. Relations between sum and difference of maximum and minimum stresses of (a) Mix A and (b) Mix B concretes.

いうことの照査ともなるであろう。

貧富両配合コンクリートについて、強度の絶対値には大きな差があり、破壊の様相にも結合材の多少からくる若干の差はあるが、単軸強度に対する無次元量で表わした破壊曲面には本質的な差はみられなかった。これは圧縮強度が異なるとはいえ、複合材料としてみたとき両者の材質には極端な差がないため、結果にも本質的な相違が生じなかったものといえよう。

4 結 論

普通コンクリートの破壊条件が三次元主応力空間内の破壊曲面としてある応力レベルまでは一義的に定められるとの考察に基づいて行なった実験結果により、主応力和 I_1 が単軸圧縮強度 σ_0 の約5.2倍までの本実験の範囲内では破壊曲面は三次元主応力空間内の一凸曲面として求められた。

なお得られた結論を要約すると次のとおりである。

- (1) 無次元化した破壊曲面は、貧富両配合コンクリートについてほぼ同一と考えられる。
- (2) 破壊曲面の直断面による切口断面はややふくらんだ三角形状であり、これは静水圧の増加とともにほぼ等方的にふくらむ。しかしながら、その増加の割合は静水圧の増加とともに減少する。
- (3) Rendulic の応力曲面は近似的には放物線で表わされる。なお、これが直断面での上下限值であることから、これより破壊曲面の概形は容易に推定できる。
- (4) 本実験の範囲の静水圧では破壊曲面は载荷経路の影響を受けない。したがって、安定した载荷試験を

行なう意味から直截面内での载荷が好ましい。

(5) 破壊条件は近似的には主応力の和の差との関係で表わすことができ、これも無次元表示によれば実用的なコンクリートでは配合による差は認められないものと考えられる。

5 あ と が き

前述のように、破壊時の応力レベルがあまり高くない範囲におけるコンクリートの巨視的破壊条件は、三主応力空間内の破壊曲面であり、これを決定するために行なった本実験は、上述の制限の下に一般的な試験である。しかしながら、静水圧の増加に伴う破壊時応力レベルの高い場合、ならびに非常に载荷速度が大きい場合または極端に载荷速度が遅い場合については別に検討する必要がある、これらの場合には変形も同時

に考慮する必要が生ずるものと考えられる。

本実験の遂行ならびに資料整理に協力をいただいた、川口興二郎君（現在名古屋鉄道㈱）に謝意を表す。なお、本研究は昭和41年度文部省科学研究費によりなされたものである。

参 考 文 献

- 1) Niwa, Y., and S. Kobayashi, Memo. of Faculty of Eng., Kyoto Univ., **29**, 1 (1967); Niwa, Y., S. Kobayashi, and W. Koyanagi, Memo. of Faculty of Eng., **29**, 119 (1967); 丹羽義次, 小柳治, 小林昭一, 土木学会論文集, No. 143, 28 (1967).
- 2) 丹羽義次, 小林昭一, 平島健一, 材料, **17**, 108 (1967).

書 評

材 料 工 学

小野木重治, 足立正雄, 功刀雅長 著

(A 5 判, 257ページ, 880円, 昭和42年 7 月, 朝倉書店発行)

著者は本書のまえがきにおいて、技術革新時代の要請としての「材料工学」について

「しかしながら、材料工学とはいかなる学問をいい、それがいかなる内容をもつべきかは明らかでない。材料工学は、まだ十分に体系づけられていないからである。おそらくこの方面の専門家、教育者の一人一人がそれぞれ違った見解をもっているのが現状ではなかろうか。著者らが本書を編集、執筆するにあたってまず最も苦心した点も、材料工学をいかに定義し、これにいかなる内容を盛るべきかという点であった。」

と述べ、材料の構造と性質との関係、さらにはこれらと用途との関係を取り扱う科学の一分野を材料科学(materials science)と呼び、その中で特に工学的な面を取り扱う部分を材料工学(materials engineering)としている。したがって、材料工学の目的は、工業材料の構造および組織と諸性質との関係を明らかにし、これらの関係が使用条件によっていかに変化するかを知り、さらには、要求される性質を備えた材料を意のままに生産することにあるとしており、材料工学に関する知識は、もちろん数多く存在する在来 of 材料の中から、要求される性質を備えた最適の材料を選び出して、これを合理的に利用する上にも、大いに役だつと述べ

ている。

内容は、第1章 工業材料とその一般的性質 (19頁)、第2章 金属材料 (144頁) (結晶構造、平衡状態図、格子欠陥、変形、回復および再結晶、機械的性質、顕微鏡組織と相変態、熱処理、表面処理、実用金属材料とその性質)、第3章 セラミック材料 (36頁) (セラミック材料の微構造、結晶とガラス、耐火物およびガラスの諸性質、力学的性質、熱的性質、電気的性質、光学的性質、化学的性質)、第4章 高分子材料 (52頁) (高分子物質の構造、高分子の転移、高分子材料の応力-ひずみ特性、高分子材料の粘弾性、結晶性高分子の粘弾性と流動工学) から成っており、化学構造と基本的性質の上で非常に典型的なものであるばかりでなく、最も重要な材料であるとして、金属材料、セラミック材料および高分子材料がその骨格をなしている。

著者はそれぞれの分野における指導的な研究者、教育者であり、この意欲的な著作は材料工学を学ぶ学生をはじめ、工業材料を扱う技術者に役だつものである。

上記の三本柱の三種の材料について学んだ後、それらについて summarize することについては読者にまかされている。

(京都大学工学部航空 田中吉之助)