実働荷重を受ける金属材料の疲労被害に関するX線的研究*

(回折線の広がり変化の解析)

山 田 敏 郎** 北 川 茂**

X-Ray Investigation of Fatigue Damage of Metals with Actual Service Loadings (Analysis for Variation of X-Ray Diffraction Breadth)

by

Toshiro YAMADA and Shigeru KITAGAWA

(School of Engineering, Okayama University, Okayama)

It is well known that X-ray diffraction breadth varies with stress cycles. Let the variation of breadth be designated by $y=b/B-1$, where b is breadth after any number of stress cycles, and B is its initial value. In order to analyze the fatigue process, the equation for the breadth variation was introduced by the authors. The equation is constructed with two parts. One expresses a quickly increasing part of breadth in early fatigue cycles, and corresponds with workhardening process. If the variation is denoted y_1 , the equation is as follows

$$y_1 = \frac{k_1}{m_1} (1 - e^{-m_1 \sigma_1^n})$$

where k_1 and m_1 are constants, n is the number of stress cycles, σ_1 is designated as $\sigma_1 = \sigma - 0.7\sigma_w$, σ is the stress amplitude and σ_w is the endurance limit. The other one expresses the slowly increasing part of that over the whole fatigue life, and it corresponds with fatigue damage process. If the value is denoted y_2 , the equation is as follows

$$y_2 = \frac{k_2}{m\sigma} e^{A\sigma+D} (1 - e^{-m\sigma})$$

where k , A , D and m are constants. $S-N$ curve can be represented with the following equation under constant amplitude loadings.

$$N = \frac{-1}{m\sigma} \log_e \left\{ 1 - \frac{m\sigma}{e^{A\sigma+D}} \right\}$$

The constants A , D and m are the same as those mentioned above, and can be determined from the fatigue tests. The variation of breadth y is represented with sum of y_1 and y_2 .

The tested material was 0.10%C steel which was annealed at 700°C for 2hr. For the X-ray apparatus Co K α line was used. The distance between the specimen and the film was 70mm.

In the present experiment, when the variation of breadth increased until $y=0.19$, the material fractured in the case not only of constant amplitude test but also of sinusoidally varying amplitude test. The measurement values and calculated curves agreed well with each other.

(Received Aug. 16, 1967)

1 緒 言

実働荷重を受ける金属材料の疲労過程を究明するため、応力繰返しに伴うX線回折線の広がり変化を測定し、その変化過程を数式で表わして解析を試みた。焼なまし材の場合、回折線の広がり変化の過程は、クリープ変形における時間-ひずみ曲線に似ていることはすでに知られている。これを異なる二つの曲線の和から成るものと仮定して、それぞれの曲線の式を導いた。

その一つは比較的早期に飽和し、終了する加工硬化過程に対応したものと、他の一つは漸増的な微視的塑性変形蓄積過程に対応したものから成ると考える。しかも、それらの定数の一部は $S-N$ 曲線を規定する定数そのものである。これらの計算値と測定値とよく一致した。

2 X線回折線の広がり変化の解析

X線回折線の広がり量を b とし、その初期値を B とする。応力繰返しに伴うその変化の割合を y とし、次式で定義する。

* 原稿受理 昭和42年8月16日
** 正会員 岡山大学工学部 岡山市津島

$$y = \frac{b}{B} - 1 \quad (1)$$

(1)式の y の測定値は、焼なまし材の場合には、疲労過程の初期に急増し、続いて漸増過程に移り、破断前に急増する。これらの3段階はそれぞれ加工硬化過程、疲労被害蓄積過程、および巨視的き裂の進展過程に対応していると考えられる。最後の急増部分は寿命の終わりの短期間であるため、今回はこの部分を省略して、前二つの段階を解析する。

これを Fig. 1 に示すように、二つの独立な変化過程

Fig. 1. Analyzed curves of variation of X-ray diffraction breadth.

を表す曲線に分離する。疲労過程の早期に、焼なまし材では、転位密度の増加、または微視的残留応力の増加によりX線回折線の広がり急激に増加するが、この過程は比較的早期に終了する。この過程に対応した量を y_1 とおく。Fig. 1の曲線①はこの硬化過程に対応している。疲労過程の進展に従い、微視的き裂の発生とその生長とともに、その周辺部に塑性変形域が発達する。したがって、その微視的塑性変形量の蓄積とともに回折線の広がりも漸増する。この過程を疲労被害蓄積過程とみなし、この過程に対応した回折線の広がり変化量を y_2 とする。Fig. 1の曲線②はこの疲労被害蓄積過程に対応している。曲線③はそれらの和として与えられ、実測値と対応させる。

前者の y_1 について数式を求める。第1回の応力繰返しによって y_1 は $\Delta y_1 = k_1 \sigma_1$ だけ変化すると仮定する。ここで k_1 は任意定数、 $\sigma_1 = \sigma - c\sigma_w$ で与えられる。 σ は荷重応力振幅、 σ_w は振幅一定の疲労限度、 c は材質および形状によって定まる定数で、0.7~0.8の値をとる。第2回めの応力繰返しによる y_1 の変化量 $\Delta y_{1(2)}$ は、第1回めに比較して $1/e^{m_1 \sigma_1}$ になると仮定する。 m_1 は任意定数である。したがって、第2回めの変化量は $\Delta y_{1(2)} = k_1 \sigma_1 e^{-m_1 \sigma_1}$ となる。順次このように進めると、第 n' 回めの変化量 $\Delta y_{1(n')}$ は次式で表わされる。

$$\Delta y_{1(n')} = k_1 \sigma_1 e^{-m_1 \sigma_1 (n'-1)} \quad (2)$$

一般に、 $n' \geq 1$ であるから、(2)式において $n'-1 \equiv n'$ と置いて、 n' について $n'=0$ から n まで積分して y_1

の値を求める。すなわち、次式を得る。

$$y_1 = \int_0^n \Delta y_{1(n')} dn' = \frac{k_1}{m_1} (1 - e^{-m_1 \sigma_1 n}) \quad (3)$$

次に後者の y_2 を同様の手法で求める。これは全寿命期間にわたって漸増するものとする。すなわち、疲労被害の蓄積は応力の大きさとその繰返し数によって確率的に与えられると考えられる。ここで、筆者らの提唱しているS-N曲線の式の導入経過を示す(詳細は文献⁹⁾を参照されたい)。S-N曲線の比較的短寿命の部分、すなわち直線部分においては、応力と寿命の関係は次式で表わされる。

$$N = \frac{1}{e^{A\sigma + D}} \quad (4)$$

ここで A および D は任意定数であり、疲労試験の結果から得られる。応力繰返し1回あたりの疲労被害の割合を ΔF とすると、(4)式より $\Delta F = e^{A\sigma + D}$ となる。 $N \geq 10^6$ において、S-N曲線は長寿命側に曲がる曲率をもち、ついに疲労限度が現われることを考慮すると、疲労被害蓄積速度は一定ではなく、 n' の増大とともに ΔF は漸次減少すべきものとする。その減少の割合を $1/e^{m\sigma}$ とする。 m は任意定数で疲労試験結果から得られる。第 n' 回めにおける1回あたりの被害被害蓄積量を $\Delta F_{(n')}$ とすると次式が得られる。

$$\Delta F_{(n')} = e^{A\sigma + D} e^{-m\sigma(n'-1)} \quad (5)$$

一般に $n' \geq 1$ であるから $n'-1 \equiv n'$ とおき、 n' について0から n まで積分すれば疲労被害程度 F は次式で与えられる。

$$F = \int_0^n \Delta F_{(n')} dn' = \frac{e^{A\sigma + D}}{m\sigma} \{1 - e^{-m\sigma n}\} \quad (6)$$

$F=1$ となったとき疲労破壊を生ずると仮定すると、破壊を生ずるまでの応力繰返し数 N は次式で与えられる。

$$N = \frac{-1}{m\sigma} \log_e \left\{ 1 - \frac{m\sigma}{e^{A\sigma + D}} \right\} \quad (7)$$

(7)式はS-N曲線すなわち応力-寿命の関係を示すものである。

さて、X線回折線の広がり変化の漸増分 y_2 を上述とまったく同様の手法を用いて導く。第1回の応力繰返しにより y_2 の変化 Δy_2 は $k_2 e^{A\sigma + D}$ とする。ここで k_2 は任意定数である。次の応力繰返しによる y_2 の変化は第1回の $1/e^{m\sigma}$ とする。したがって、順次このように考えて進めると、第 n' 回めの応力繰返しによる y_2 の変化 $\Delta y_{2(n')}$ は(5)式と同様次式で与えられる。

$$\Delta y_{2(n')} = k_2 e^{A\sigma + D} e^{-m\sigma(n'-1)} \quad (8)$$

一般に $n' \geq 1$ であるから $n'-1 \equiv n'$ とおき、これを積分して次式を得る。

$$y_2 = \int_0^n \Delta y_{2(n')} dn' = \frac{k_2}{m\sigma} e^{A\sigma + D} (1 - e^{-m\sigma n}) \quad (9)$$

(9)式は Fig. 1 の曲線②を与える。

ここで、上に導入した定数の決定法について考察する。筆者らの実験の場合（軟鋼焼なまし材，CoK α 線）には、破壊点の y の値はすべてほぼ0.19であった。そこで、まず $y=0.19$ となったとき破壊を生ずる（ $n=N$ である）と仮定した。実測点から Fig. 1 の曲線③を仮定し、その漸増部分を $n=0$ の側に直線的に延長して y 軸との交点を求めると、この点の y の値は $n=\infty$ のときの y_1 の値に等しい。すなわち k_1/m_1 の値である。本実験ではこれを0.10とおいた。疲労過程における残留応力の変化の測定例から推測すると、加工硬化過程は全寿命の20%以内において終了すると考えられる。したがって、このことを考慮していくつかの実測結果から m_1 を求めることができる。 m_1 が定まれば k_1 もすぐ定まる。(9)式の定数 A, D, m は(5), (6), (7)式のものと同じであり、別に $S-N$ 曲線により定まるから、 k_2 のみ求める方法を考えればよい。(9)式において、比較的短寿命の（ $N \leq 2 \times 10^5$ ）の場合は、近似的に次のような直線の式で示される。

$$y_2 = k_2 e^{A \sigma + D \cdot n} \quad (10)$$

破壊点で $e^{A \sigma + D \cdot N} = 1$ であると仮定しているから、 $n = N$ において $y=0.19$ であることを考慮して、 $k_2 = y_2$ （ $n=N$ ） $=0.09$ となり、 k_2 も定まる。

3 実験方法

供試材料は軟鋼焼なまし材（700°C，2hr）で、化学的成分を Table I に、機械的性質を Table II に示す。試験機は片持回転曲げ疲労試験機を使用し、1720 rpm で運転した。試験片の形状を Fig. 2 に示す。試験片の丸味部はエメリー #00 で仕上げ、真空焼なまし後は王水で酸化被膜を除いた。

Table I. Chemical composition (%).

C	Si	Mn	P	S	Ni	Cr
0.10	0.25	0.50	0.015	0.02	0.01	0.02

Table II. Mechanical properties.

Yield point (kg/mm ²)	Tensile strength (kg/mm ²)	Elongation (%)	Reduction of area (%)	Hardness H _{RB}
29	44	42	75	54.4

Fig. 2. Test piece.

X線回折写真は東芝 MDP-101 型写真式応力測定装置を使用、X線はCoK α 線、30kV 6mA で照射した。スリットは1mm ϕ シングルスリットを使用した。フィルム試験片間距離を70mmとし、露出は30分である。フィルムは富士医療用150 Typeを使用した。

X線回折の広がり、は、マイクロフォトメータで記録したプロファイルを Fig. 3 のようにピーク高さの1/2の

Fig. 3. Profile measuring method.

位置における幅を測定した。回折線の広がり、は角度に換算して求め、各試験片ごとに初期値が多少異なるので、初期値との比で(1)式により整理した。

応力振幅が時間とともに正弦波状に繰返し変動を行なう場合は、重錘の下にばねを介して10rpmの速度で回転する偏心板につなぎ、ばねの伸縮により荷重を変動させた。

4 実験結果

疲労試験結果と $S-N$ 曲線を Fig. 4 に示す。 $S-N$ 曲線の式(7)式の定数はそれぞれ $A=0.275$, $D=-18.41$, $m=7.1 \times 10^{-8}$ である。Fig. 4 の二重丸点は Fig. 5 に示すような、応力振幅が時間とともに正弦波状に繰返し変動を行なう場合であり、 σ_a は平均振幅、 σ_r は変動範囲の1/2を示す。疲労試験結果において、 $\sigma=19.8$ kg/mm² で振幅一定の場合、および振幅変動の場合の

Fig. 4. Fatigue test results.

Fig. 5. Stress patterns of sinusoidally varying amplitudes.

寿命 (二重丸の3点) が予想 ($S-N$ 曲線より一般に短寿命になる) よりかなり長寿命になった。したがって、実験の応力をそのまま計算に使用すると、回折線変化の実測値と合わない。本解析の目的は、全寿命における回折線の変化過程を解析することであるため、 $S-N$ 曲線を基準にしてその寿命に相当する応力を $S-N$ 曲線から求めた。すなわち、Fig. 4 において、実験点から垂線をおろし、 $S-N$ 曲線と交わる点の応力を相当応力 σ_{eq} として採用した。以下の計算において、寿命が予想よりずれた場合は、試験片に負荷した応力を使用しないで、この相当応力 σ_{eq} を使用した。

X線回折線の広がり変化の測定値と(3)および(9)式による計算値を、Fig. 6, 7, 8 および 9 に示す。Fig. 6 は、 $S-N$ 曲線で直線部分に位置する応力一定の疲労試験の各時期の測定値と計算値である。(3)式の k_1 , m_1 , および(9)式の k_2 は Fig. 6 の3曲線より求めた。すなわち、各応力における測定値から予想曲線を引き、それぞれについて定数を求め、その平均値を以下の計算に採用した。各定数はそれぞれ、 $k_1/m_1=0.10$, $m_1=6.8 \times 10^{-5}$, $k_1=1.47 \times 10^4$, $k_2=0.09$ とした。

なお、(3)式において σ_1 は次のように求めた。 $c=0.7$ とおき、 $\sigma_w=17.5 \text{ kg/mm}^2$ であるから $c\sigma_w=12.0 \text{ kg/mm}^2$ とおいた。したがって、 $\sigma_1=\sigma-12 \text{ kg/mm}^2$ となる。Fig. 7 は $\sigma=19.8 \text{ kg/mm}^2$, および疲労限度 $\sigma_w=17.5 \text{ kg/mm}^2$ 一定振幅の場合の測定値と計算値を示す。 19.8 kg/mm^2 の場合、破断寿命が $S-N$ 曲線よりやや伸びたため、相当応力 σ_{eq} を 19.3 kg/mm^2 として

Fig. 6. Measurement and calculation results for constant amplitude test.

Fig. 7. Measurement and calculation results for constant amplitude results.

Fig. 8. Measurement and calculation results for varying amplitude tests.

Fig. 9. Measurement and calculation results for varying amplitude test.

計算した結果、測定値とよく一致した。一方、 $\sigma=17.5 \text{ kg/mm}^2$ の場合の計算値は、初期急増過程においては測定値と一致したが、漸増過程においては測定値はほとんど増加していないので、計算値はその傾向とは一致しなかった。これは測定値の本質の問題か、計算における仮定に問題があるものか、今後明らかにしたい。

Fig. 8 および 9 は、振幅が時間とともに正弦波状に変動する場合の疲労試験の各過程における測定値と計算値を示す。この場合、いずれも寿命が予想より異なったため、寿命より求めた相当応力が一定振幅で負荷されるものとして計算を行なった。この相当応力による計算値が測定点とよく一致したことも注目すべきことであり、これは回折線の広がり変化が、負荷応力よりもむしろ寿命との相関の強いことを示していると考えられる。

5 考 察

上述のように計算値が測定値とよく一致を示したことは、回折線変化の過程を二つの過程に分離し、それぞれについて計算しようと仮定したことが、定性的には正しいものと思われる。これら二つの過程について、少し考察を加えてみよう。

初期急増過程は、一般に言われているように、大部分は加工硬化過程に対応すると考えられる。この硬化過程は、破壊を生ずるための必要条件ではないが、焼なまし材の場合には必ず伴って現われる。この過程は X 線の観点からは、転位密度の増加、および結晶粒内および粒界に生ずる微視的残留応力の発生などにより、

回折線の広がり急増するものと考えられる。Fig. 6 および 7 の結果を繰返し数比 n/N で示すと Fig. 10 とな

Fig. 10. Expressed in terms of ratio of stress cycles for results of Figs. 6 and 7.

る。この図からわかるように、この過程は全寿命の数%またはたかだか20%で終了すると考えられる。このことは、疲労過程における残留応力が、寿命の約20%付近で減少していることなどからも、その期間がこの程度であると推定できる。なお、この間期の回折線の変化は、計算値の曲線より急激に増加し、次いでやや減少または増加の割合が急減し、次の漸増過程に移行する傾向が見られる。この点については Shrier もその傾向のあることを示しているが、今回はデータも充分ではなく、他の実験結果もあわせ検討する必要があるので、詳細に触れることは避ける。

次に漸増過程の部分について考察する。疲労被害の蓄積過程は、一般に微視的き裂の発生と、その生長の過程であるとみなされる。この過程はある確率過程に従うと考えられる。ここでは、回折線の広がり変化が疲労被害程度そのものを表わしているとは言えないが、き裂の進展とともに、き裂の近傍の微視的塑性変形域の拡大およびすべり線の増加などから認められるような総合的な微視的塑性変形量の増大などから、X線の変化と疲労程度との間に強い相関性のあることは考えられる。

S-N 曲線の直線部では、疲労程度は応力繰返し数 n に比例すると考えられる。一方、回折線変化も⑩式に示すように n の一次式で表わすことができる。しかし、応力が低下し、疲労限度に近づくと、疲労被害の蓄積程度は、寿命の初期にはほぼ直線的であるが、 n の増加とともに漸次その蓄積速度は減少し、飽和性を示すようになると考えられる。これはき裂進展過程から考えると、寿命の初期には微視的き裂は多数発生し、そのうちのいくつかはある程度まで生長しそれに伴って塑性領域および全塑性変形量も増大するであろう。しかし、低応力ではよく停留き裂が認められることから、それらき裂の大部分の進展は止まり、したがって、X

線の変化も Fig. 10 の曲線④のように飽和性を示す結果になると考えられる。

応力が疲労限度以下になると、上述のような飽和性のため、微視的き裂が発生しても、そのすべてが停留し、破壊にまで至らないものと考えられる。疲労限度以下においても、X線の変化は認められるが、 σ_w の70~80%以下になると加工硬化などの材質変化はほとんど生じないことは、すでに多くの研究で知られている。X線のにも同様の傾向が認められる。したがって、(2)式および(3)式において、応力にその負荷応力振幅 σ を使用しないで、それから $0.7 \sim 0.8 \sigma_w$ を引いた値 σ_1 を使用すべきであると仮定した。この仮定のもとに計算した結果は測定値とよく一致した。

応力振幅が時間とともに正弦波状に変動する場合の実験結果に、疲労寿命が予想より伸びたため、応力の変動状態をそのまま式に入れることができず、相当応力 σ_{eq} 一定で計算した。Fig. 8 および 9 に結果を示したように、X線の変化は一定振幅の場合とまったく同様の進展を示していること、および寿命に基礎において相当応力を使用した計算値が実測値とよく一致したことは注目すべき結果である。今後種々の変動応力の場合の実験を行ない、実働荷重下の疲労被害について究明を行なう予定である。

6 ま と め

金属材料の疲労に伴うX線回折線の広がり変化を数式により表わし、疲労過程の解析を試みた。回折線変化を急増過程と漸増過程の二つの曲線に分離し、それぞれに対する数式を導びいた。前者を加工硬化過程に対応するもの、後者を疲労被害蓄積過程に対応するものと仮定して解析した。まだデータが少なく、詳細な検討はできないが、本実験において(0.10% C鋼、焼なまし材、X線はCoK α 線)測定値と計算曲線は、一定振幅の場合のみならず、振幅が正弦波状に変動する場合にもよく一致した。しかも、回折線の変化は負荷応力の値より、むしろ寿命との相関性の強いことが明らかにになった。

(昭和42年7月13日 第6回X線材料強度に関するシンポジウムにて講演)

参 考 文 献

- 1) 平 修二, 本田和男, 日本機械学会論文集, **26**, 926 (1960).
- 2) 平 修二, 本田和男, 日本機械学会論文集, **27**, 1067 (1961).
- 3) 山田敏郎, 材料試験, **6**, 373 (1957).
- 4) 平 修二, 本田和男, 阿部武治, 材料試験, **11**, 699 (1962).
- 5) Shrier, A., H. Yamamoto, and S. Weisman, Technical Report, No. AEM-L-TR-65-86 (1965).