乾燥土に対する平板の運動摩擦特性について*

島 昭 治 郎** 室 達 朗***

The Characteristics of the Moving Friction between a Plate and Dry Soil

by

Shōjiro HATA and Tatsuro MURO

(Faculty of Engineering, Kyoto University, Kyoto)

In this paper the characteristics of the moving friction of a plate on dry soil are investigated; the differences of the moving friction of steel and rubber plates on sandy soil mixed with gravel, and on silty soil respectively, are found out in several confining conditions of the soil particles, and the anti-frictional effects with a vibrating plate are exemplified.

When a plate is tracted on dry soil, the void ratio of the soil under the plate approaches the critical void ratio, independently of the initial degree of compaction. In this case the confining soil particles drop to the minimum of degree. But when the soil particles are confined in a sample box used in this friction test, the confining soil particles increase in degree generally with decrease in the thickness of soil samples, and when they are confined in the densest state, the rotation of soil particles are inhibited, and the moving frictional resistance does not decrease by the rolling friction. In this case, the confining soil particles reach their maximum degree. When a vibrated plate is tracted on dry soil, the rolling friction of soil samples decreases remarkably by the kinetic energy given by the plate to each soil particle, even if the void ratio is constant. In this case, the moving frictional resistance decreases, and especially there is considerable decrease of optimum frequency.

For these phenomena it is assumed that the degree of confining of the soil particles is represented by the void ratio, and that the coefficient of the mutual rolling friction between the soil particles is proportional to the number of contact points with the adjacent soil particles and so is variable with the kinetic energy of the vibrated soil particles. It may therefore be theoretically concluded that the coefficient of the moving friction is expressed by the function of the void ratio. (Received July 3, 1967)

1 ま え が き

土工材料の掘削・積み込み・運搬などの作業において、機械作業部分と土との間の相対運動に伴って発生する運動摩擦は、材料間相互の複雑な諸条件に支配されるために、理論的にその機構を解明することは非常に困難である。しかし、実際の土工作業において、より合理的かつ耐久性のある土工機械作業部分の設計・製作が要求される以上、われわれは、種々の条件に対する運動摩擦特性を把握する必要がある。ここでは、まず乾燥土に対する平板の運動摩擦特性について、試料土を充てんした土槽上で平板をけん引した場合、および摩擦箱の中に試料土を拘束した場合の拘束度と摩擦抵抗の関係を求めることと、平板にけん引方向の振動を与えた場合の振動による摩擦抵抗の低減という2点を主眼として研究を行なったものである。試料土はれき交り砂およびシルト質土であり、土工作業で最も

広く用いられる鉄板およびゴム板について、土の締固め度、拘束度および平板のけん引速度、振動数などの運動摩擦抵抗に及ぼす諸特性に関する実験的考察を行なった結果について述べる。

2 実験方法ならびに実験装置

本実験に用いた試料土はれき交り砂およびシルト質土であり、その土性および粒径加積曲線は、Table I および Fig. 1 に示すとおりである。それぞれの試料土は、乾燥状態において幅 70cm、長さ 250cm、深さ 25cm の木製土槽に充てんし、自重 120kg の円筒ローラで転圧し、その表面を平滑に成形したものである。その上に接地圧が 0.1, 0.2 および 0.3 kg/cm² となるように、直接重錘を載荷した鉄板あるいはゴム板をおき、ワイヤロープによってそれをけん引するときの土と平板との間の運動摩擦抵抗を測定した。Fig. 2 の実験装置概略図に示すように、動力は 2 馬力モータを用い、1/50 に減速した巻取りドラムによってワイヤロープをけん引し、摩擦抵抗力は、ドラムの直前に設けたけん引力測定用トルクメータ (100kgm 用) を用い、増幅

* 原稿受理 昭和42年7月3日

** 京都大学工学部 京都市左京区吉田本町

*** 正会員 京都大学工学部 京都市左京区吉田本町

Table I. Soil properties of sample.

	Maximum grain size (mm)	Talbot's exponent	Specific gravity	Water content (%)	Dry density after compaction (g/cm ³)		
					Number of roller pass		
					2	6	40
Sandy soil mixed with gravel	4.80	0.87	2.65	3.0	1.45	1.62	1.84
Silty soil	1.50	0.87	2.73	3.4	1.36	1.49	1.60

Fig. 1. Grain-size distribution curves.

器を通して記録計に自記させるものである。また、けん引速度は動力系統のVベルト車の大きさを交換し、巻取りドラムの回転数を調節することによって変速できる。鉄板およびゴム板は、50cm×20cm×0.9cmのく形板であり、鉄板は普通炭素鋼を鍛造加工したままで表面仕上を行っていないもの、またゴム材は普通の加硫天然ゴムを使用した。鉄板の組成、強度および表面あらさなどについては Table II に示してある。これらの平板を木製土槽上でけん引する場合、まずローラによる試料土の転圧回数を2、6および40回とした場合の締固め度と運動摩擦抵抗との関係を求め、そ

Fig. 2. Apparatus for friction test.

Table II. Physical properties of steel plate.

Chemical composition (%)	C	Si	Mn	S	P
	0.30~0.40	<0.30	0.60~0.80	<0.06	<0.06
Tensile strength (kg/mm ²)	41~50				
Roughness of surface	6-S and 50-S				

の後締固め度を一定にした場合の平板のけん引速度を3.3、6.8、9.8および13.0 cm/secの4段に変速して平板の運動速度に対する摩擦抵抗の変化について実測し、平板と土との間の材質による相違について比較検討を行なった。

Fig. 3. Rotary type testing machine for friction test.

一方、試料土を摩擦箱の中に拘束した場合の拘束の程度が、運動摩擦抵抗に及ぼす影響について試験するために、Fig. 3 に示す試験装置を試作した。これは直径1800 mm、厚さ50 mmの鋼製回転板上に鉄板を載せ、その上に2個の直径150 mmの円筒摩擦箱を同一円周上に設置し、その中に試料土を充てんし、直接レバを通して載荷するものである。摩擦箱取付けわくは、一端をヒンジで固定し、他端を1 t用引張計に連結して、鋼製回転板を回転させた場合の2個の摩擦抵抗力の反力を、引張計に取り付けた差動変圧機を通して、直接オシログラフに自記させる構造とした。ここでは、特に鉄板の表面あらさおよび摩擦速度の影響について試験するとともに、試料土の層厚によって拘束の程度を変えた場合の運動摩擦抵抗に関する測定を行なった。

さらに、平板のけん引方向に振動荷重を与えた場合の運動摩擦抵抗の低減について試験するために、前述の木製土槽を使用し、振動発生装置として自重42kg、

最大起振力500kgの two-mass 型起振機を用いた。起振機は、平板上に載荷重とともに設置し、動力は2馬力のモータから無段変速機を通し、フレキシブル・シャフトによって伝達するものである。振動数は無段変速機によって 10cps から最大 40cps まで変化させ、振動による減摩効果について振動を与えない場合と比較検討を行なった。

3 実験結果

試料土を乾燥状態において木製土槽内に充てんし、その上で平板に振動を与えないでそのままけん引する場合の運動摩擦抵抗と移動量との関係は、その一例を、Fig. 4 に示すように接地圧が増大するとともに鉄板とゴム板とは異なった挙動を示している。特に鉄板とれき交り砂との摩擦においては、けん引当初慣性による5サイクル程度の振動が伴うのである。これはごく低いけん引速度に対してはみられない現象であり、速度が高くなるほど顕著に現われるもので、初期の急速な加速に対する実験装置全体の影響によるものと考えられる。したがって、運動摩擦抵抗については、けん引初期における過渡的振動が減衰して定常状態に達するまで平板をけん引し、そのときに発生するわずかな振動はこれを平均化して整理し、また摩擦箱による摩擦試験においては、二つの摩擦反力の合力として測定するために、本文ではこれらの平均値をもって測定

値とする。

摩擦速度による運動摩擦抵抗の変化について、Fig. 5 に示したのは、乾燥シルト質土についてけん引速度を 3.3cm/sec から 13.0cm/sec まで変化させた場合のけん引抵抗力と接地圧との関係であり、また Fig. 6 に示したのは、摩擦箱による摩擦試験において、摩擦速度を 10.4cm/sec から 31.7cm/sec の高速度にした場合の鉄板とれき交り砂との間の運動摩擦抵抗の変化である。一般に、けん引速度による影響は顕著には現われないが、けん引速度の増大とともにわずかに運動摩擦抵抗は低下する傾向がみられる。

Fig. 5. Frictional resistance between plate and silty soil.

Fig. 4. Relationship between tractive force and displacement of plate.

Fig. 6. Relationship between frictional resistance, frictional speed and roughness of surface.

Table III. Coefficient of moving friction between plate and dry soil.

Sample	Material of plate	Test with traction of loaded plate		Test with friction box		
		Speed of traction is constant (=3.3cm/sec). Number of roller pass 2~40	Number of roller pass is constant (=6). Speed of traction 3.3~13.0 (cm/sec)	Thickness of sample is constant (=5mm). Friction speed 7.7~25.2 (cm/sec)	Friction speed is constant (=10cm/sec). Thickness of sample	
					20mm	3mm
Sandy soil mixed with gravel	Steel	0.47~0.52	0.48~0.50	0.63~0.73	0.58	0.78
	Rubber	0.61~0.64	0.59~0.65	—	—	—
Silty soil	Steel	0.53~0.56	0.48~0.56	—	0.71	0.98
	Rubber	0.69~0.73	0.68~0.72	—	—	—

鉄板の表面あらさによる影響については Fig. 7 に示すように、表面のなめらかであるほうが、運動摩擦抵抗はわずかに増加する傾向がみられた。

また、摩擦箱の中に試料土を拘束し、試料の層厚に

Fig. 7. Coefficient of moving friction between steel plate and sandy soil mixed with gravel.

Fig. 8. Difference of frictional resistance due to thickness of soil sample.

Fig. 9. Relationship between acceleration of vibration and ratio of coefficient of friction vibrated to non-vibrated,

よる運動摩擦抵抗の変化については、Fig. 8 に示すように、粒径の細かいシルト質土のほうが、れき交り砂に比べてかなり大きな運動摩擦係数を与えるが、いずれも、試料土の層厚によって土粒子自身の移動の難易が異なり、試料土の層厚を薄くするほど土粒子の移動が拘束されるために、著しく運動摩擦係数は増加している。このように個々の土粒子の移動を拘束する場合に対して、土槽上で平板をけん引する場合には、平板直下における土粒子の粒子間の間げきは、初期の締固め程度にかかわらず、ある程度けん引した後においては、限界間げき比まで増加すると考えられるので、その運動摩擦抵抗もかなり減少すると考えてよい。以上、無振動時における運動摩擦係数の実測値を、各場合についてまとめると Table III のようになる。

次に、土槽内において、円筒ローラによる転圧回数を 6 回として締め固めた乾燥れき交り砂および乾燥シルト質土について、平板にけん引方向の振動を与えて、土槽上で平板をけん引した場合の運動摩擦係数が、土に与えられる振動加速度に対して、どの程度低下するかについて実験を行なった。Fig. 9 に示すように、横軸に振動加速度、縦軸に無振動時の摩擦係数 $\tan\delta_0$ に対する振動時の摩擦係数 $\tan\delta$ の比をとると、振動による土の流動化現象のために平板のけん引抵抗は減少し、振動加速度が 3 000 gal (振動数は約 30 cps) になると、著しく低下してくる。この図にみるように、特にけん引速度が小さいほどその傾向は著しいことがわ

かる。これは、振動の土に与える影響圏が速度が大きくなると発達しにくいと考えられる。また、鉄板とゴム板とを比較した場合に、鉄板のほうが振動効果をよく土に伝ばするために、摩擦抵抗に著しい低下がみられる。それに対して、ゴム板のほうでは、同じ振動加速度を与えた場合にもかなりの振動エネルギーを吸収するために、その影響はそれほど顕著にはみられなかった。

4 考 察

4・1 土の拘束度と運動摩擦係数との関係

乾燥土に対する平板の運動摩擦係数は、平板の材料によって当然異なるが、同じ材料に対しても土に与える拘束条件によってかなり変動する。これは、一般に個々の土粒子が外力を受けて移動する場合に、粒子の大きさ・形状による他の土粒子相互間のかみ合せの程度によって、土粒子の回転または並進移動に対す

る抵抗力が変化するためである。また、平板と土粒子間の摩擦抵抗は、主として土粒子の稜角部によるひっかけ作用によるものであり、間げき比が増大して粒子がころがる場合には、著しく摩擦抵抗は減少する。たとえば、鉄板の表面あらさがなめらかであるより、粗な場合のほうが粒子のころがり現象をひき起こさせるために、また摩擦速度が増大する場合および平板を振動させるとき、ころがり現象が多く発生するために運動摩擦抵抗は減少したと考えられる。

一般に、土粒子相互のかみ合せ、すなわち土の拘束度は粒子の間げき比によって表現されると仮定すると、間げき比の減少とともに運動摩擦係数が増大することは、前述の実験例からも明らかである。いま、この関係を理論的に説明するために、最も簡単なモデルとして土粒子を球に仮想し、均一な粒径を有する球の集合体について、単一球体に作用する力の平衡式から間げき比の摩擦係数に及ぼす影響について解析する。

C.W. Thurston と H. Deresiewicz は、面心立方体構造に配列した互いに隣接する球の集合体について、破壊面を仮想し、球が最も密に配列した六角形構造をもつ球体層が、隣接する球体層を乗り越えて変形するのに必要な力 D は、次式で算定できることを導いた。

$$\frac{D}{2R^2\sigma_0} = \frac{3 + 4\sqrt{6}f}{2(\sqrt{6} - f)\cos\beta - (\sqrt{3} + 4\sqrt{2}f)\cos\gamma} \quad (1)$$

ここに、 D の作用方向は層の方向と β の角度をなし、層の法線方向と γ の角度をなしている。 R は球の半径、 f は球体相互間の摩擦係数であり、 σ_0 は初期の等方圧力である。この球体層に作用する垂直力とせん断力の比をとり、これを $\tan\phi$ とおくと次式が導かれる。

$$\tan\phi = \frac{D \cos\beta}{2\sqrt{3}R^2\sigma_0 + D \cos\gamma} = \frac{\sqrt{3} + 4\sqrt{2}f}{2(\sqrt{6} - f)} \quad (2)$$

上式において、1 個の土粒子が隣接する他の 2 個の土粒子の谷線に沿って移動するのに必要な合力の傾斜角は、摩擦係数 f によって一義的に決定される。しかし、土粒子間の摩擦係数 f は、土粒子の材質のみならず土粒子の形状および角張りなどによっても異なる。ここでは、これらの諸条件は一定であるとして土粒子が外力を受けて移動する場合に、土粒子が最も密な状態にあるときには粒子の回転は許されないが、間げき比の増加とともに粒子は回転しやすくなる。この粒子の回転によって粒子間の摩擦の一部分は、ころがり摩擦に転換するが、間げき比の増減に伴ってどの程度摩擦係数が低下するかについて、次の仮説をたてると都合がよい。

“1 個の土粒子が隣接する他の土粒子 1 個から外力を受けた場合、その外力にどの程度抵抗するか、すな

わち 2 個の土粒子間のかみ合せ程度は、その粒子に接点を有する隣接粒子の数に比例する”。

すなわち、この場合 2 個の土粒子間に作用する粒子間力に対して、土粒子が移動するときの摩擦力を算定するための摩擦係数を、1 個の土粒子に隣接する平均接点数を計算することにより、間げき比の関数として表わすことができる。

いま、均一な粒径を有する球が最も密に配列された六角形構造を単位とする球体層について考える。粒子の全個数を N 、粒子 1 個の投影面積を 1 とし、粒子の配列されている全面積を A とすると粒子 1 個あたりの接点数 f_0 は 6 であり、この場合の間げき比 e_0 は、 $(A - N)/N$ で与えられる。さて、この中から n 個の粒子を取り去った後の粒子 1 個あたりの平均接点数を f_n とし、間げき比を e_n とすると次式が成立する。

$$f_n = \frac{6N - 12n}{N - n} = 6 - \frac{6n}{N - n} \quad (3)$$

$$e_n = \frac{A - (N - n)}{N - n} \quad (4)$$

(3)および(4)式から、 n を消去すると

$$f_n = 6\left(2 - \frac{N}{A}\right) - \frac{6N}{A}e_n \quad (5)$$

となり、一般に、粒子の接点数は間げき比の増加に対して直線的に減少することがわかる。

したがって、間げき比 e_n に対する粒子間の摩擦係数 f は、(5)式で与えられる接点数に比例するとして、次式で表わすことができる。

$$\begin{aligned} f &= kf_n \\ &= 6k\left(2 - \frac{N}{A}\right) - \frac{6kN}{A}e_n \\ &= a - be_n \end{aligned} \quad (6)$$

ここに、 a および b は正の定数である。これを(2)式に代入して

$$\begin{aligned} \tan\phi &= \frac{\sqrt{3} + 4\sqrt{2}(a - be_n)}{2\{\sqrt{6} - (a - be_n)\}} \\ &= \frac{k_1 - k_2e_n}{k_3 + k_4e_n} \end{aligned} \quad (7)$$

ここに、 k_1, k_2, k_3 および k_4 は、いずれも正の定数であるから(7)式を e_n に関して微分すると

$$\frac{d\tan\phi}{de_n} = -\frac{k_2k_3 + k_1k_4}{(k_3 + k_4e_n)^2} < 0$$

となり、 $\tan\phi$ は e_n の増加とともに減少する関数であることが証明された。

Fig. 10 に示したように、 $\tan\phi$ は最も密な状態 $e = e_0$ から e の増加とともに減少し、土槽上で平板をけん引していく場合に充分変位した後においては、限界間げき比 $e = e_c$ にまで低下するのである。一方、摩擦箱の中に土粒子を拘束した場合には、これらの中間の値をとると考えられる。

Fig. 10. Relationship between $\tan \phi$ and void ratio e_n .

以上は、鉄板またはゴム板とその直下の土粒子が完全に密着していると仮定して解いたものであるが、実際には、平板の材質によって土粒子との間に滑動を生じ、そのために土粒子相互のせん断抵抗力が十分に発揮されず、(7)式で与えられる $\tan \phi$ に比べて実際の運動摩擦係数は小さくなる。

4・2 振動による減摩効果について

平板に振動を与えてけん引する場合、振動体と振動圈内にある土塊との固有振動数は、Fig. 11に示すよう

Fig. 11. Relationship between amplitude and frequency.

に、平板の材質にかかわらず板の振幅が最高値を示す30cpsの近傍に存在する。したがって、運動摩擦係数は、この固有振動数において振動体と土とが最も共振し、土粒子間の摩擦抵抗力の減少によってかなり大きな流動化現象を呈するために、最も低下する。

また、振動加速度についても同様に、運動摩擦抵抗は、Fig. 9に示したように、最初わずかに増加するものもあるがしだいに減少し、2000~3000galで最低値を示す。それ以上の振動加速度に対して逆に増加していく傾向は、前述の固有振動数による現象と同じである。

したがって、振動数または振動加速度が小さい場合には、土粒子の骨格構造が破壊され、振動を与えない場合に比べて間げき比は減少する。そのために、運動摩擦係数は無振動時におけるよりもわずかに増加するのである。しかし、振動数が増加するとともに振動加速度も増大し、個々の土粒子に非常に大きな運動エネルギーを与えるために土粒子相互のころがり摩擦 f が

著しく減少する。前述の(6), (7)式において、実際上間げき比が無振動時と変わらないとしても、ころがり摩擦 f が減少するために(6)式で示した e_n は増加する。特に固有振動数において e_n は最も増加するので、(7)式で与えられる $\tan \phi$ は最小値をとると考えられる。

Fig. 12. Relationship between frictional resistance and ratio of speed of vibration to tractive speed, for sandy soil mixed with gravel and contact pressure 0.2 kg/cm^2 .

次に、振幅と角速度の積で表わされる平板の振動速度とけん引速度について、これらの両者の比とけん引抵抗力との関係をプロットすると、Fig. 12のようになる。その結果、摩擦抵抗は鉄板については $a\omega/v \approx 2.0$ で、また、ゴム板については $a\omega/v \approx 1.0$ に至るまで徐々に減少した後一定値となる傾向がある。このように、振動速度が

平板のけん引速度よりもある程度以上になれば、減摩効果を最も発揮することができるのである。

5 あとがき

土槽上で平板をけん引する場合には、平板の材質によって平板と土粒子との間の滑動による影響は異なるが、土粒子の間げきは当初の締固め度に関係なく限界間げき比に近づくために、拘束度は最も低下するので、いずれの場合にも運動摩擦係数は最小となる。しかし、摩擦箱の中に土粒子を拘束し、特に試料土の層厚を薄くしていくほど、土粒子はころがりたくなり、土粒子が最も密に拘束された場合には、粒子の回転は許されないで平板との間の運動摩擦抵抗は最大となる。摩擦速度の増加によって、また鉄板の表面あらさが粗になるほど、摩擦係数がわずかに減少するという事実も土粒子間のころがり摩擦によって説明される。

次に、平板にけん引方向の振動を与えた場合、運動摩擦係数は振動数、30cps、振動加速度2000~3000galで著しく低下し、この共振点をすぎるとふたたび増加

する傾向がみられた。また、けん引速度は小さいほど減摩効果を高めることができる。これらの現象は、土粒子に与えられる運動エネルギーによって、土粒子間のところが摩擦がどの程度減少するかによって説明することができる。ゴム板と鉄板とを比較した場合、与えられる振動エネルギーが同じであっても、ゴム板は、振動エネルギーをかなり吸収するために、土塊に与える振動エネルギーは小さい。そのために、振動時の摩擦抵抗は鉄板に比べてあまり減少しない。

理論的にこれらの現象を説明するために、土粒子の拘束度を間げき比によって表現し、土粒子相互のこ

がり摩擦係数が隣接土粒子の接点数に比例し、また振動時の運動エネルギーによって変化すると仮定すると、運動摩擦係数は間げき比の関数として表現でき、一般に間げき比の増加および振動エネルギーが増大するとともに単調に減少するという事実を説明することができる。

(昭和41年5月18日 日本材料学会第15期総会講演会にて講演)

参 考 文 献

- 1) Thurston, C.W., and H. Deresiewicz, J. App. Mech. 26, Trans. ASME, **81**, 251 (1959).

書 評

Advanced Optical Techniques (最近の光学技術)

A.C.S. ヴァン ヒール 編

(B5 判変形, 678ページ, 12960円, 1967年, North-Holland Publishing Co. 発行)

ファイバースコープ、レーザなどが商品となり、ホログラフィの記事が雑誌にぎやかすようになると、多方面にわたる工学関係者は、光学をあらためて見直してみなければならない。確かに、光学というものは古くに完成してしまった学問ではなく、他の分野と同様に近年富みに進歩していることを本書は浮き彫りにしている。こういう書評者自身は、光学の専門家でなく、必要に応じて光学機械を使用しているにすぎない素人であるが、光学発展の息吹きを身近に感じていたので、編者と書名に引かれて書物を開いてみたわけである。

本書の内容は次の項目に分かれている。執筆者を世界中に求めているのは編者の見識に負うものであろう。

Precision measurements, Isotropic and anisotropic media, Principles of instrumental methods in spectroscopy, Interferometry, Optics of thin films, The theory of coherence and its applications, Use of spheres in optics, The production of optical parts, Modern light sources, The coronagraph, Fiber optics, A precision interferometer with high light-gathering power, Alignment, Lasers, Optical glass, Geometrical optics, Design of optical instruments, Measurement of aberrations and optical transfer

functions of optical systems.

以上の項目で明らかのように、実際上に応用されているものをとりあげ、最近の成果およびやや高級な事項を多方面にわたって選び、それぞれについての要点を解説して基本的な理論と結びつけ、さらに実際の橋渡しをしようとするのが編者の意図である。このような意図は十分に達せられているようであるが、記述内容は、各項目の性格に応じてかなりの差がある。たとえば、研究成果の要約に近いものもあれば、実用上の重要事項につき解説を加えて最近の資料を添えるのに力を注いだものもある。

色彩関係の記述はないが、本書一冊で最近の応用光学方面の大部分は展望できる。書評者のように、全編を通読するほどの意志を持っていない者にとっても有難いのは、巻末に親切な索引がついているのでハンドブックとして活用できる点である。レーザや各種光源についての資料を求めることもできるし、拾い読みをしていて研究上役だつ事実を知ったり、光学機械の製作や検査についての知識を得ることも多いと思われる。より詳細を学ぶためには、記載されている文献が非常に役だつであろう。物理学者、工学者、各種機械の製作に携わっている者のいずれでも利用できる。

(京都大学工学部交通土木 森 忠 次)