固-気系混相流動における粒子の運動*

斎藤 正三郎**

On the Behavior of Particles in Horizontal Two-Phase Flow

by

Shozaburo SAITO

(Faculty of Engineering, Tohoku University, Sendai)

化学工業において取り扱われる固体-気体系の流動状態を大別すれば、充てん層、移動層、流動層および輸送層となるが、ここでは特に輸送層について論ずることにする。ところで輸送層は化学工業において空気輸送、集塵、気流乾燥あるいは輸送層型反応にと多くの分野で広くみられる現象である。そのため、これに関する研究も古くから行なわれ報文の数も国の内外において決して少なくない。しかるに、混相流動の機構が複雑なためか最も基礎的な圧力損失に関してさえも研究者によって実験結果に大きな差異がみられ、いまだ普遍的なものが得られていない。たとえば水平輸送における圧力損失のおもな実験式を年代順にまとめてみたのが Table I である。このように一つの現象に対して数多くの実験式が提案されている理由はどこにあるのか、また混相流動の支配的因子は何かを明らかにするため、水平・垂直それぞれの立場から圧力損失、粒子速度、粒子の分散状態、空気速度分布に関して実験を重ねてきたが、ここでは特に水平流動に限定して論ずることにする。なおここで著者らの対象とする固体粒子の大きさは粒径約 100 μ 以上のいわゆる粒体といわれるものである。

水平混相流動において流速を次第に増加させると、粒子群はスライド状態から次第に浮遊状態に移行するが、この二つの状態には大きな差異があり、同一には論ずることができないので、ここでは主として浮遊状態について論ずる。すなわち流れが十分に発達した状態において得られた実験結果をまとめてみると次のようになる¹²⁾。

(1) 混相流の圧力損失は輸送管の表面状態によって非常に大きな影響を受ける。たとえば、市販 1" ガス管についてみた場合、空気のみを流した場合は、A、

Table I. On the pressure drop in horizontal pneumatic transport.

Investigator	Empirical formula
J. Gasterstadt (1924)	$\Delta P_T / \Delta P_a = 1 + k \cdot m$
E. G. Vogt & R. R. White (1948)	$\Delta P_T / \Delta P_a = 1 + A \left(\frac{D}{d_p} \right)^2 \left(\frac{\rho_a}{\rho_p} \frac{m}{Re} \right)^k$
R. H. Clark <i>et al.</i> , (1952)	$\Delta P_S^* = \frac{G_S}{u_p} \frac{L}{A_T} \left(1 - \frac{\rho_a}{\rho_p} \right) \left(\frac{u_a - u_p}{u_t} \right)^2 g$
O. Pinkus (1952)	$\Delta P_S = 2 f_S \cdot L \cdot \bar{u}_p^2 \cdot \rho_a S / g \cdot D$
B. L. Hinkle (1953)	$\Delta P_S = 2 f_S \cdot L \cdot \bar{u}_a \cdot \bar{u}_p \cdot \rho_a \cdot m / g \cdot D$
W. Barth (1954)	$\Delta P_S = \lambda_S \cdot \frac{L}{D} \left(\frac{\bar{u}_p}{\bar{u}_a} \right) \cdot m \cdot \frac{\rho_a}{2g} \bar{u}_a^2$
Weidner (1954)	$\Delta P_S = \xi_S \cdot \frac{\bar{u}_a^2}{2g} \cdot m \cdot \rho_a$
N. C. Mehta <i>et al.</i> , (1957)	$\Delta P_T = \lambda_m L \frac{\bar{u}_a^2 \rho_a}{2gD} \left\{ 1 + \left(\frac{\bar{u}_p}{\bar{u}_a} \right)^{2a} \left(\frac{\rho_a S}{\rho_a} \right)^a \right\}$
Rose <i>et al.</i> , (1957)	$\Delta P_S = \phi \frac{L}{D} \cdot \sqrt{\frac{\rho_p}{\rho_a}} m \cdot \rho_a \cdot \bar{u}_a^2$
J. A. Hitchcock <i>et al.</i> , (1958)	$f_S = 1.16 \times 10^{-2} \cdot m^{0.88} \cdot \left(\frac{\bar{u}_a}{gD} \right)^{-0.45} \left(\frac{D}{d_p} \right)^{-0.88}$
Ikemori <i>et al.</i> , (1959)	$\Delta P_T / \Delta P_a = \sqrt{\frac{30}{\bar{u}_a}} + 0.20 \cdot m$
J. F. Richardson <i>et al.</i> , (1960)	$\Delta P_S / \Delta P_a = \frac{45000}{u_t} \cdot \frac{G_S}{\bar{u}_a^2}$
Uematsu & Morikawa (1960)	$\Delta P_T = \frac{8}{(\sqrt{8}/\lambda_a - 1.72 \cdot m)^2} \cdot \frac{\bar{u}_a^2 \rho_a}{g} \cdot \frac{L}{D}$
Uematsu & Kano (1961)	$\Delta P_S = 0.0780 \frac{k \cdot m \cdot Fr^{(1+\epsilon/2.5)}}{Re \epsilon} \cdot \frac{(1-\phi)^{2-\epsilon}}{\phi} \cdot \left(\frac{D}{d_p} \right)^{1+\epsilon} \frac{\rho_a}{\rho_p} \frac{L}{D} \frac{\rho_a}{2g} \cdot \bar{u}_a^2$
M. E. Dogin (1962)	$\lambda_T = \lambda_a + A \frac{m \left(\frac{d_p}{D} \right)^{0.1} Re^{0.4}}{Fr^{0.5}} \cdot \frac{\rho_p}{\rho_a}$
Julian <i>et al.</i> , (1965)	$\Delta P_T = 2 \cdot f_m \bar{u}^2 \rho_a L / gD$ $f_m = F(K), K = k(1+m)n^{1/2}$
Konno, Saito & Maeda (1967)	$\Delta P_S = 0.033 \frac{\bar{u}_a \cdot L}{\sqrt{g \epsilon} \cdot D} \rho_a m$

* This is expressed as follows $\Delta P_S = \Delta P_T - \Delta P_a$ where ΔP_T is the total pressure drop and ΔP_a is the pressure drop due to the fluid friction

B管共ほぼ等しい圧力損失を示すが、粒子を加えると Fig. 1 からわかるように圧損に大きな相違がみられる。

(2) 粒子の飛行状態を観察すると、大別して二種類

* 原稿受理 昭和45年1月13日

** 東北大学工学部 仙台市荒巻字青葉

Fig. 1. Effect of roughness of pipe on pressure drop.

あり、管軸に比較的平行に飛ぶ場合と、激しく管壁との衝突を繰り返して飛行する（これをランダム運動と称した）場合とがある。

(3) 粒子付加圧損は粒子の種類、物性によらず混合比と空気流速のみの関数として示される。

(4) 粒子と管壁（ガラス）との衝突によって静電気の発生がみられる。その大きさは湿度によって左右されるが湿度の低い場合には 50 kV に達する場合もある。しかし、静電位の圧力損失に対する影響はみられない。

(5) 粒子速度と空気速度との比は、空気速度、混合比によらず一定値を示し、また管断面に分布をもたず、ほぼ一様である。

(6) 粒子の管内での分散状態は Fig. 2 にみられるようにほぼ指数関数で示され、測定箇所あるいは粒子供給点での供給の仕方によらない。

Fig. 2. Particle distribution in the pipe.

(7) 粒子付加により空気速度分布は管軸に対して非対称となり、混合比が増すにつれて $U_{a,max}$ の位置が次第に管中心より上方に移行する。

以上の実験結果より、固気混相流動に影響を与える因子は数多くあり、それらが複雑に組み合わされていることが推察される。それゆえ、混相流動を明確にするには諸因子の全体に対する影響を明確にしなければならない。ところで、混相流に影響を与えると思われる諸因子について調べてみると、実際の実験においてはどうしても避けられない種々の不規則な因子が重要

な意味をもつことがわかる。たとえば、粒子形の不規則性、粒子サイズの不均一性、壁面の粗さ、粒子の供給の仕方および気流の乱れなど種々の不確定な要素があげられ、全体の現象はこれらの因子の総合された平均的な量とみるべきである。このことから、実験結果が研究者によってある程度の幅をもったものとなることは当然のことと考えられる。

化学工学の立場からは、単に圧力損失だけが問題となるのではなく、粒子および流体の細かい挙動に関する知見が必要である。また諸因子が全体の現象に対してどのような作用をなすものかを明らかにすることは、粒子浮遊の原因、すなわち「粒子はなぜ、沈降してしまいうことなく浮遊し続けることができるのであろうか？」という混相流動の根本問題を明らかにすることにも帰着することになる。これに対して、近年 Ranz⁵⁾ および森・菅沼⁶⁾ は、混相流の複雑な現象を単一粒子の運動に着目して解析し、たとえば、粒子の非球形性による不規則反発が粒子の浮遊の重要な一因子になり得ること、また、粒子の濃度分布も単一粒子の運動から説明しようとしている。しかし、これらはいずれも決定論的な取り扱いであり、混相流における粒子の挙動を解析するには不十分であると考えられる。そこで著者らは、種々の要素のうち最も重要であると思われる、粒子形、壁面の粗さおよび気流の乱れの3つを取り上げ、特に前二者に対してはモンテカルロ法によるシミュレーションを行なって、粒子の運動を調べ、また新たに二次元流の実験を行ない、モデルと実験結果との比較を行なった³⁾。

1 実 験

実験は特に解析を容易にするため、Fig. 3 に示すように流路を 26×150 mm の角ダクトとし、流れが二次元流とみなせるようにした。使用粒子はガラス粒子 ($d_p=0.5, 1.0$ mm, $\rho_p=2.5$ g/cm³) および銅粒子 ($d_p=0.3, 0.5$ mm, $\rho_p=8.7$ g/cm³) などである。粒

Fig. 3. Schematic diagram of experimental apparatus for horizontal transport.

*1 “不規則反発” という語については Appendix. I 参照。

子の濃度分布、粒子速度および粒子の回転数などは、中心部に設けた幅数 mm のスリットを通して上部より光をあて、側壁から写真撮影を行なって測定した。これらの結果は計算結果と比較しながら述べる。ただし、粒子の回転数については次のようにして求めた。すなわち粒子の表面に一部だけ白色塗料を塗り、これをトレーサとして混相流中に混入する。これにかなり強い連続光を用いて流し写真をとる。粒子が回転していると白色塗料のついた部分はちょうど光があたると全反射するため、粒子の軌跡にきれいな旋状の模様が現われる。この模様を数をかぞえることにより、回転数のだいたい補えることができる。時間の方は軌跡の中に二連ストロボによるパルスを入れて軌跡上に写った粒子の間隔から求めた。結果の一例を Table II に示す。これより空気輸送においては1秒間に2000回転もの高速回転をしている粒子のあることがわかった。

Table II. Experimental results of rate of revolution.

Particles	Observed values at 1m from feed point		Observed values at 6m from feed point	
	Rate of revolution (r p s)	Number of data	Rate of revolution (r p s)	Number of data
Glass beads 1.0 mm	400~800	2	600~1400	29
Glass beads 0.5 mm	600~1800	28	500~1500	15
Copper beads 0.5 mm	300~2000	58	700~1500	8
Polystyrene 1.0 mm	400~1000	13	500~1100	54

2 気流の乱れの粒子運動に対する影響

粒子が層流中や静止流体中を落下する場合と、乱流中を落下する場合とでは、落下速度が異なるだろうと考えられる。なぜならば、一般に流体中を運動する場合の粒子の運動方程式は非線型^{*2}になるからである。乱流の速度変動は、本来三次元的なものであるが、その乱れの重力方向の成分が粒子の落下速度を小さくするため、水平輸送の粒子浮遊の一因となりうると従来から言われていた。ここでは、この乱流成分を簡単な sine 関数で表わして落下速度の数値計算を行ってみた。すなわち、気流の乱れ u'_a を $u'_a = A_f \cdot \sin(2\pi \omega_f t)$ とおき、次の粒子の落下を表わす運動方程式を数値計算した。

$$\frac{dv_p}{dt} = \frac{\rho_a - \rho_p}{\rho_p + \kappa \rho_a} \cdot g - \frac{3}{4} \frac{\rho_a}{\rho_p + \kappa \rho_a} \cdot C_D \cdot \frac{1}{d_p} |v_p - u'_a| (v_p - u'_a)$$

*2 運動方程式(1)式における右辺第2項が非線型項である。

ただし、(1)式において、 $u'_a=0$ 、 C_D が Stokes の法則に従う場合にはのみ線型となる。

$$+ \frac{(1+\kappa)}{\rho_p + \kappa \rho_a} \cdot \frac{du'_a}{dt} \quad (1)$$

そして $u'_a=0$ とした場合と比較したが、Fig. 4 にみられるように実際の実験にそくした A_f とか ω_f の値^{*3}に対しては、ここで対象とするような粗大粒子の場合にはほとんど差がなかった。すなわち、この程度の粒子に対しては気流の乱れは浮遊の原因にはなり得ないものと考えられる。また当然のことながら、このような粗大粒子に対しては「拡散」という取り扱い是不適当であろうと考えられる。

Fig. 4. Effect of turbulence of gas stream upon the falling velocity of a particle.

3 粒子に働く揚力の影響

粒子が気流中を飛行して壁面に衝突すると、粒径が小さいため、かなり大きな回転数になることが予想される（これは実験的にも確かめられたことである）。たとえば、0.5 mm のガラス粒子が 5 m/sec 位の速度で衝突すると一回の衝突ですぐ毎秒 1000 回転ぐらいになってしまう。このような場合、粒子の周りに循環が生じて揚力が働く。この揚力はいわゆる Magnus 効果と呼ばれるもので、野球のカーブの原理と同じで、その大きさは粒子の回転数のほかに、粒子と流体との相対速度の関数である。気流中の粒子速度および回転数は場所によって異なるため簡単に揚力の影響を調べることは困難である。そこで角ダクト内の粒子の運動を、できるだけ実際に近い簡単なモデルを用いて電子計算機でシミュレートして揚力の影響を調べた。すなわち、次のような仮定のモデルを作った。

*3 A_f と乱流強度との関係は、 $A_f = \sqrt{2u_a'^2}$ である一方、Laufer などの実験によれば $\sqrt{u_a'^2}/u_{a, \max} = 0.02 \sim 0.06$ (R_0 数 $10^4 \sim 10^5$) であるから $u_{a, \max}$ が決まれば A_f の値を見積ることができる。

また、この R_0 数の範囲では、約 $1/10^3 \sim 1/10^5$ 秒の乱流変動であるから、これに相当する ω_f の値を用いた。

Fig. 5. Schematic representation of the spherical particle model.

- (1) 粒子は完全な球形とする。
- (2) 粒子の運動はFig. 5に示すような二次元運動とする。
- (3) 気流の高さ方向の速度分布は1/7乗則に従うものとする。
- (4) 抵抗係数 C_D は Re_p 数に応じて Stokes, Allen および Newton の各法則を用いる。
- (5) 揚力係数 C_L については実験的研究が少なく不明確な点もあるが、谷と Maccoll の二つの実験結果をもとに見積る。
- (6) 気流中を飛行している粒子の回転数は一定に保たれる。
- (7) 壁面は完全な平板とする。

以上の仮定をすれば、気流中の粒子の運動方程式は次式で与えられる。

(x 方向)

$$\frac{du_p}{dt} = \frac{3}{4} \frac{\rho_a}{\rho_p + \alpha \rho_a} \frac{C_{Dx}}{d_p} |u_a - u_p| (u_a - u_p) \quad (2)$$

(y 方向)

$$\begin{aligned} \frac{dv_p}{dt} = & -\frac{3}{4} \frac{\rho_a}{\rho_p + \alpha \rho_p} \frac{C_{Dy}}{d_p} |v_p| (v_p) + \frac{\rho_a - \rho_p}{\rho_p + \alpha \rho_a} g \\ & + \frac{3}{4} \frac{\rho_a}{\rho_p + \alpha \rho_a} \frac{C_L}{d_p} (u_a - u_p)^2 \end{aligned} \quad (3)^*$$

粒子は最初、速度および回転数が零でダクト上面の位置から気流中に供給される。すなわち、(2), (3)式を数値計算しながら壁面近くにきたら壁面との接点を求め反発の計算をする。そして、再び気流中を運動するという計算を繰り返して、揚力を考慮しない場合と比較して、粒子の飛行状態を調べた。なお、反発の計算は平板における球の反発の法則に従って行なわれる。以上のシミュレーションの結果の一例をFig. 6に示す。これは粒子の飛行距離 $X(=x/H)$ と one span における最大到達高さとの関係で示したものである。最大到達高さというのは、粒子がFig. 5の様な軌跡をとるとき、粒子が下の面で反発後、次の下面で反発するまでの軌跡のうちの最大高さを意味する。ところでこの数値計算より粒子は実験で得られたものと、ほぼ同程度の高速回転していることが認められた。しかし、Fig. 6より粒子の回転による揚力だけでは、粒子濃度

*4 たとえば1.0 mm ガラス粒子, $u_a=7$ m/sec, $u_p=5$ m/sec, $\omega_p=1500$ r.p.s. とすれば(3)の右辺第2項(重力項)に対する第3項(揚力項)の割合は約7%である。

Fig. 6. Correlation between maximum heights of a particle and the distance from the feed point (Glass beads, $u_a=10$ m/sec, $e=0.95$, $\mu_k=0.4$, C_L : Tani's data).

分布は場所によらない一定の型になることはなく、やがて沈降してしまうことがわかる。しかし、揚力を考慮しない場合と比較すると沈降してしまうまでの飛行距離は約2～3倍にも及ぶことがわかり、回転に基づく揚力が粒子浮遊の一因として重要なものであることもわかった。また、このシミュレーションにより動摩擦係数によって粒子の運動が大きく影響されることもわかったが、これは前述したランダム運動と関係あるものと考えられる。さらに、粒径の影響も単純なものではないことが認められた。

4 非球形粒子の反発について

3で記したように、Magnus 効果のみでは粒子は十分に浮遊し得ないことがわかった。そこで著者らは、粒子の非球形性に基づく不規則反発モデルを提案した。このような不規則反発に着目したのは次のような理由からである。すなわち、ここで対象とするような粗大粒子を含む混相流動の場合には、2からもわかるように、粒子の運動に対する流体側の影響は割合小さく、粒子は流体とはかなり異なった自由な運動をすることができるため、粒子がいったん壁面で受けた運動がその後の粒子の運動にも大きく影響してきて、壁面での反発現象が重要な要素となってくるものと考えたからである。ところで、実際の粒子は完全な球形のものは少なく、大部分がいくぶんひずんだ形をしている。そこで、この種の非球形粒子を回転だ円体で表わして、このだ円体の反発について調べた。さらに、計算を簡単化するため、二次元運動として回転軸は常に一定とした。だ円体が回転しながら壁面に接近するときには、壁面に接するときの姿勢、すなわちFig. 7における角度 φ_c が一様な分布にならない。そこで、始めに、接するときの姿勢 φ_c の確率分布を調べた。その一例をFig. 8に示した。すなわち、だ円度(=長径/短径) η が大なるほど、接触角 φ_c が一様な確率でないことを示している。次に、一般に非球形粒子の反発の計算は球形の場合のように簡単ではないが、これを電子計

Fig. 7. Schematic representation of ellipsoid bouncing model.

Fig. 8. Effect of η on the cumulative distribution function of ϕ_c , $F(\phi_c)$.

算機内部で図解法をとらせ計算した。^{*5} だ円体が壁面に接近したときの姿勢 (Fig. 7 の ϕ_0) を一様分布の確率変数としたときの反発後の諸量の分布関数を調べた。すなわち、あるだ円度に対して、反発前の速度 (u_p^0 , v_p^0 , ω_p^0) に対応する反発後の (u_p' , v_p' , ω_p') が得られるが、同時に3つの因子の関係を表示するのが困難なので、べんぎ的に Fig. 9 のような表示法で示した。Fig. 9 は反発後の速度 u_p' , v_p' を示すもので、一定のだ円度で回転数 ω_p^0 を変えた場合の計算例である。これらは決してパラツキを示さず閉曲線で示される。曲線のうち v_p' が点線よりも上では $\bar{e}_y (= |v_p'/v_p^0|)$

Fig. 9. Effect of ω_p^0 on the distribution of (u_p', v_p') (Glass beads, $d_p = 1.0$ (mm), $\eta = 1.1$, $e = 0.97$, $\mu_k = 0.4$, $\mu_s = 0.8$).

*5 非球形粒子の反発の計算法については Appendix. II 参照。

が1以上になっており、また①のように円周からはみ出している部分は回転エネルギーから並進速度エネルギーに転換されていることを示している。また、逆に④の場合には、並進速度エネルギーが回転エネルギーに変換されていることを示す。しかし、Fig. 9 の表示法では、閉曲線のどの位置が起こりやすいか、その確率はわからないので、Fig. 10 には $\bar{e}_y$ を確率変数とするときの確率分布関数を示した。この場合も η が大きいほど分布は広範囲にわたり、異常反発の割合が大きいことを示している。

Fig. 10. Effect of η on the cumulative distribution function of $\bar{e}_y$, $F(\bar{e}_y)$. (Glass beads, $d_p = 0.5$ (mm), $(u_p^0^2 + v_p^0^2)^{1/2} = 5$ (m/sec), $\theta_i = 30^\circ$, $\omega_p^0 = -12000$ (rad/sec), $e = 0.97$, $\mu_k = 0.4$, $\mu_s = 0.8$).

5 だ円体反発モデルによるシミュレーションについて

4 では粒子一個を取上げて、その運動を解析したが実際に問題になるものは粒子群である。緒言でも述べたが実際に輸送中の粒子の運動は、簡単な式では表わし得ない種々の不規則あるいは不確定な因子が組み合わさった複雑な現象である。それゆえ、実測される量すなわち圧力損失、粒子濃度分布、粒子群の平均速度などは、これらの不規則的な各因子によって引き起こされた現象の平均的な量でしかない。これらの各因子が全体の平均量にどのように影響してくるかは不明である。しかし、実験装置、輸送物質などが同じ場合には、濃度分布などを測定してみると操作条件さえある程度おさえれば、その測定量には再現性があり、操作条件と測定量との間にはなんらかの普遍的な関係があるものと考えられる。しかし、この間の black box を単純な微分方程式で表わすことはきわめて困難である。そこで、ここでは先にあげた種々の不確定な要素のうち粒子形をとりあげ、4 のだ円体モデルによる不規則反発を混相流のシミュレーションに取り入れた。すなわちだ円体の衝突前の姿勢 ϕ_0 にランダム性を導入し、モンテカルロ法によって二次元流における粒子の運動をシミュレートした。ランダム性は次のような考え方に基づいて導入された。粒子が気流中を飛行して

壁面近くに来た時、粒子がどのような姿勢になっているかは、粒子の回転に対する運動方程式と初期条件とがわかっているれば決定されるはずである。しかし、粒子の供給の仕方、粒子の形、大きさ、衝突の際の物性値等の確率的性格を考慮すれば衝突直前の粒子の姿勢 φ_0 はほぼ等確率とみなし得るのではないかと考えた。そこで、Fig. 7 における φ_0 を一様分布としたわけである。气流中の粒子の運動方程式は球形粒子に対するものと同じとした。シミュレーションの過程を flow chart にして Fig. 11 に示した。これによって濃度分布、速度分布、回転数について統計をとり計算結果と実験結果とを比較した。

Fig. 11. Flow-chart of monte carlo simulation.

$d_p = 1 \text{ mm}$ のガラス粒子を $\bar{u}_a = 7 \text{ m/sec}$ で輸送した場合の濃度分布を Fig. 12 に、このときの粒子速度の分布を Fig. 13 に、さらに Fig. 14 には、このときの粒子の回転数と飛行距離の関係を示した。これよりだ円度 η が大きくなる程、濃度分布は高さ方向に均一になり、粒子速度は小さくなり、また回転数も小さくなる傾向にあることがわかる。これは η が大きくなる程、異常な反発をして上面、下面との衝突回数が増加するためである。そのため、濃度分布としては均一になるが、壁面との衝突により粒子速度は小さくなるものと考え

*6 Uniform distribution.

Fig. 12. Effect of η on the concentration of particles at $X=500$ (Glass beads, $d_p=1.0(\text{mm})$, $\bar{u}_a=7$ (m/sec), C_X , Maccolli's data).

Fig. 13. Effect of η on the profile of u_p at $X=500$ (The set of parameters is the same as in Fig. 12).

Fig. 14. Effect of η on the rate of revolution of particles (The set of parameters is the same as in Fig. 12).

られる。また、下面との衝突で与えられた粒子の回転数は、上面との反発で減少されることを考えると、 η の増大に対する回転数の減少の傾向も納得できる。また、図には示さなかったが、粒子濃度分布は粒子供給点からの距離がある程度大きくなると、ある定まった型に落ち着き、沈降してしまふことはないことがわかった。

ところで、実際に実験に使用している粒子がどの程度、球からはずんでいるかを調べたが、 $d_p = 1 \text{ mm}$ ガラス粒子の場合には、約半分位が非球形であり、全体として平均値をとると $\bar{\eta} = 1.02$ という値が得られた。これよりシミュレーションにおける $\eta = 1.02$ とした場合と比較すると、速度分布には若干の問題があるが、濃度分布および回転数はよく説明できることがわかる。これらのことは、 0.5 mm ガラス粒子や 0.5 mm 銅粒子についても同じような結果が得られた。

以上のことより、実測値に近いパラメータを用いて、実際の現象を説明することができたことは、このモデ

ルの物理的意味が比較的妥当なものとみてよいのではないかと考えられる。また、興味深いことは4で示されたように $\bar{e}_y$ が1以上になる確率は、 η が1.02の場合割合小さいが（入射角などによっても異なるが）、それでも粒子群は沈降してしまうことなく、充分浮遊して飛行し、粒子濃度分布が説明されたということであろう。これは一見不思議な感じもするが、粒子がたん反発した後、気流によって再び運動エネルギーを与えられるため、定常な分布を保ち得るものと考えれば納得できる。

6 結 言

以上の解析は粒体の場合についてであり、固体の混合比も比較的小さいので粒子同志の相互作用がまったく考慮されていない。また、 C_D , C_L および流体速度分布など流体力学的にもかなり大胆な仮定を含んでいる。しかも混合比が大きくなり、スライド状態へ移行する過程およびスライド状態から閉塞への移行などに関してはいまだに充分には解明されておらず、今後の残された大きな問題であると思われる。さらに、粒径の非常に小さい粉体領域への拡張も今後の課題である。

Appendix. I “不規則反発”について

ここで“不規則反発”という言葉は、菅沼⁶⁾によって始めて明確に定義されたものであるが、それによれば次の2つの意味を含めて用いられている。

(1) 衝突直前における粒子の運動状態（速度および回転数）が決っても、反発後の粒子の速度および回転数などが一意的に決まらない場合、たとえば、非球形粒子が平板に衝突する場合は、速度と回転数が決まっても平板と接する時の姿勢によって反発の様子が異なる。また、粒子が球形でも壁面に凸凹がある場合も同様で、衝突点での壁の様子が粒子の反発後の運動は確率的なものとなる。

(2) 粒子と壁面との衝突の際、粒子の運動エネルギーの各成分 $E_x=1/2 M_p u_p^2$, $E_y=1/2 M_p v_p^2$, $E_w=1/2 M_p k^2 \omega_p^2$ 相互間の転換が行なわれる。その際場合によっては、特定の成分、たとえば、壁面に垂直なy方向成分 E_y だけに着目すると、反発によってエネルギーが増加し $E_y < E_{y'}$ となり、その結果 $|v_p^0| < |v_p'|$ となるような一見して異常な反発が起こる場合もある。

(1)と(2)とは別々の現象ではなく、密接に関連して表裏一体をなすものであり、「粒子が壁面に衝突すると粒子の運動エネルギーの各成分間に転換が起こるが、その転換の程度は確率的に分布する。」とも表現される。

Appendix. II 非球形粒子の反発の計算法

いま、Fig. 7のように非球形粒子が平面に衝突した時接点Sを原点とする座標系を考えると、重心Gの座

標は $G(x, y)$ と表わせる。

記号を次のように決めるとき

u_p^0, v_p^0, ω_p^0 ; 衝突前の速度成分および角速度

u_p, v_p, ω_p ; 衝突途中の値

u_p', v_p', ω_p' ; 衝突終了後の値

U, V ; 接触点の平面に対する相対すべり速度および圧縮速度

U_0, V_0 ; 同上衝突前の値

R, F ; 衝突開始からある時刻までに粒子が壁面から受けた力積成分

R', F' ; 接触開始より衝突終了時までの値。

衝撃の運動方程式は次式で表わされる。

$$M_p(u_p - u_p^0) = F \quad (4)$$

$$M_p(v_p - v_p^0) = R \quad (5)$$

$$M_p k^2(\omega_p - \omega_p^0) = y \cdot F - x \cdot R \quad (k: \text{回転半径}) \quad (6)$$

接触点の相対速度として

$$U = u_p + \omega_p y \quad (7)$$

$$V = -v_p + \omega_p x \quad (8)$$

(4), (5), (6), (7)および(8)式より $u_p^0, v_p^0, \omega_p^0, u_p, v_p, \omega_p$ を消去して

$$U = U_0 - a \cdot R + b \cdot F \quad (9)$$

$$V = V_0 - c \cdot R + a \cdot F \quad (10)$$

ただし

$$a = \frac{xy}{M_p k^2} \quad (11)$$

$$b = \left(1 + \frac{y^2}{k^2}\right) \frac{1}{M_p} \quad (12)$$

$$c = \left(1 + \frac{x^2}{k^2}\right) \frac{1}{M_p} \quad (13)$$

Vは始め $V > 0$ であり（圧縮過程）、後に $V < 0$ （回復過程）に変わる。その間に $V = 0$ になる時刻がある。

接触開始よりこの時刻までの法線力の力積を R^* とすると、反発の法則より

$$R' = (1 + e) \cdot R^* \quad (14)$$

次にx方向の力積を摩擦力だけによるものと考え、普通の摩擦法則がなりたつものと仮定すれば、

$U \neq 0$ の過程:

$$\frac{dF}{dR} = -\epsilon_0 \mu_R, \quad \epsilon_0 = \text{SIGN}(U) = \pm 1, \quad U \geq 0, \quad (15)$$

$$U = 0 \text{ の過程: } \left| \frac{dF}{dR} \right| \leq \mu_s, \quad (16)$$

以上の(9), (10), (14), (15)または(16)式を解けば、反発後の F', R' が求まる。 F', R' が求まれば、次の(17), (18), (19)式より u_p', v_p', ω_p' が求められる。

$$u_p' = u_p^0 + \frac{F'}{M_p} \quad (17)$$

$$v_p' = v_p^0 + \frac{R'}{M_p} \quad (18)$$

$$\omega_p' = \omega_p^0 + \frac{yF' - xR'}{M_p k^2} \quad (19)$$

 Fig. 15. Examples of R - F diagrams.

ところで力積成分 (F' , R') は Fig. 15 のような R - F 線図による図解法で求めた. まず, U 直線 (9式で $U=0$ としたとき) と V 直線 (10式で $V=0$ としたとき) を, a , b , c , U_0 , V_0 が決まると引くことができる. 次に原点が $U \geq 0$ のどの領域にあるかによって F - R 関係の直線の傾斜 (15式中の ϵ_0) が決まる. そして $V=0$ となる R を求め, これを R^* とすれば, (14式より R' が求まる. 線図より対応する F' が求まる. この計算は一般的には膨大な組合せに対して行なわなければならないので, 簡単な一般式では表わし得ない. そこでこのような図解法を電子計算機内部で行なわせた.

なお, 球形粒子の場合には, (11), (12), (13式において $x=0$, $y=0.5d_p$ とすればまったく同様に解ける.

使用記号

A_f ＝乱流モデルの振幅	(m/sec)
C_D ＝抵抗係数	(—)
C_L ＝揚力係数	(—)
D ＝管径	(m)
d_p ＝粒径	(m)
E ＝粒子の運動エネルギー	(Kg · m)
e ＝反発係数	(—)
$\bar{e}_y$ ＝見かけの反発係数 ($= v_p'/v_p^0 $)	(—)
H ＝角ダクトの高さの半分 ($=0.013$)	(m)
L ＝長さ	(m)

M_p ＝粒子の質量	(Kg sec ² /m)
m ＝重量混合比	(—)
n_i ＝角ダクトの高さ方向に 7 等分した区間のうち i 区間に存在する粒子個数	(個)
t ＝時間	(sec)
u_a , $\bar{u}_a$ ＝局所および平均空気速度	(m/sec)
u_p , v_p ＝粒子速度の x および y 方向成分	(m/sec)
$\bar{u}_p$ ＝粒子群の x 方向平均速度	(m/sec)
x ＝粒子供給点からの距離	(m)
X ＝無次元化距離 ($=x/H$)	(—)
y ＝ダクトの下面からの距離	(m)
Y ＝無次元化距離 ($=y/H$)	(—)
η ＝だ円度 ($=\text{長径}/\text{短径}$)	(—)
θ_i , θ_r ＝粒子の入射角および反射角	(度)
μ_k , μ_s ＝動および静摩擦係数	(—)
ρ_a ＝空気の比重量	(Kg/m ³)
ρ_p ＝粒子の比重量	(Kg/m ³)
α ＝見かけ質量係数	(—)
φ_o , φ_c ＝衝突直前および接触時の粒子の姿勢	(度)
ω_p ＝粒子の角速度または回転数	(ラジアン/sec) または (回転/sec)

(昭和44年11月6日 第7回粉体に関する討論会にて講演)

参考文献

- 1) 今野宏卓, 斎藤正三郎, 前田四郎, 化学工学, **31**, No 3, 243 (1967).
- 2) Konno, H., and S. Saito, J. Chem. Eng., Japan, **2**, No. 2, 211 (1969).
- 3) Matsumoto, S., and S. Saito, J. Chem. Eng., Japan, **3**, No 1, 83 (1970).
- 4) Mori, Y., A. Suganuma, and H. Sadotomo, Preprint of 31st Annual Meeting of Soc. Chem. Engrs., Japan (1966).
- 5) Ranz, W. E., G. R. Talandis, and B. Guterman, A.I. Ch. E. Journal, **6**, 124 (1960).
- 6) 菅沼 彰, “最近の化学工学”, p.187 (1966) 化学工学協会