粉体層の直接せん断試験における粉体粒子の挙動について*

梅 屋 薫** 原 隆 一***
吉 田 達 郎*** 成 広 信 次***

On the Behaviour of Particles in the Direct Shearing Test of Powders

by

Kaoru UMEYA, Ryuichi HARA, Tatsuo YOSHIDA and Shinji NARIHIRO

(Faculty of Engineering, Tohoku University, Sendai)

In handling powder materials it is necessary to pay attention to their internal friction as one of their most important properties. The direct shearing test is a simple and useful method to measure the internal friction. However, the behaviours of powder in the direct shearing test procedure are not yet certain, because of the complicated behaviour of particles arising from the shearing action in the powder bed. It must be admitted in any case that the correlation between the internal friction and the σ - τ relation has not yet been sufficiently understood.

This research was undertaken to understand these behaviours of particles in the shearing procedure. For this purpose, these contributions to the σ - τ relation in the distribution of applied normal stress in the powder bed, the weight of the powder under the test, the shearing rate of the test, and the consolidation of powder, *etc.*, were examined with the direct shearing test.

It is concluded from the result of the examinations that the σ - τ relation has material contributions to the change of the particle arrangement in the powder bed in the shearing procedure, and that the deviation of the σ - τ relation from the Coulomb's law $\tau = \mu\sigma + c$ is due to the relaxation of stress in the shearing plane resulting from the rearrangement of particles in the powder bed. The σ - τ relation should be expressed with the decrease of effective normal stress in the shearing plane in the shearing procedure.

$$\tau = \mu\sigma(1 - u/\sigma) + c$$

where μ ; Internal friction

u ; Decrease of effective normal stress

c ; Cohesive force

Discussion on the correlation between the amount of u and the shapes of σ - τ relations has been made also.

(Received Feb. 1, 1970)

1 緒 言

粉体の力学的挙動を支配する基礎的因子の一つとして、内部摩擦係数がある。この内部摩擦係数の測定および含水分、添加物等の影響について数多くの報告がなされてきた。内部摩擦係数の測定は普通、直接一面せん断試験法で行なわれ、垂直応力 σ 、せん断応力 τ の関係として、その形状が議論されている。それによれば、 σ - τ 関係は連続固体についての Coulomb の法則が近似的に適用されているが、多くの場合 Coulomb

の法則から偏倚して曲線となることが確かめられてい^{1)~3)}る。

これは粉体層に圧縮あるいはせん断応力を加えることによって粉体粒子の相互位置が変化することが原因であると考えられている。たとえば、空隙率が一定であるときに Coulomb の法則が成立するとして、空隙率 ϵ をパラメータとした σ - τ 関係を大坪は⁴⁾ σ の増加によって ϵ が減少する粉体について Fig. 1 の(a)のように表わしたが、青木はこれが⁵⁾多くの実験結果に反することから(b)のように改めた²⁾。しかし、 ϵ を変えたときの σ - τ 関係の報告例から ϵ の矢印の方向は(a)のままでよく、また、(c)のように ϵ の変化による付着力 C の変

* 原稿受理 昭和45年2月1日

** 正 会 員 東北大学工学部 仙台市荒巻字青葉

*** 東北大学工学部 仙台市荒巻字青葉

Fig. 1. Correlation between σ - τ relation and void ratio.

(a) Photograph of measuring apparatus

(b) Schematic diagram of measuring apparatus

- A ; Fixed die
- A' ; Movable die
- B ; Piston
- C ; Compression load cell
- C' ; Tension load cell
- D ; Leveling block
- E ; Flat roller bearing
- F ; Dial gage
- G ; Sample
- H ; Distance piece
- H ; Height of powder bed
- H_c ; Distance from loading plane to shear plane
- H_g ; Height of shear plane
- D ; Diameter of powder bed

Fig. 2. Measuring apparatus for testing powders.

化も考慮すれば, $\sigma \rightarrow$ 大, $\varepsilon \rightarrow$ 小について3種類の形状の σ - τ 関係が表わし得ることになる。

粉体を扱う操作のなかで, 貯蔵, 輸送などのように粉体処理前後の空隙率変化の比較的小さい場合に反し粉体の圧縮成形過程では, それが著しく大きいので, 広い空隙率の領域, したがって広い σ の領域において σ - τ 関係を求める必要が起こってくる。

本報告では, 広い σ の領域において σ - τ 関係を求め, かつ特に粒子のゆずり合いの顕著な領域において二, 三の新しい知見を得たので報告する。

2 実 験

Fig. 2に実験装置の写真とその主要部の概略を示した。固定および可動金型 A, A' に所定の粉体を入れ, A' をロードセル C' を介して引張せん断を行なう。A' 内にディスタンスピース H を入れることによってせん断面の相対位置を変えることができ, これから垂直応力の粉体層内の分布の影響を知ることができる。また, せん断ひずみ速度は 0.2~24 mm/min の範囲で任意に調節することができる。

3 結 果

3・1 広範囲な垂直応力に対するせん断試験

Fig. 3に垂直応力 σ が約 0.5~120 kg/cm² に対するせん断試験結果の一例を示した。両対数プロットで表わした σ - τ 関係は, その傾きを n とすると ($n < 1$), ($n > 1$), ($n = 1$) の3つの領域に分けられる。すなわち, σ が大きくなるにしたがい上に凸の曲線から下に凸の曲線そして直線へと形状が変わっている。 σ - τ 関係の形状が上に凸の曲線あるいは直線の実線例の報告は多いが下に凸の曲線の場合の報告はなく特異的な挙動と考えられる。後の実験から, $n > 1$ の領域を粒子のゆずり合いの領域とよんだが, 以下このゆずり合いの領域におけるせん断試験を中心に考察する。

Fig. 3. Observed σ - τ relation for broad σ range.

3・2 垂直応力分布の影響

粉体層上部に加えた応力の全部はせん断される面に伝達されていない。すなわち, 側壁に逃げる部分があるので, せん断面の相対的な位置によって測定される

σ - τ 関係は異なってくる。そこで粉体量を一定に保って、ディスタンスピースによって Fig. 2 (b) の H_s を変えることによりせん断面の位置を変えて測定した。このとき、 H_c は σ によって変化するが H_s は一定である。

Fig. 4 は乳糖を試料とし H_s をパラメータとして求めた σ - τ 関係である。 H_c が大きくなれば σ の伝達が低下するため、同じ σ に対して τ は小さく測定される。この際、圧縮試験より求めた垂直応力の伝達率を考えせん断面における垂直応力 σ_c に換算して、Fig. 4 の結果をプロットし直しても Fig. 6 のように H_s によって異なった σ - τ 関係となった。元来、Fig. 6 の3つの曲線は一本になる性質のものであるが、それには垂直

Fig. 4. Observed relation between applied normal stress (σ) and shear stress (τ).

Fig. 5. Distribution of applied normal stress (σ) and the method to induce (σ) to normal stress in the shear plane (σ_c).

Fig. 6. Relation between induced normal stress (σ_c) and shear stress (τ).

Fig. 7. σ - τ relation for MgO clynker.

応力の換算だけでは充分でないことを意味するが、これについては後に考察する。

Fig. 7 は、マグネシアクリンカー粉について同様な実験を行なった結果であり、これも乳糖と同様な傾向を示している。

3・3 せん断過程における粒子の挙動

粉体層にせん断応力を加えると、必ずしも理想的なせん断破壊にいたることは期待できない。従来指摘されてきている様にせん断帯の形成あるいはそれに基づく応力状態の変化が考えられる。

Fig. 8 は試料の量による σ - τ 関係の形状の変化を示したものである。(せん断面の位置は粉体層の高さのほぼ中間となるようにして行なった) 図からわかるように、70 gr. の場合は全域にわたって下に凸の曲線であるのに対し、20 gr. のときは垂直応力が大きくなると直線になるのを知ることができる。70 gr. についての σ - τ 関係もさらに τ が大きくなると直線に近づくことが推測される。

Fig. 8. Variation of σ - τ relation owing to the sampling weight of powder.

Fig. 9 は一定垂直応力において H_s を固定し粉体の量を変えた場合と、粉体の量を一定にしてディスタンスピースによって H_s を変えた場合との H_c と τ の関係である。 H_c が大きくなるにしたがい、ほぼ指数函数的に τ は減少している。ここで、せん断面の相対位置によってせん断の機構が変わらないと仮定すると、この τ の分布は σ の分布と1対1の対応をすることができる。

Fig. 10 に、このときの垂直応力の伝達と圧縮試験から求めた伝達を比較して示した。

以上のことから、上記の様な σ - τ 関係が下に凸になるという異常性は次のように考えることができる。すなわち、圧縮応力が加わっている粉体層にせん断応力が加わるとき、粉体粒子が、外力に対し充分動き得る状態にあれば、せん断抵抗を緩和する方向に、せん断面の粒子は、回転あるいは空隙に落ち込む、すなわちゆずり合い挙動を起こし、せん断面を境にして下部および上部は圧密が進行し、充てん状態が密になるが、せん断面では逆に粗な充てん状態になる。これによ

● : At various of H_s and the constant weight of powder
○ : At various weight of powder and the constant H_s
Fig. 9. Observed relation between H_c and τ at constant σ .

Fig. 10. Distribution of σ , measured by compacting test and shear test at constant σ .

てせん断面に作用する有効垂直応力は圧縮時に比べて低下する。このため、圧縮状態の軸方向の応力分布とせん断状態の軸方向の応力分布とは一致せず Fig. 6, 7 に示した垂直応力の換算結果は H_s によって一致しないまた、Fig. 10 のように圧縮状態の垂直応力の分布と、せん断応力の分布から求めたそれとも一致しない。逆に粉体の量を少なくすることによって H_c , H_s を小さくすることによりこのような粒子のゆずり合い挙動を拘束すれば Fig. 8 のように σ - τ 関係は直線性を示すようになると考えられる。

この関係を Fig. 11 に定性的に示した。 σ - τ 関係は粒子の充てんが密な σ が大きいところでは直線となり

Fig. 11. Decrease of effective normal stress while shearing.

ゆずり合いの挙動が可能な充てん状態のところでは、この直線から下に偏倚して下に凸な曲線となる。ゆずり合い領域では図中の u がゆずり合いによるせん断面における有効垂直応力の減少と考えられる。この u を用いると、Coulomb の式 $\tau = \mu\sigma + c$ は

$$\tau = \mu\sigma(1 - u/\sigma) + c$$

の形に表わすことができる。

3・4 せん断ひずみ速度とゆずり合い

3・3 で述べた粒子のゆずり合い挙動はせん断ひずみ速度に影響されることが考えられる。Fig. 12 は σ をパラメータとしたせん断ひずみ速度とせん断応力との関係である。せん断応力に極大値と極小値が存在し σ が大きい程、すなわち空隙率が小さい程この傾向が顕著に表われている。これは、粒子の空隙のへ落ち込

Fig. 12. Observed relation between shear stress τ and shear rate.

- (a) Change of τ with shear rate owing to an action to stop slipping among the individual particles
 (b) Change of τ with shear rate owing to get particles into void space
 (c) Change of τ with shear rate owing to a combined effect (a) and (b)

Fig. 13. Relation between shear rate and τ .

Fig. 14. Effect of shear rate on σ - τ relation.

みによるせん断ひずみ速度とせん断応力の関係をたとえば Eyring による絶対速度論的に Fig. 13 (b) のようなモデルとして表わすと粒子のかみ合いによるせん断ひずみ速度とせん断応力との関係 Fig. 13 (a) との合成として Fig. 13 (c) のように表わされることが考えられるが、今後の詳細な検討が必要であろう。

また、Fig. 12 の結果をせん断ひずみ速度をパラメータとした σ - τ 関係に書き換えると Fig. 14 が得られたが、この結果からは σ - τ 関係とせん断ひずみ速度との一定の傾向はみられなかった。

3・5 予圧密粉体層の σ - τ 関係

3・1, 3・2, 3・3, での σ - τ 関係は σ によって粉体層の充てん状態が変わったが、粉体層をあらかじめ圧密して、一定充てん状態における σ - τ 関係を求めた Fig. 15 は Fig. 8 の 70 gr. 乳糖の σ - τ 関係に対応して 2.8 kg/cm^2 で予圧密を行なった σ - τ 関係である。Fig. 16 は Fig. 8 の 20 gr. の σ - τ 関係に対応して直線部分にあたる 72.8 kg/cm^2 および曲線部分にあたる 36.5 kg/cm^2 でそれぞれ予圧密を行なった粉体層の σ - τ 関係である。これらの結果から知れるように予圧密粉体層の σ - τ 関係は中に凸な曲線から予圧密を行なわれない σ - τ 関係に漸近し予圧密圧より垂直応力が大きくなると両者は一致する。

さらに Fig. 17 は 70 gr. 乳糖を 48 ϕ 金型で予圧密を

Fig. 15. Observed σ - τ relation resulting from powder preconsolidated in die and ordinary consolidation (Weight; 70 gr.).

Fig. 16. Observed σ - τ relation resulting from powder preconsolidated in die and ordinary consolidation (Weight; 20 gr.).

Fig. 17. Observed σ - τ relation resulting from three different testing conditions.

行なった後、金型より取り出して 50 ϕ のせん断用金型に入れてせん断試験を行なった結果を Fig. 15 の σ - τ 関係を比較したものである。

予圧密成形体の σ - τ 関係は金型内で予圧密した σ - τ 関係より小さくなるがこれは粉体層と金型との拘束力のためであると考えられる。また、予圧密成形体の σ - τ 関係は成形体の単純圧縮破壊圧 $\sigma_0 (=9.93 \text{ kg/cm}^2)$ ままで、それ以上の垂直応力では予圧密を行なわない σ - τ 関係に移行する。

予圧密粉体層のせん断試験は、その目的から予圧密時の充てん状態が再荷重によって変化しない垂直応力の範囲で行なわれなくてはならない。もし、その条件が満たされるなら物性値としての粉体層の内部摩擦係数および付着力は予圧密時に決定され、再荷重によって変化しないと考えなくてはならない。だからその範囲では Coulomb の法則が適用されるはずであるが、

本報告における実験あるいは多くの予圧粉体層の報告例のように上に凸の曲線となる。このことについては後に考察するが物性値の変化よりも、せん断の機構がより支配的であると考えられる。

4 考 察

粉体層のせん断試験結果は試験方法あるいは試験条件によってかなり異なり、 σ - τ 関係と内部摩擦係数との間に普遍的な考察は現在のところでは充分であるとは言えない。

本報告におけるいくつかの実験結果では、 σ - τ 関係の形状の変化が、すなわち Coulomb の法則からの偏倚が何に基因するかを

(1) 垂直応力によって内部摩擦係数が変化する

(2) 垂直応力によってせん断の機構が変化する

のいずれであるのかという観点から考察を行なったその結果、せん断の過程における粒子のゆずり合い挙動などのせん断機構が、 σ - τ 関係の形状を支配するものであるという結論に達した。

これを Fig. 18, 19 として定性的に示した。Fig. 18 (a) は物性値の変化からの σ - τ 関係の形状の解釈で、図中陰影を付した部分が付着力の変化であり、付着力 c は一般には σ の増加函数である。また、みかけの内部摩擦係数は接線の傾きとして表わされ σ が大きくなるにしたがって小さくなる。Williams は、この陰影

Fig. 18. Schematic diagrams to explain a shape of σ - τ relation.

Fig. 19. Schematic diagrams of σ - τ relations.

部をダイラタンシーによるせん断抵抗の増加によるものと解釈している。

(a') は σ - τ 関係が下に凸の曲線の場合で、陰影部が付着力の増加分 (a) とは $c=f(\sigma)$ の函数形で異なるものとして表わされる。(付着力 c を σ - τ 関係の接線の τ 切片とすると c がマイナスになる不合理を生じる)

これに対して (b) (b') はせん断の機構の変化からの σ - τ 関係の形状の解釈で、図中の陰影部が粉体の充てん状態と応力状態によって生ずる粒子のゆずり合いによる有効垂直応力の減少に伴うせん断抵抗の減少を表わす。粒子の挙動はせん断抵抗を緩和する方向に生じ、その程度は充てん状態と応力状態によって変わり $-\tau=f(\sigma)$ の函数形が異なる。それによって σ - τ 関係の形状も異なってくる。このことを予圧粉体層と予圧密を行なわない粉体層の σ - τ 関係として Fig. 19 に示した。実線が予圧密を行なわない場合の σ - τ 関係で直線部分がゆずり合いのない (厳密にはあり得ないことであるが) 領域でゆずり合いの領域では下に凸の曲線となり、ゆずり合いによるせん断応力の減少を τ の負軸方向に実線で示した。また、この直線部とその延長である破線は、物性値としての摩擦抵抗 $\tau=\mu\sigma$ と垂直応力による付着力の増加 $c=f(\sigma)$ (簡単のために $c=f(0)=0$ とした) との和で、^{*1} ほぼ直線と見なせる。

いま、ゆずり合いのない領域における σ_{p2} で予圧密をした粉体層の σ - τ 関係を考えると $\tau=\mu\sigma$ を σ_{p2} における付着力 c_2 だけ平行移動した $\tau=\mu\sigma+c_2$ なる直線が期待されるが、実際には、ゆずり合いによって、その直線から二点鎖線で示した様に下に偏倚する。この時の τ の減少を τ 負軸に二点鎖線で示したが、ゆずり合いのない領域の σ_{p2} より小さい σ に対して粒子は完全に拘束される応力状態でないために σ_{p2} に至ってゼロとなる。

ゆずり合い領域の σ_{p1} で予圧密した場合、予圧密による充てん状態に対するゆずり合いと再加重と充てん状態によるゆずり合いによる τ の減少を合わせたものとして $\tau=\mu\sigma+c_1$ の直線より偏倚して一点鎖線のような σ - τ 関係となる。

5 総 括

以上のことを総括すると、

(1) σ - τ 関係の Coulomb の法則からの偏倚のおもな要因はせん断の過程における粉体粒子のゆずり合い挙動によるものである。

(2) σ - τ 関係は $\tau=\mu\sigma(1-u/\sigma)+c$ と書き表わすことができ、その形状は、せん断の過程における有効垂直応力の減少 u によって解釈された。

*1 Fig. 19 において $c=f(\sigma)$ を直線で示したが必ずしも直線とは限らない。

(3) 粉体層を予圧した場合と、しない場合との $\sigma-\tau$ 関係の相互関係が明らかとなった。

以上の結果について報告した。

(昭和45年11月5日 第7回粉体に関する討論会にて講演)

(当研究は財団法人武田科学振興財団の援助により行なったものである。記して謝意を表わしたい。)

参 考 文 献

- 1) Jenike, A. W., P. J. Elsey, and R. H. Woolley, Proc. Am. Test. Mat., **60**, 1168 (1960).
- 2) Ashton, M. D., D. C. H. Cheng, R., Farley, and F. H. H. Valentin, Rheologica Acta, **4**, 206 (1965).
- 3) 青木隆一, 堀江宥治, 化学工学協会第30年会講演要旨集, p. 243 (1965).
- 4) 大坪 建, 粉体工学, **1**, 92 (1964).
- 5) 青木隆一, 山藤和男, 粉体工学研究会誌, 臨時号(1966).
- 6) 梅屋 薫, 北森信之, 荒木征雄, 美間博之, 材料, **13**, 73 (1964).
- 7) 梅屋 薫, 北森信之, 原 隆一, 吉田達郎, 材料, **18**, 489 (1969).
- 8) 赤井浩一, 柴田 徹, 桜井春輔, 材料, **17**, 646 (1968).
- 9) Williams, J. C., and A. H. Birks, Powder Tech., **1**, 199 (1967).