重畳波による疲労*

田 中 道 七** 出 納 真 平***

Fatigue under Superposed Stress Patterns

by

Tsuneshichi TANAKA

(Faculty of Science and Engineering Ritsumeikan University, Kyoto)

and Shinpei DENOH

(Structural Engineering Laboratory, Kobe Steel, Ltd., Amagasaki)

1 ま え が き

最近、実働荷重による材料の疲労に関する問題が各方面で積極的にとりあげられ、研究が進められているが、一口に実働荷重といっても、機械、構造物の種類や使用状態により、発生する荷重にはそれぞれある種のパターンがある。ここでとりあげる重畳波とは、各種機械、構造物について、その作動条件によりおのずから規定される基本的な繰返し荷重の上に、振動その他の原因によるより高い周波数の繰返し荷重が重畳した場合の荷重波形を意味しており、実働荷重を測定した場合にかなりひんばんに現われる代表的なパターンの一つである。

したがって、このような重畳波のもとでの疲労強度を明らかにしておくことは実働荷重下の疲労強度を推定する上できわめて重要であり、以前から研究が行なわれている。とくに、最近では実働荷重のひん度解析における無効振幅とその除去の問題とも関連してかなり系統的な研究が行なわれつつある。本稿はこれまでに報告されている実験結果に基づいて、重畳波のもとでの疲労強度の一般的な傾向を可能な簡図でまとめたものである。

2 重 畳 波 形

図1～3は典型的な重畳波の実例として、タンカー推進軸の曲げ応力²⁾、トラック後部車軸ばね支持部の応力³⁾、40 ton インゴットクレーンの下げたに生ずる応力の測定記録を示したものである⁴⁾。図1の場合の基本波は推力の作用線が軸心と一致しないことによる回転曲げ応力で、その繰返し速度は軸回転速度に等しい。ま

図1 タンカー推進軸のプロペラ取付部に生ずる曲げ応力

図2 トラック後部車軸ばね支持部の応力

図3 40 ton インゴットクレーンの下げた作用する応力

た、第5次および7次高調波は各羽根の振動からくる軸の曲げ振動に起因している。図2の例では、ばねで支えられた車体のいわゆるばね上振動に高周波の車軸の振動、すなわち、ばね下振動が重畳しており、さらに、カーブ走行中はその期間を1周期とするより低周

* 原稿受理 昭和45年5月21日

** 正 会 員 立命館大学理工学部 京都市北区等持院北町

*** (株)神戸製鋼所構造研究所 尼崎市道意町

図4 重畳波形

波の波が現われ、その上に直線路のときと同じ波形が重畳している。次に、図3の場合、実線で示す基本荷重はクレーンの負荷の変動によるもので、その上にはほぼ一定周波数の振動荷重が重畳しており、とくに区間Aにおいてはさらに中間周波数の波が重畳しているのが認められる。

以上の実測例に対して図4は実験室での疲労試験で採用される基本的な重畳波形を示したもので、実際の重畳波形をモデル化したものと考えられる。ここで(a)および(b)図の波形は基本波および高調波がともに正弦波の場合であり、(a)図の波形は

$$\sigma = \sigma_1 \cos 2\pi f_1 t + \sigma_2 \cos 2\pi f_2 t, \quad (f_1 < f_2) \quad (1)$$

で与えられ、振幅 σ_1 の振動応力に振幅 σ_2 の振動応力を重畳させて得られる。これに対して(b)図の波形は

$$\sigma = (\sigma_1 + \sigma_2 \cos 2\pi f_2 t) \cos 2\pi f_1 t, \quad (f_1 < f_2) \quad (2)$$

で与えられ、振幅 σ_1 の回軸曲げ応力に振幅 σ_2 の平面曲げ応力を重畳させて得られる。また、(c)図は振幅 σ_1 の矩形波に振幅 σ_2 の正弦波を重畳させた場合である。以下、これらを重畳波形 (I), (II) および (III) で表わし、 σ_1 を1次応力、 σ_2 を2次応力と呼ぶ。 f_1, f_2 はそれぞれの周波数、すなわち繰返し速度である。(1) および(2)式では二つの波の間の位相差を考慮していな

いが、破断までの1次応力繰返し数が大きく、ほぼ通常の疲労寿命の範囲にあるときは位相差を考慮する必要はない⁵⁾。

重畳波形 (I), (II), (III) のいずれに対しても実際に疲労試験が行なわれており、とくに重畳波形 (II) 以外では応力の種類に制限はないが、装置の点から重畳波形 (I), (III) とともに平面曲げによるものがほとんどである。また、波形 (I), (III) に対しては基準レベルを0以外にとることも可能であり、また、(III) については1次応力 σ_1 の変化に応じて2次応力 σ_2 をかえることも考えられ、実際に実験結果も報告されているが、ここでは割愛する。すると1次応力 σ_1 と2次応力 σ_2 および速度比 f_2/f_1 がきまれば3種の波形がきまることになる。

ここで重畳波形 (I), (II) を比較すると、2次応力が非常に小さいときは両波形は類似のものとなり、 $\sigma_2=0$ では両者とも1次応力のみの正弦波になる。しかし、逆に1次応力が2次応力に比べて小さくなると大きな差が生じ、 $\sigma_1=0$ のとき、波形 (I) では σ_2 のみの正弦波になるのに対して、波形 (II) では“うなり”波形になる。したがって、疲労強度との関連におい

ても $\sigma_1 > \sigma_2$ のある範囲内では波形 (I) と (II) は同じように取り扱い得るが、 $\sigma_1 < \sigma_2$ ではまったく異なった傾向が生じることがある。

以下、重畳波形 (III) については補足程度にとどめ、主として、重畳波形 (I), (II) のもとでの疲労強度を扱うことにする。

3 重畳波のもとでの疲労強度の一般的傾向

重畳波のもとでの疲労寿命や耐久限度について論ずる前に、図4のような重畳波に対する疲労強度の一般的傾向を簡単にまとめておく。

一般に、応力が変動する場合の疲労試験結果の表示は、応力の大きさを規定するパラメータが多いことから多種多様になり、比較検討の際に困難を感ずることが多い。図4の重畳波の場合、応力の大きさを定めるには2つのパラメータでたりるが、そのとり方にはやはりいくとおりかの種類がある。ところで、最初に述べたように、重畳波による疲労の研究は無効振幅除去の問題へのアプローチを含んでおり、これは実働荷重のひん度解析において応力変動の1つの最大ピーク値をおさえたとき、それ以下のピーク、または変化幅をどの程度まで疲労寿命に関与しないとして除去し得るかの問題である。このことを考慮するとき、応力のパ

ラメータの1つに最大応力 $\sigma_{\max}$ をとり、単一正弦波と重畳波による寿命を比較した方が有利である。一方、寿命のとり方にも1次応力の繰返し数 N_1 をとるか、2次応力繰返し数 N_2 をとるかの2とおりがあるが、 $\sigma_1 > \sigma_2$ なるときは上の無効振幅を論ずる立場からは基本波である1次応力繰返し数 N_1 をとって単一正弦波の寿命と比較した方がよい。これに対して $\sigma_1 < \sigma_2$ の場合には N_2 をとって比較することも当然考えられる。⁷⁾⁵⁾⁸⁾

図5～7は重畳波形(I)および(II)に対する低炭素鋼の疲労強度を縦軸に $\sigma_{\max}$ 、横軸に N_1 をとって示したもので、図中の右側の破線はいずれも単一正弦波による $S-N$ 曲線である。このように表示するとき、重畳波による実験結果がこの $S-N$ 曲線と一致す

図5 $\sigma_{\max}-N_1$ 線図 (重畳波形 (I))
0.15% C 鋼 (S15 CK): 圧延のまま、環状V形切欠き ($\alpha_K=3.0$)

図6 $\sigma_{\max}-N_1$ 線図 (重畳波形 (II))
0.11% C 鋼: 圧延のまま、環状U形切欠き ($\alpha_K=1.7$)

図7 $\sigma_{\max}-N_1$ 線図 (重畳波形 (II))
0.44% C 鋼: 800°C, 1hr, 焼なまし、環状U形切欠き ($\alpha_K=1.7$)

れば、重畳波に対する寿命は同じ最大応力 $\sigma_{\max}$ をもつ単一正弦波のもとでの寿命に等しくなり、この意味で重畳した2次応力 σ_2 は寿命に影響を及ぼさず、 σ_2 の繰返しは無視し得ることになる。図に見るように、 σ_1 に比べて σ_2 が小さいときは上の意味で σ_2 は寿命に影響せず、むしろ、寿命の増加をもたらす場合さえある。 σ_2 が相対的に増加するにつれて寿命は当然減少するが、とくに $\sigma_1 < \sigma_2$ においては重畳波形(I)と(II)に対する強度は異なった傾向を示し、これは記述のように $\sigma_1=0$ の極限における応力状態がそれぞれの場合で異なることに基づいている。

すなわち、図5の重畳波形の場合には、 $\sigma_2/\sigma_{\max}=1$ ($\sigma_1=0$) の極限では速度 f_2 の単一正弦波に帰着し、それに伴って寿命 N_1 はもとの $S-N$ 曲線の寿命 N を速度比 f_2/f_1 で割った値に等しくなる。図5の左側の破線がこの場合を表わし、これが重畳波による寿命 N_1 の減少の下限を与えている。

これに対して重畳波形(II)においては $\sigma_2/\sigma_{\max} \rightarrow 1$ の極限では既述のようにうなり波形となり、このうなり波形に対する寿命が得られれば、これが重畳波による寿命 N_1 の下限をなすと考えられる。しかし、問題は $\sigma_2/\sigma_{\max}=1$ における寿命を見いだすことが容易でないことで、この点で上の重畳波形(I)の場合とは本質的に異なった問題を提示する。

このことを図6、7について見ると、図6の場合は細い破線がほぼ重畳波による寿命 N_1 の下限をなしており、この破線は $\sigma_1=0$ すなわち、 $\sigma_2/\sigma_{\max}=1$ の場合のうなり波形に対する寿命を直線被害則により推定したものである。⁵⁾ これに対して、図7の場合、 σ_1 が相対的に減少した場合の寿命の減少は著しく、 $\sigma_1 < 10$ kg/mm² では、細い破線で示す推定値のみならず、もとの $S-N$ 線図の寿命を f_2/f_1 で割った場合をも下回り、事実上、その下限は見いだされていない。一方でまた耐久限度も明らかに低下している。重畳波形(II)に対するこうした傾向の相違は材料、熱処理等と同時に、速度比や試験片形状にも影響されるものと考えられる。

なお、重畳波形(III)に対しては重畳波形(I)とほぼ同様な傾向をもつと考えてよいようで、ただ、 $\sigma_2=0$ のときの波形が矩形波となることから基本の $S-N$ 曲線は矩形波に対するものとなる。一方、重畳波に対する寿命 N_1 の下限は正弦波に対する $S-N$ 曲線から重畳波形(I)の場合と同様にして定められる。

4 重畳波のもとでの寿命と無効振幅の範囲

前節で見たように、重畳波のもとでの寿命 N_1 は $\sigma_2/\sigma_{\max}$ が増すにつれて、同じ最大応力をもつ単一正弦波の寿命 N に比べて減少するから、応力比 $\sigma_2/\sigma_{\max}$ と寿命比 N_1/N の関係を求めれば寿命の減少におよ

ばす2次応力 σ_2 の影響が知れる．ところで、このことをたとえば重畳波形（Ⅰ）に対して調べる場合、 N_1/N の下限は f_2/f_1 で与えられるから速度比 f_2/f_1 によって $\sigma_2/\sigma_{\max}$ と N_1/N の関係は当然異なってくる．

図8はこのことを考慮して寿命比として $(N_1/N)^k$ ($k=1/\log(f_2/f_1)$) を縦軸にとり、横軸に $\sigma_2/\sigma_{\max}$ をとって3種の材料に対する重畳波形（Ⅰ）のもとでの寿命に関する実験結果を図示したものである． $(N_1/N)^k$ をとったのは、その変化の下限が f_2/f_1 の値に関せず0.1となるためである．また、図9、10は重畳波形（Ⅱ）および（Ⅲ）に対する実験結果を同様な図に表したものである．

まず、図8について見ると、寿命比と応力比の関係は材料によって異なり、S15CK材では1より大なる寿命比を与える応力比の範囲はかなり広いが、S20C材ではこのような強化範囲はほとんど存在しない．また、材料によっては、 $\sigma_{\max}$ が低いほど低い応力比で寿命比の減少が始まる傾向を示すこともあるが、このことは全ての場合にあてはまるとは限らないようである．図中の破線と実線は速度比 f_2/f_1 が約5の場合の実験点の存在するおおよその範囲、および、速度比が約10以上の場合の同様な範囲を示したもので、寿命比として $(N_1/N)^k$ をとっても、なおかつ、速度比が大きいときは同一の $\sigma_2/\sigma_{\max}$ に対して寿命比の減少が著しいことがわかる．この破線と実線より、寿命比の低

Cr-Mo 鋼 (SCM4)・850℃焼入れ、570℃焼もどし、環状V形切欠き ($\alpha_K=3.0$)
0.15% C 鋼 (S15CK)・圧延のまま、環状V形切欠き ($\alpha_K=3.0$)
0.22% C 鋼 (S20C)・875℃、1hr., 真空焼なまし、平滑
図8 重畳波による寿命の減少 (重畳波形 (Ⅰ))

0.11% C 鋼：圧延のまま、環状U形切欠き ($\alpha_K=1.7$)
0.44% C 鋼：800℃、1hr., 焼なまし、環状U形切欠き ($\alpha_K=1.7$)

図9 重畳波による寿命の減少 (重畳波形 (Ⅱ))

0.10% C 鋼：供給のまま、環状半円切欠き ($\alpha_K=1.7$)

図10 重畳波による寿命の減少 (重畳波形 (Ⅲ))

下をきたさない2次応力 σ_2 の上限は、5前後の速度比に対して最小約 $0.1\sigma_{\max}$ 、最大約 $0.5\sigma_{\max}$ となり、この値以下の σ_2 は無効振幅として無視してよいことになる．これに対して速度比が約10以上になると、無視し得る σ_2 の上限は最小0、最大約 $0.35\sigma_{\max}$ となる．一方、寿命比と応力比の関係を最も簡単に推定しようとするときは、細線で示す直線を採用すれば、ほとんどの場合に対しておおむね安全側にある．

図9の重畳波形（Ⅱ）の場合も、材料によって応力比が寿命比におよぼす影響は異なるが、材料による相違は先の重畳波形（Ⅰ）に比べてさらに著しい．図の

図11 重畳波による寿命の低下におよぼす試験片形状の影響（重畳波形（Ⅱ））

各点は先の図6，7からとったもので，既述のように，とくに0.44% C鋼の場合は寿命比の下限は見いだされていない．そして，現状ではこのような傾向の相違が材料のどのような性質に起因するかは明らかでない．しかし，同一材料に対する結果は種々の最大応力と約10以上の速度比に対して図の各実線の範囲内に統制できる．これより，寿命比の低下をもたらしなす2次応力 σ_2 の上限は両材料に共通に最小約 $0.1\sigma_{\max}$ である．

図10の重畳波形（Ⅲ）の場合は図8の重畳波形（Ⅰ）の場合とほぼ同様な傾向を示し，ただ，正弦波と矩形波による寿命が必ずしも等しくないために， $\sigma_2/\sigma_{\max}=1$ における $(N_1/N)^k$ の値が0.1と多少異なる値をとる．この場合も3種の f_2/f_1 に対する結果はほぼ図の曲線の範囲内に統制でき，寿命比の低下をもたらしなす σ_2 の上限は最小約 $0.1\sigma_{\max}$ である．また，寿命比の簡単な推定には図の直線を採用することができる．

以上の結果を無効振幅除去の立場から見ると，3種の重畳波形を通じて $\sigma_2 < 0.1\sigma_{\max}$ の範囲の2次応力はほとんどの場合，除去してさしつかえないようである．ただ，速度比が100を越すような場合はこの範囲の2次応力でも多少寿命の低下をきたす場合がある．さらに，疲労寿命のばらつきを考慮して N_1/N がたとえば50%になるときの σ_2 をもって無効振幅の上限とするときは，上の σ_2 の範囲はさらに拡大され，その値は速度比による k を考慮して図から読みとればよい．

図11は重畳波形（Ⅱ）の場合について，とくに寿命比の低下におよぼす切欠きの影響を調べたものである¹³⁾．

寿命比 N_1/N が低下し始める応力比 $\sigma_2/\sigma_{\max}$ は平滑の場合に最も低い値をとるが，上述のように， $N_1/N=50\%$ を基準にとると，切欠きが鋭くなるにつれて除去し得る2次応力の範囲はせまくなる傾向にある．

5 重畳波のもとでの耐久限度

最大応力 $\sigma_{\max}$ を基準にした場合，重畳波のもとでの耐久限度が単一正弦波のもとでの耐久限度に比べて低下するかどうか，また，低下するときは，低下の度合はどの程度であるかについてはいまだ十分に明らかにされていない．その1つの原因は通常の疲労試験で採用し得る繰返し速度には限度があり，2次繰返し速度 f_2 が制限されるために，与えられた速度比 f_2/f_1 のもとで1次応力繰返し数 N_1 が 10^7 に達するまで実験を行なうには長時間を要し，困難を伴うからである．しかし，場合によっては， N_1 が 10^7 に達しなくとも，応力-繰返し数線図の傾向からおよその判定をなし得ることがある．

図12は重畳波形（Ⅰ）のもとでの強度を単一正弦波

図12 $\sigma_{\max}-N_2$ 線図（重畳波形（Ⅰ））

の強度と比較したもので、横軸は2次応力繰返し数 N_2 である。この場合、1次応力繰返し数 N_1 は 10^7 に達していないが、図の曲線の傾向より $\sigma_{\max}$ で比較して重畳波のもとでの耐久限度は単一正弦波の場合に比べて低下せず、むしろ上回る傾向にあることが察せられる。

次に図13は重畳波形(Ⅱ)に対する実験結果を示したもので、縦軸の σ_{ew} と σ_w はそれぞれ重畳波および単一正弦波のもとでの耐久限度を最大応力 $\sigma_{\max}$ で表わしたものである。また、耐久限度判定の繰返し数として $N_1=3 \times 10^6$ の場合があるが、応力-繰返し数線図の傾向よりこの繰返し数でほぼ耐久限度の応力に達していると判定してさしつかえない。図よりアルミニウム合金に対しては耐久限度が低下せず、むしろ上昇しているが、この材料に対しては時間強度の範囲の寿命比に対しても大きな減少は見られず、図9の0.11% C鋼と同様の傾向を示している。一方、0.44% C鋼の場合は一般に耐久限度は低下する傾向にあり、低下の度合は切欠き材よりも平滑材の方が著しく、また、速度比 f_2/f_1 が大きいほど低下が著しくなる傾向にある。

図13 重畳波のもとでの耐久限度(重畳波形(Ⅱ))

6 む す び

材料に重畳波が作用する場合の疲労強度の一般的傾向と、単一正弦波と比較した場合の寿命比および耐久限度について述べたが、とくに重畳する2次応力成分が比較的小さいときの寿命比の問題と無効振幅域のと

り方についてはかなり明らかになりつつある。しかし、応力比 $\sigma_2/\sigma_{\max}$ が大きいときの重畳波形(Ⅱ)に対する寿命比の下限についてはさらに研究を必要とし、また、重畳波のもとでの耐久限度についても、現状ではその一端が明らかにされつつあるにすぎない。とくに、後者の問題は、通常の耐久限度以下の応力のもとでの被害の進行とも関連して、重畳波形のみならず、一般の変動応力下の耐久限度の問題としてさらに検討を要する課題である。

なお、本稿では今までに報告された実験結果をもとにして、その傾向をは握することを主眼としたが、もちろん、重畳波のもとでの強度を理論的に推定する試みもなされていることを最後に付言しておく。

参 考 文 献

- 1) たとえば、河本 実, 近藤 昭, 浜田博久, 日本機械学会論文集, **17**, 61, 143 (1951).
- 2) Panagopoulos, E. P., and A. M. Nickesson, JR., Trans. Soc. Naval Architects and Marine Engineers, **62**, 199 (1954).
- 3) Sueuson, O., ATZ, **65**, 11, 334 (1963).
- 4) Gassner, E., und O. Suenson, Stahl und Eisen, **82**, 5, 276 (1962).
- 5) 田中道七, 日本機械学会論文集, **33**, 249, 679 (1967~1970).
- 6) 山田敏郎, 北川 茂, 小長哲郎 材料, **13**, 270 (1964).
- 7) 葭原和典, 神保昇二, 伊藤悟郎, 自動車技術協会学術講演会前刷集, p. 29 (1967).
- 8) 田中道七, 出納真平, 日本機械学会論文集, **35**, 272, 687 (1969).
- 9) 高橋 達, 大西正男, 今野勝洋, トヨタ技術, **17**, 3, 223 (1967).
- 10) 小谷純久, 鯉淵興二, 日本機械学会講演論文集, No. 203, 224 (1967).
- 11) 田中道七, 出納真平, 日本材料学会学術講演会前刷, p. 9 (1969).
- 12) 山田敏郎, 北川 茂, 日本機械学会講演論文集, No. 177, 73 (1967).
- 13) 田中道七, 出納真平, 日本機械学会講演論文集, No. 203, 289 (1969).
- 14) 山田敏郎, 北川 茂, 日本機械学会論文集, **32**, 239, 1021 (1966).
- 15) 田中道七, 出納真平, 材料, **17**, 188 (1968).