岩石の疲労寿命に及ぼす平均応力および応力振幅の影響*

西 松 裕 一** R. Heroesewojo***

The Effects of the Mean Stress and of the Stress Amplitude on the Rate Constants of Fatigue Failure of the Rock

by

Yuichi NISHIMATSU and R. HEROESEWOJO
(Faculty of Engineering, University of Tokyo, Tokyo)

In this paper the authors report the results of the test of andesite respecting its fatigue failure under pulsating compressive stress. The discussion has been made on cases where fatigue lives have been observed as of wide fluctuation, on the assumption that fatigue failure takes place in stochastic process.

Using a graphical method in which the logarithms of probability of survival are plotted against fatigue lives, the authors show that the probability of survival is given by

$$p = \xi_1 \exp(-\lambda_1 N) + \xi_2 \exp(-\lambda_2 N)$$

where p : the probability of survival,

ξ_i : the probability that failure of the test piece occurs by the fracture process with the rate constant λ_i , and $\xi_1 + \xi_2 = 1$,

N : the number of loading cycles.

This result means that fatigue failure in the rock takes place in either of the two disjunctive Poisson's processes of the first order. Of these two processes the one with the smaller rate constant would correspond to the intergranular fracture of the rock structure, while the other with the greater rate constant would correspond to the intergranular fracture of the rock structure.

Based on these test results, the rate constants λ_i are evaluated for various mean stresses and stress amplitudes. The effects of the mean stress and stress amplitude on the rate constants are discussed, and expressed as

$$\lambda_i = A_i \cdot \sigma_m^{m_i} \cdot \sigma_a^{n_i}$$

where σ_m : the mean stress,

σ_a : the stress amplitude.

Using the method of least squares, the unknown parameters in this equation are evaluated.

(Received Oct. 3, 1970)

1 緒 言

金属材料の疲労破壊に関しては、近年ますます多くの研究が発表されつつあるが、岩石の疲労破壊については、その研究がようやく緒についたばかりで、なお未知の分野がきわめて多い。

筆者らは、従来から岩石の破壊機構に関する研究の一環として、岩石の疲労破壊に興味を持ち、まず片振り繰返し圧縮荷重による疲労寿命の分布特性を明らかにした¹⁾。また疲労破壊を一種の速度過程として捕えるとき、その速度定数に及ぼす最大応力や応力繰返し速度の影響についても、二、三の考察を行なった²⁾。その

結果、金属材料の疲労破壊ですでに知られているように³⁾、疲労破壊には荷重を繰返し加えるという操作が重要であることを示唆した。

このように考えてくると、速度定数に及ぼす応力水準の影響を考える際にも、単なる最大応力ではなく、平均応力と応力振幅とを区別して考えるべきであることがわかる。

本報では、このような観点から、繰返し圧縮荷重による岩石の疲労破壊について考察する。

2 実験方法および装置

実験装置としては、従来と同じく東京衡機製 Losenhäusen 形片振圧縮疲労試験機を用いた。この試験機の最大荷重は 5 t、無負荷最大振幅は 16 mm である。

* 原稿受理 昭和45年10月3日

** 正 会 員 東京大学工学部 東京都文京区本郷

*** 東京大学工学部 東京都文京区本郷

試料岩石としては三城目安山岩^{*1}を用い、試験片の製作は日本鉱業会岩石強度測定法実施基準案に準拠した。すなわち、前記の試料岩石のブロックより採取したボーリングコアをダイヤモンドカッターで切断した後、研磨盤で端面を仕上げた。また試験片の柱面は $\phi 120$ のグラインダで研磨整形して、直径の誤差を $\pm 0.2\text{ mm}$ 以下に押さえた。試験片の基準寸法は $25.3\text{ mm} \times 50\text{ mm}$ の円柱形である。

試験に際しては、曲率半径 15 mm の球面座を用い、また試験機の載荷板と試験片の両端面の間には、2号定性戸紙を挿入した。試験片をセットした後、上限荷重と下限荷重とを適宜に調整して

$$\sigma = \sigma_m + \sigma_a \sin(\omega \cdot t + \delta) \quad (1)$$

で表わされる正弦波圧縮荷重を加えた。ただし、試験機の構造上、 $\sigma_m \geq \sigma_a$ であり、荷重繰返し速度は、 300 r. p. m. すなわち角速度 ω は $10\pi\text{ rad/sec}$ である。同一条件で試験する試験片の数は、原則として15個ないしそれ以上とした。

なお、以後は平均応力 σ_m および応力振幅 σ_a をすべて、前述の岩石強度測定法実施基準案（以下実施基準案という）に準拠して測定した一軸圧縮強度（以下静的強度という）の百分率で表わす。一軸圧縮強度の測定結果は Table I に示すとおりである。

Table I The uniaxial compressive strength before applying the pulsating load and after applying 10^6 cycles of pulsating load.

Virgin specimens		Survived specimens				
No. of specimen	S_c (kg/cm ²)	No. of speci- men	No of repetition of loading	σ_m	σ_a	S_c (kg/cm ²)
				% S_c		
236	913	313	1,414,290	60	20	816
258	900	359	1,439,720	"	"	874
266	870	348	1,453,690	"	"	907
271	885	321	1,449,140	"	"	841
284	860	338	1,465,510	"	"	852
286	840	346	1,475,310	"	"	825
288	888	322	1,810,300	"	"	860
292	880	405	1,019,390	37.5	30	915
299	885	470	1,270,900	35	30	923
301	885	525	1,271,500	"	"	902
Size of sample	10	10				
Mean	880.6	871.5				
Unbiased variance	414	745				

3 岩石の疲労寿命の分布特性

一例として、以上のべたような実験装置と方法とによって、同一条件で測定した17個の試験片の疲労寿命の測定結果を Table II に示す。ここで特に目だつの

Table II. The observed fatigue lives of Sanjome andesite under the pulsating compressive stress with mean stress of $37.5\% S_c$ and stress amplitude of $30\% S_c$.

No. of specimen	Fatigue life N	Frequency of survival $p(N)$	ϕ_1	Difference $D = p(N) - \phi_1$
442	5 470	0.945	0.594	0.351
435	10 430	0.89	0.586	0.304
382	15 560	0.835	0.579	0.256
483	25 050	0.78	0.568	0.212
448	34 860	0.72	0.556	0.164
386	48 440	0.665	0.531	0.134
498	48 570	0.61	0.531	0.079
379	49 610	0.555	0.530	0.025
457	99 230	0.500	0.486	0.014
445	156 740	0.445	0.426	
434	187 210	0.39	0.404	
436	278 000	0.335	0.330	
458	375 790	0.28	0.269	
388	473 630	0.225	0.218	
441	499 610	0.17	0.208	
466	809 020	0.11	0.106	
405	>1 019 390	0.055	0.061	

は疲労寿命の著しいばらつきである。このような疲労寿命の分布特性は、疲労破壊を一種の確率過程と考えることによって説明できる。

実験結果の解析に際しては、まず疲労寿命の短かい方から数えて ν 番目の値 N_ν を越えても試験片が破壊しない確率（生存確率）の期待値 $\bar{p}_\nu$ を

$$\bar{p}_\nu = 1 - \frac{\nu}{n+1} \quad (2)$$

で計算する。ただし、 n は測定値の総数である。

Table II に示すように疲労寿命の実現値 N_ν についておのおの生存確率の期待値 $\bar{p}_\nu$ を(2)式によって計算して、Fig. 1 に示すような片対数グラフにプロットする。これを疲労破壊の $p-N$ 線図と呼ぼう。このように下に凸な $p-N$ 線図には

$$p = \sum_{i=1}^m \xi_i \exp(-\lambda_i \cdot N) \quad (3)$$

が当てはまる。ただし $\sum_{i=1}^m \xi_i = 1$ である。Fig. 1 にプロットしたような実験結果に(3)式を当てはめるには、今泉・井上が浮遊選鉱の速度曲線を解析するために用いた方法を用いる。

すなわち、まず荷重繰返し数が充分大きい範囲、

Fig. 1. $p-N$ diagram of the fatigue failure of Sanjome andesite under the pulsating compressive stress.

*1 福島県白河郡矢吹町に産する多孔質の灰白色安山岩である。ガラス質の石基中に $2.0 \sim 0.5\text{ mm}$ の紫蘇輝石、普通輝石、斜長石および磁鉄鉱の斑晶を含む。

Fig. 2. The graphical method of successive approximation to evaluate the rate constants of fatigue failure.

Fig. 1 でいえば、荷重繰返し数 5×10^4 以上の範囲で実験点を結ぶ直線を引く (Fig. 2(a) 参照)。この直線の方程式

$$\phi_1 = \xi_1 \cdot \exp(-\lambda_1 \cdot N) \quad (4)$$

を求めて、疲労寿命の各実現値について、 ϕ_1 の値を計算する (Table II 第 4 欄参照)。このようにして算出した ϕ_1 の値を各実験点の生存確率 p の値から差し引いたものを、新しく片対数グラフにプロットする (Fig. 2(b) 参照)。これに再び漸近直線を引き、その方程式

$$\phi_2 = \xi_2 \cdot \exp(-\lambda_2 \cdot N) \quad (5)$$

を求める。

Fig. 2 よりわかるように、この場合は 2 回の逐近似で、ほぼあてはめを完了し、結局、生存確率の式として、

$$p = \phi_1 + \phi_2 = \xi_1 \exp(-\lambda_1 \cdot N) + \xi_2 \exp(-\lambda_2 \cdot N) \quad (6)$$

が得られる。Fig. 1 に記入された曲線はこのようにして得られたものである。

4 岩石の圧縮疲労破壊の機構

片振り繰返し圧縮荷重による安山岩の疲労破壊寿命の分布について、(6)式が成立することは、この岩石の疲労破壊の機構に、それぞれ ϕ_1 および ϕ_2 で表わされる 2 種類の相互に排反的な一次 Poisson 過程があることを意味する。すなわちこの場合には、金属材料の引張疲労破壊の場合に見られるように、いくつかの変化が連鎖的に起こって、ついに巨視的な破壊に至るものではなく、たとえその前後にいくつかの過程があったとしても、ある特定の過程が起こるか否かによって、巨視的破壊が起こるか否かが決定されること、す

なわち顕著な律速過程が並列に 2 種類存在すると考えられる。

このような 2 種類の一次 Poisson 過程が、複雑な疲労破壊現象のどのような破壊過程に対応するものであるかについては、なお明確でない点が多いが、疲労破壊後の試験片の顕微鏡観察などによって、次のように考えられる¹⁾。

すなわち、2 種類の一次 Poisson 過程のうち、速度定数の小さい方の破壊機構 ϕ_1 は、岩石の組成鉱物粒子の粒内破壊に、速度定数の大きい方の破壊機構 ϕ_2 は組成鉱物粒子の粒間破壊に対応する。したがって係数 ξ_1 は、粒内破壊によって、また、係数 ξ_2 は粒間破壊によって、巨視的破壊が起こる確率をそれぞれ表わす。

このような岩石の疲労破壊の機構に関する仮説について、なお二、三の検討を行なってみよう。

まず、疲労寿命が大きい試験片は、もともと大きな静的強度を持っていたにすぎないのではないかという疑いがある。そこで荷重繰返し数 100 万回を越えても破壊しなかった試験片について、改めて静的荷重を加えて、その静的強度を測定した。その結果は Table I に示したとおりで、Welch の方法を用いて静的強度の基準値との間の平均値の差を検定しても、危険率 5 % で有意差が認められない。このことは「疲労寿命が大きい試験片は静的強度が大きい試験片である」という疑いに対する反証であると考えることができる。

次に、岩石の疲労破壊機構が連鎖的、段階的で徐々に巨視的破壊に至ると考えられないであろうか、という疑いがある。もし、そのような連鎖的な破壊機構が存在し、破壊き裂が荷重繰返し数の増大とともに拡大すれば、試験片の静的強度もまた荷重繰返し数とともに低下するであろう。すなわち、たとえば 100 万回の繰返し荷重を加えた後に測定された静的強度は、処女状態での静的強度よりも小さいであろう。しかるに実際には、Table I に示すように、この両者には有意差がない。したがって第 2 の疑いもほぼ否定される。なお、このような連鎖的な破壊機構で巨視的破壊に至る場合は、特に顕著な律速段階がなければ、 $p-N$ 曲線が上に凸な曲線になるはずである¹⁾。

5 疲労破壊の速度定数におよぼす平均応力および応力振幅の影響

種々の平均応力について、種々の応力振幅で繰返し圧縮荷重を加えて、疲労寿命を測定した結果はすべて、§ 3 でのべたように (6) 式で表わすことができる。各条件について得られた 15 個ないしそれ以上の疲労寿命の測定値について、§ 3 で簡単に説明したような逐次近似法で分配係数 ξ_i と速度定数 λ_i とを求めると、Table III にまとめて示したような結果が得られる。

*2 安山岩以外にも花崗岩や砂質凝灰岩についても (6) 式が成立する¹⁾。

Table III. The effects of mean stress and stress amplitude on the rate constants of fatigue failure

σ_a	i	20% S_c		25% S_c		30% S_c	
		ξ	$\lambda \times 10^{-4}$	ξ	$\lambda \times 10^{-4}$	ξ	$\lambda \times 10^{-4}$
60% S_c	1	0.80	0.00491	0.48	0.0794	0.64	1.52
	2	0.20	0.625	0.52	4.750	0.36	112.3
55% S_c	1			0.60	0.0858	0.44	3.62
	2			0.40	4.825	0.56	21.1
50% S_c	1			0.63	0.0130	0.63	0.1583
	2			0.37	0.957	0.37	3.396
45% S_c	1					0.40	0.0581
	2					0.60	1.320
40% S_c	1					0.43	0.0217
	2					0.57	0.610
37.5% S_c	1					0.60	0.0213
	2					0.40	0.332

これから、速度定数に及ぼす影響は平均応力よりも応力振幅の方が著しいことがわかる。

平均応力および応力振幅と疲労破壊の速度定数との間にどのような関数関係が存在するかは、疲労破壊の機構とも関連して、なお詳細な検討が必要であると思われるが、本報ではこの問題にはこれ以上立ち入らないであろう。

先に同じ三城目安山岩について、下限応力を0として片振圧縮繰返し荷重を加えたとき、最大応力 σ_{max} と速度定数との関係式として

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 &= 0.036 \left(\frac{\sigma_{max}}{S_c} \right)^{23.3} \\ \lambda_2 &= 0.61 \left(\frac{\sigma_{max}}{S_c} \right)^{23.9} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

が成立することを報告した²⁾。そこで本報でも、速度定数と平均応力および応力振幅との間の関係式として

$$\lambda_i = A_i \cdot \sigma_m^{m_i} \cdot \sigma_a^{n_i} \quad (8)$$

を採用して、これを Table III に示した実験結果にあてはめて、未定係数 A_i , m_i , n_i を求めることにする。

Deming の方法によるあてはめ計算の結果は

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 &= 8.13 \times 10^5 \cdot \left(\frac{\sigma_m}{S_c} \right)^{9.78} \cdot \left(\frac{\sigma_a}{S_c} \right)^{14.5} \\ \lambda_2 &= 1.62 \times 10^8 \cdot \left(\frac{\sigma_m}{S_c} \right)^{13.2} \cdot \left(\frac{\sigma_a}{S_c} \right)^{14.0} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

であり、Fig. 3 および Fig. 4 に示すように実験結果とよく一致している。

次に、下限荷重を0とする片振繰返し圧縮荷重では $\sigma_a = \sigma_m$, $\sigma_{max} = 2\sigma_a$ であることを考慮して、(9)式を(7)式の形に変形すると、下限荷重が0の場合の片振繰返し圧縮荷重の場合の式として

 Fig. 3. The effects of mean stress and stress amplitude on the rate constant λ_1 of fatigue failure.

 Fig. 4. The effects of mean stress and stress amplitude on the rate constant λ_2 of fatigue failure.

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 &= 0.036 \left(\frac{\sigma_{max}}{S_c} \right)^{24.3} \\ \lambda_2 &= 1.07 \left(\frac{\sigma_{max}}{S_c} \right)^{27.2} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

が得られる。これを(7)式と比較するとよく一致している。このような一致は、速度定数と平均応力および応力振幅との間の関係式として(8)式のような形の式を採用することが妥当であることを示唆するものと言えよう。

6 結 論

三城目安山岩の片振繰返し圧縮荷重による疲労破壊について、二、三の考察を行なった。

まず疲労寿命の分布特性が、2個の指数関数の和で表わされること、100万回以上の繰返し荷重に耐えて

生存した試験片の静的強度が、別に測定した処女状態の試験片の静的強度と有意差がないことなどから、この場合の疲労破壊は、連鎖的な現象ではなく、少なくとも相互に排反的な著しい律速過程が存在し、この律速過程は一次の Poisson 過程と考え得ることを示した。

次に疲労破壊の速度定数に及ぼす平均応力と応力振幅の影響について考察し、平均応力よりも応力振幅の影響が大きいことを明らかにした。また先に報告した、速度定数と最大応力との間の関係式も、本報で求めた平均応力および応力振幅の影響を表わす式に包含されることを示した。

参 考 文 献

- 1) Nishimatsu, Y., and R. Heroesewojo, Proc 13th Japan Congress on Materials Research, p.203 (1970) Kyoto.
- 2) 鈴木 光, 西松裕一, R. ヘルセオヨ, 日本鉱業会誌, **86**, 986 (1970).
- 3) 横堀武夫, 第14回材料強度と破壊国内シンポジウム論文集, p 89 (1969).
- 4) 岩石強度測定法特別委員会, 日本鉱業会誌, **84**, 1479 (1968).
- 5) 今泉常正, 井上外志雄, 日本鉱業会誌, **82**, 17 (1966).
- 6) 横堀武夫, “材料強度学”, p.200 (1964) 岩波全書.
- 7) 吉川英夫, “統計解析手順集”, p 18 (1959) 日科技連.
- 8) Deming, W. E., (森口繁一訳), “推計学によるデータのまとめ方”, No 9 (1950) 岩波書店.