高温における多結晶金属材料の塑性法則に関する最近の研究* (静水圧応力およびひずみ履歴の影響を中心として)

大南正瑛** 元家勝彦***

Studies on Plasticity Laws of Polycrystalline Metals at Elevated Temperatures
(Specially on the Effects of Hydrostatic Stress and Strain History)

by

Masateru OHNAMI

(Faculty of Science and Engineering, Ritsumeikan University, Kyoto)

and Katsuhiko MOTOIE

(Hiroshima Denki University, Hiroshima)

1 は し が き

最近における材料強度および材料の塑性加工の分野における数値計算技術および実験技術の急速な発展とかかわって、金属材料の塑性および破壊法則に従来の塑性理論を適用するうえでの限界性を明らかにすると同時に、より適切な塑性法則および破壊法則の確立をめざすための研究の必要性が著しく高まってきたと思われる。すなわち、一つは、切欠きやき裂材などの複雑な材料形状やクラックの進展状況からくる多軸応力下の弾塑性応力解析が大変形(有限ひずみ)を含めて有限要素法などの高速電子計算の運用により飛躍的に容易になりつつあることとかかわって、より確かな塑性法則や破壊法則の定式化が強く望まれていることである。二つは、最近における各種のX線回折技術、高性能の電子顕微鏡および高静水圧力下の材料強度試験技術などの開発を通じて、材料の塑性変形と破壊について新しい実験的検証の側面が開かれ、その結果、微視的立場での塑性変形(Microplasticity)²⁾や格子欠陥を含む材料空間を対象とする塑性変形に関する一般連続体の力学(Mechanics of generalized continua)³⁾に対して従来の微小変形を対象する塑性力学の限界性が指摘されてきたことである。ここでは、議論の容易のため対象とする材料を熱的に比較的安定な多結晶の純金属および低炭素鋼に限定し、高温における塑性法則および破壊法則の定式化のうえで当面話題

の多い静水圧応力およびひずみ履歴の影響を中心として最近における研究の展望を述べてみることにする。

金属材料の塑性加工の研究とかかわって、破断条件式に静水圧応力およびひずみ履歴を主要な因子として導入することはすでに古くから試みられているが、高温クリープを含む塑性流動応力におよぼす静水圧応力の影響およびそれとひずみ履歴の影響との相互関連についての定式化の試みが行なわれたのは比較的最近のことである。とくに、高温クリープおよびその破壊におよぼす静水圧応力の影響が大きな矛盾なく定量化されたのはごく最近のことである。歴史的にみて、各種の機械構造要素(たとえば、内圧円管や回転円板など)を対象とする高温クリープの解析結果と実験結果とが必ずしも一致しない理由として、(1)ひずみ履歴の影響(ひずみ経路の影響¹⁰⁾, creep recovery, thermal recovery^{11,12)}, バウシinger効果など^{11,13)}), (2)塑性の体積不変則の適用限界^{5)~7),10)}, (3)静水圧応力成分の影響^{5)~10),14),15)}, (4)降伏条件と流れの式の適用限界などの諸因子が指摘され、各個別現象の物理研究および解析研究にかなりの成果がえられたと思われる。しかしながら、これらの効果はそれぞれ独立のものではなく、互に関連し合ったものであることを考えるとき、この関連性についての十分な知見がえられていないことは、高温における塑性変形および破壊法則の定式化を困難にしている要因の一つであると思われる。したがって、以下の論説では、静水圧応力およびひずみ履歴の影響を複合した形で現象をとらえるのではなくてできるだけこれらを分離することにつとめ、とりわけひずみ履

* 原稿受理 昭和45年11月9日

** 正会員 立命館大学理工学部 京都市北区等持院北町

*** 正会員 広島電機大学 広島県安芸郡瀬野川町

歴の影響を除去した状態での静水圧応力の影響を中心として述べ、そのうえにたって相互の関連性について述べることにする。なお、静水圧応力成分が固定および変動する場合の多軸応力状態でのひずみ履歴の影響については紙面の関係上割愛する。また、ひずみはとくにことわらないかぎり弾性ひずみ（クリープでは瞬間ひずみ）を含めた全ひずみとし、かつ対数ひずみの定義によった。さらに、応力およびひずみの解析的表示はテンソルの表示によった。

2 静水圧応力による塑性的体積変化と材料の構造変化

巨視的あるいは統計的に等質等方性の挙動をする多結晶金属材料に静水圧力あるいは静水圧力引張りのような等方応力のみが作用するとき、実際には材料内に局所的な不均一性をもつので、永久的な体積変化はごく小さいものであるにせよ、本質的には等方応力の影響が存在するものと考えられる。事実、多結晶 Cd, Zn, Bi, Sn, Zr, Mg, Cu, Fe に 26 000 bars までの静水圧力を負荷するとき Cd, Zn, Bi, Sn の結晶粒界近傍で結晶粒界移動、すべり、多重すべり、あるいは双晶などの形で局所的な塑性流動が誘起されることが観察されており¹⁶⁾、その原因として結晶軸方向による圧縮率の差違や炭化物などの第2相とマトリックス間の圧縮率の相違が挙げられている。Fig. 1⁶⁾は結晶の圧縮

Fig. 1. Permanent volume change of pure polycrystalline aluminum under hydrostatic pressure.

率の相違のない面心立方格子の純アルミニウム(99.66% Al, 360°C で1時間真空焼なまし)に対する液圧処理 (Pressure soaking と呼ぶ) による密度変化を計測した結果であり、わずかではあるが塑性的体積変化がみられ、同様のことが油焼した SCM 22¹⁷⁾についてもみられる。静水圧力によるこのような材料の収縮は、材料に熱平衡的に潜在的に存在する vacancy, void, cavity などの材料内の空げきが収縮するために生じたものと思われる。

このように結晶異方性、あるいは各種の空げきをもつ多結晶金属材料にあっては、静水圧力による材料の構造変化がなんらかの形でつねに起こるので、以下に

述べる降伏条件における静水圧応力の寄与については、まず一つには材料の構造変化を挙げる事ができよう^{4,6,9)}。二つは、塑性変形の主機構としてのすべりに垂直応力成分が関与しないという保証はないので、これを考慮する立場からも静水圧応力の寄与を論ずることができよう^{5,7)}。なお、静水圧応力場において材料内の空げきの収縮を誘起する限界圧力 p_c は、たとえば空げきを球としてエネルギーの不安定条件から Fig. 2¹⁸⁾の解析例のように示すことができ、 p_c は材料の縦弾性係数 E および表面エネルギー T に依存するが、材料間の E および T の変動を考慮してもおよそ p_c がほぼある一定値をとることは注目されてよい。したがって、このような p_c 以上の静水圧応力の負荷状態においては上述の材料の構造変化が考慮されなければならないだろう。

Fig. 2. Critical pressure at which cavity in material matrix collapses.

3 塑性流動応力におよぼす静水圧応力の影響

降伏関数 f におけるひずみ履歴の影響は後で述べるとしていまこれを除外すると、いわゆる等方性材料の降伏条件は応力 σ_{ij} の三つの不変量を用いて

$$f(J_1, J_2, J_3) = F = \text{一定} \quad (1)$$

で与えられる。ここで履歴ひずみ $\int d\epsilon_{ij}$ はパラメータ F に含まれるにすぎない。いま、理想塑性体を考え、降伏曲線が変形の進行する間相以にたもたれ、かつ硬化状態は全塑性仕事 W_p のみに関係すると(1)式は次式で与えられる。

$$f(J_2', J_3') = F(W_p) \quad (2)$$

ここで、 $W_p = \int \sigma_{ij} d\epsilon_{ij}^p = \int \sigma_{ij} (d\epsilon'_{ij} + \delta_{ij} d\epsilon_{kk}^p) = \int \sigma_{ij} d\epsilon'_{ij} + \int \sigma_{kk} d\epsilon_{kk}^p = W_s + W_v$ を考慮すると(2)式は次式のように表わすことができる。

$$f(J_2', J_3') = F(W_s) = F(W_p - W_v) \quad (3)$$

ここで $d\epsilon_{ij}^p$ は塑性ひずみ増分、 $d\epsilon'_{ij}^p$ は塑性偏差ひずみ増分、 W_s はすべりに費されるエネルギー、 W_v は体積変化に費されるエネルギーであり、すでに述べたよ

うに理想材料では $W_0=0$ であるが高静水圧力場にある多結晶金属材料などでは必ずしも $W_0=0$ とはならない。ゆえに, (3)式はさらに

$$f(J_2', J_3') = F(J_1, \int d\epsilon_{ij}) \quad (4)$$

と書くことができるだろう。ここで $F(J_1, \int d\epsilon_{ij})$ は静水圧応力および履歴ひずみの実験的関数であるため, 静水圧力重畳下における引張りあるいは単純ねじり実験などの結果を包括したうえで決められる必要があり, とくに破断に至るまでの広い領域における塑性変形については J_1 と $\int d\epsilon_{ij}$ との相互関連から考えて J_1 の項は無視することができない。^{*1} Fig. 3は, これまで若干の研究者によって報告されてきた静水圧力下での静的引張りあるいはねじり実験結果を示し, 一般的に八面体せん断応力 τ_{oct} は負の八面体垂直応力 σ_{oct} の増大にともない大きくなる傾向にある。しかし, これだけから降伏曲線の静水圧応力に対する幾何学的形状を決定することは困難であり, そのためには σ_{oct} の τ_{oct} への依存性が σ_{oct} の正負でどうなるかを三軸応力実験を通じて決められなければならない。

Fig. 3. Effect of hydrostatic stress on plastic yielding of several metals.

降伏条件に J_1 を考慮する試みは歴史的に種々と試みられ, 近年では Hu が Mises の線に沿って

$$f(J_2, J_3) = F(J_1), F(J_1) = \sum_{i=1}^{\infty} a_i J_1^i \quad (5)$$

が成り立つとし, さらに具体的には

$$J_2' = k^2 + \alpha J_1 + \beta J_1^2 \quad (6)$$

とおき, 多軸応力問題にこれらを適用してその妥当性を論じている。いま, $\sigma_{oct} > 0$ での厳密な議論はせず, おもに $\sigma_{oct} < 0$ の広範囲な領域における挙動に注目するかぎり, (4)式の具体的な形として

$$J_2' = k(k^2 + kCJ_1 + DJ_1^2)^{1/2} \quad (7)$$

を採用することができる。^{6,9)} ここで k は $\int d\epsilon_{ij}$ に伴って単調に増加する正の変数で, 実際には応力の次元をも

ち, 大気圧下での単純ねじりの任意のひずみ状態における降伏応力 τ_e に等しい。また, C および D は材料の降伏強度におよぼすパラメータ (スカラー) で, おそらく $\int d\epsilon_{ij}$, 温度 T の関数でもある。なお, C , D は大気圧下の多軸応力組合せ試験を通じて $\int d\epsilon_{ij}$ との関連で評価できないこともないが, やはり静水圧力を種々に変化させた静水圧力重畳下の引張りあるいはねじり試験を行なって係数を決定する方が, $\epsilon = \int d\epsilon_{ij}$ とすることができ, 真の静水圧応力の影響のみを分離抽出できて力学的挙動をは握するうえで都合がよい。

Fig. 4は, 降伏条件に静水圧応力を考慮した場合について τ_{oct} の σ_{oct} 依存性を示す解析例であり, 図中の C' は $C^2 = 4D$ および $C' = C/2$ とおいた場合, すなわち降伏条件が

$$J_2' = k(k + C'J_1) \quad (8)$$

で表わされる場合の圧力効果の係数を示す。さきに述べた Fig. 3の実線は各実験に一致するよう C' を決めることによって(8)式から求めた計算曲線で, C' は $C' \leq 0$ でかつその大きさは 10^{-1} 程度のオーダーのものであることがわかる。しかし, Fig. 5⁶⁾に示す静水圧力下 (圧力媒体は油) における純亜鉛 (99.91% Zn) の常

Fig. 4. Analytical representation of the effect of hydrostatic stress on flow stresses.

Fig. 5. Experimental representation of the effect of hydrostatic stress on the flow stresses of pure polycrystalline zinc.

*1 普通, 塑性理論という F は一定 (したがって, J_1 の項は無視する) の降伏条件は, 理想材料のみならず多結晶金属材料についても少なくとも初期降伏の場合充分成立する。¹⁰⁾

*2 歴史的には, Huber (1940), Mises および Schleicher (1926) らによって始められ, とくに Mises (1949) は (1) 式の f として J_2' を, F を J_1 の任意関数で置きかえて “放物線的” 降伏限度として紹介している。¹⁰⁾

*3 等3軸引張りで降伏あるいは破断のおこるような上限の引張応力が存在すると考えられるので(7)式で実際には D の正負にかかわらず $C^2 \geq 4D$ の条件が必要である。

温静的ねじり実験結果例にみられるように、 τ_{oct} に対する σ_{oct} の依存性はせん断ひずみ γ の進行にともなって顕著になり、破断近くで大きな静水圧力依存性を示す場合がある。もっとも、純アルミニウムや純鉄についても C および D の数値は純亜鉛の $\gamma=50\%$ におけるそれらのそれぞれ $1/1000$, $1/10$ のオーダーであるにせよ、いずれも γ が大きくなるにしたがって C および D の値は単調に増加する傾向をもつ。また、Fig. 6 は静水圧力下 (圧力媒体は拡散油) における純鉄 (99.97% Fe, 加工後 900°C で 1 hr 真空焼なまし) の温度 100°C での静的引張実験結果例を示し、Fig. 7 は Fig. 6 の結果を Fig. 5 と同様の表示法によって示したものである。この例からわかるように、Fig. 5 に示した常温での結果と同様の傾向を示し、一般的にみて温度の上昇が塑性流動応力 σ の減少効果をもたらすのに比べて静水圧力は逆の効果にもたらす傾向にあることは確かであり、このことはたとえば以下に示す応力依存型の速度論から容易に現象論的な説明を行なうことができる。

高温における塑性流動がある種の手過程に支配された変形過程であると考えてその過程の速度を支配す

Fig. 6. Tensile stress and strain curves of pure polycrystalline iron under combined confining pressure at 100°C.

Fig. 7. Experimental representation of the effect of hydrostatic stress on the flow stress of pure polycrystalline iron at 100°C.

Fig. 8. Potential energy of the material subjected to both applied stress and hydrostatic pressure.

る活性化自由エネルギー ΔF を $\Delta F = \Delta H + \alpha p - \beta \sigma$ (Fig. 8 参照) とおくと、有効反応速度すなわちひずみ速度 $\dot{\epsilon}$ は次式で与えることができる。

$$\dot{\epsilon} = Z \exp\{-(\alpha p - \beta \sigma)/kT\} \quad (9)$$

ここで $Z = (kT/h) \exp(-\Delta H/kT)$ であり、 k はボルツマン定数、 T は絶対温度、 h はプランク定数、 p は静水圧力であり、かつ $\beta \sigma/kT \gg 1$ を仮定した。したがって、(9)式より導かれる $\sigma = (\Delta H/\beta) + (kT/\beta) \ln(\dot{\epsilon} h/kT) + (\alpha p/\beta)$ からわかるように流動応力 σ は静水圧力 p に線形となるが ($\alpha/\beta > 0$)、絶対温度 T については必ずしも線形とはならない。Fig. 9 および Fig. 10 は、純アルミニウム (99.66% Al, 加工後 360°C で 1 hr

Fig. 9. Experimental dependence of confining pressure on the true tensile strength of pure polycrystalline aluminum at elevated temperatures.

Fig. 10. Experimental dependence of temperature on the true tensile strength of pure polycrystalline aluminum under hydrostatic pressures.

真空焼なまし) に対する引張真応力におよぼす圧力および温度の影響を示す一例である。

4 静水圧応力の影響とひずみ履歴との関連性

巨視的あるいは統計的に初期等方性を仮定しえる多結晶金属材料において通常 $\int d\epsilon_{ij}$ による巨視的な変形異方性を生じ, このような異方性も³で述べた結晶異方性と同様に静水圧応力の影響をうける. しかしながら, この両者には力学的にみて明らかな違いがある. すなわち, 局所的に存在する結晶学的異方性に静水圧力が作用すると, 局所的に不均一変形を生じ, さらにそれによって機械的な構造変化をきたすが, 外力としての応力に対して材料は等方的挙動を示し, 巨視的な形状変化には何らの効果はもたない. したがって, このような結晶学的異方性の影響は巨視的連続体力学の降伏条件に導入すればすでに述べた(4)式と同様のものとなる. これに対して, 巨視的異方性は静水圧力に対して巨視的変形を生じ, この影響を考慮した降伏条件は次式で与えられよう.

$$f(J_1, J_2, J_3, \int d\epsilon_{ij}) = F(\int d\epsilon_{ij}) \quad (10)$$

f の具体的な形としてはいままでに $f = G(J_1) \cdot H(J_2', J_3')$ とする表示もあるが, これについては種々な矛盾を含むことを指摘するにとどめ, ここでは次式の数値形式のものを示しておく.

$$\left. \begin{aligned} f &= G(J_1) + H(J_2', \int d\epsilon_{ij}) \\ &= CkJ_1 + \frac{1}{2} C_{ijkl} S^{ij} S^{kl} - B\epsilon_{ij} S^{ij}, \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$F = k^2$$

ここで C_{ijkl} は変形異方性のパラメータ A (スカラー) を含むひずみ履歴の影響を示す係数であり, 等方性のとき(11)式右辺の第2項は $1/2 S^{ij} S^{ij} = J_2'$ となる. また, $J_3' = 1/3 S^{ij} S^{jk} S^{ki}$ の影響はその影響に比べて解析上の複雑さの大きいことを考えて除外し (J_3' そのものの影響については, いわゆる Prager 形式の f についてすでに検討される^{10,25)}). また, $H(J_2', \int d\epsilon_{ij})$ の形については吉村および Drucker²⁶⁾ らの諸式によった. なお, (11)式の高温クリープへの具体的な適用例については筆者らの別報を参照されたい.

ところで, (4)式と(10)式に示したように二つの異なる物理的意味にもとづいて記述されるそれぞれの降伏条件式は三次元応力空間における幾何学的意味においても相違がある. すなわち, (4)式の J_1 が $\tau_{oct} - \sigma_{oct}$ 面の降伏曲線にのみ関与するのに反して, (10)式の J_1 はとくに π 平面に平行な面, すなわち静水圧応力軸 σ_{oct} に垂直な面に描かれる降伏曲線に関与し, もし異方性のため静水圧応力の影響も大きくなれば同時に $\tau_{oct} - \sigma_{oct}$ 面のそれにも関与する. したがって, この点からも静

水圧応力の影響と変形異方性の影響との相互関連に対する検証は, $\tau_{oct} - \sigma_{oct}$ 面よりも π 平面に平行な面上で行なった方がよいということになる. このことについては筆者らの別報³⁸⁾を参照されたい.

Fig. 11 は(8)式において $C' = 0$ (Mises の条件) および $C' = -0.1$ とおいた場合について $\mu = 0 \sim -1$ および $\mu = 0 \sim 1$ の各夾角 30° に対する範囲の降伏曲面を π 平面へ正射影したものを示す. 図からわかるように, $C' = -0.1$ の曲線は $\mu = 0 \sim -1$ の領域で Mises の円の内側に位置し, $\mu = 0 \sim 1$ の領域ではそれからわずかに外側にはずれる. Fig. 12 は Fig. 11 の関係を大気圧下の垂直応力 σ とせん断応力 τ との関係で示したものである. このように π 平面への射影が円からずれる

Fig. 11. Analytical representation of the effect of hydrostatic component of stresses on the yield curve on the octahedral plane at $\sigma_{oct} = 0$.

Fig. 12. Analytical representation of the effect of hydrostatic component of stresses on the τ versus σ yield curve.

こと, とりわけ Fig. 12 に示す σ の正負について $C' < 0$ の降伏曲線の Mises および Tresca の各降伏曲線との相対的位置関係が異なることに注意する必要がある. この理由は, Fig. 13 に示すように降伏曲面と π 平面に平行な任意の面の交線が円であっても, 応力の径路によってみかけ上 π 平面に描かれる軌跡は種々の形状をとるためである. したがって, 降伏に静水圧応力成

Fig. 13. Schematic exhibition of the effect of hydrostatic stress on the yield surface in three dimensional stress space.

分が関与する場合、ねじりと引張りなどの応力組合せによって $-1 \leq \mu \leq 1$ の間の降伏曲面を π 平面上で論議しても、Mises の円からはずれることの説明を静水圧応力の影響とひずみ履歴やその他の影響とを分離して行なうことはできない。したがって、ひずみ履歴の影響、たとえばバウシinger 効果を単独に抽出するためには $\sigma_{oct} = 0$ の条件下でのねじりの反転負荷などの検証実験は適切であり、このことについては筆者らの別報に詳しい。²⁵⁾³⁸⁾

応力点が同一の降伏曲線上にとどまり、塑性ひずみ ε_{ij}^p の増減に関係しない応力増分 $d\sigma_{ij}$ の変化は一般に中立と呼ばれる。いま、塑性的体積変化は零、および $d\varepsilon_{ij}^p$ の主軸は主応力軸に一致すると仮定すると次式の流れの式が導かれる。

$$d\varepsilon_{ij}^p = h \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} df \quad (12)$$

ここで、 g (それは通常 f と等置されるもので塑性ポテンシャルと呼ばれる) および h は J_2' , J_3' のスカラー関数であり、また $\int d\varepsilon_{ij}$ の関数でもある。ところが、(4)式の降伏条件においては、等降伏曲線上で $d\sigma_{ij}$ の変化に対して ε_{ij}^p の増減をおこさないという条件は $df=0$ とおくことと等価ではない。なぜならば、(12)式より

$$df = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} = \frac{\partial F}{\partial J_1} \frac{\partial J_1}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} \quad (13)$$

となり、 $F=F(J_1)$ であるかぎり右辺は一般に零とはならず、それが零となるのは $(\partial F/\partial J_1)=0$ あるいは $(\partial J_1/\partial \sigma_{ij})=0$ のときのみであり、これはいわゆる π 平面に平行な面上で $d\sigma_{ij}$ の変化がある場合に相当し、その他の一般的な $d\sigma_{ij}$ の変化では $(\partial F/\partial J_1) \neq 0$,

$(\partial J_1/\partial \sigma_{ij}) \neq 0$ である。したがって、(4)式の降伏条件は中立負荷の状態に対して(12)式の流れの式はそのまま適用できないことに注意すべきである。しかし、静水圧応力成分が材料の力学的挙動にあまり影響を与えないような構造変化がおこる範囲では $(\partial F/\partial J_1)=0$ となって流れの式は近似的に仮定できることになる。この近似としての仮定がなりたつのは一般に塑性変形の小さい領域のみで、塑性変形が進展するにしたがい、あるいは静水圧応力成分の影響が増大するにしたがってこの仮定は適用されずおのづから適用限界があるはずである。他方、(11)式の降伏条件に対する流れの式の適用は、 F に J_1 を含まないことから中立負荷の条件 $df=0$ は形式的に成立する。ここで、(12)式の流れの式を導くための塑性的体積不変則について形式的には $\dot{\varepsilon}_{kk} \approx 0$ ($C \approx 0$ のとき) となるが、実際問題として塑性的体積不変則を論ずるかぎりそれは成立するとして差支えない。⁷⁾

5 不安定変形および破断におよぼす静水圧力の影響

不安定変形(引張くびれ)の問題は材料の延性を評価するうえで重要な条件の一つであり、塑性加工の分野では加工限界の条件として不安定変形の開始をできるだけ避けることを通じて材料の延性を増すことが経験的に行なわれてきた。したがって、高温における不安定変形の問題も同様の意義をもつと考えてよい。軸引張り(その応力を σ , 軸ひずみを ε とする)における不安定変形開始の条件は、よく知られているように $d\sigma/d\varepsilon = \sigma$ で与えられるが、これを多軸応力状態に拡張した場合は

$$d\bar{\sigma}/d\bar{\varepsilon} = \bar{\sigma}/s \quad (14)$$

とおき、 $s=1$ が単軸引張り、 $s>1$ が引張延性の増大、 $s<1$ が引張延性の減少の条件として説明が行なわれている。この場合注意すべきことがらは、(14)式があくまで塑性降伏に対して静水圧応力は影響しないということを前提として、その仮定のもとに不安定変形におよぼす多軸負荷(二軸および三軸)の影響が論ぜられているということである。しかし、3および4で述べたようにひずみ履歴の影響と関連して少なくとも不安定変形域における塑性流動応力に対して静水圧応力の影響があらわれて静水圧力の増大にともない破断伸びが増大する。したがって、(14)式からは静水圧力下における軸引張延性の増大を説明することができない。

では、静水圧力下における金属材料の延性の増大は少なくとも現象論のうえではどのように説明されるのか、それを以下に簡単に述べてみることにする。(8)式にもとづく相当応力 $\bar{\sigma}$ は次式で与えられる。

$$\bar{\sigma} = \left\{ \frac{1}{6} \{ (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \} \right\}^{1/2}$$

$$\left. \begin{aligned} &= \lambda'^2 \bar{\sigma}^2 + \lambda' C' \bar{\sigma} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \\ &\text{ただし} \\ &\lambda' = \frac{1}{2} \left(-C' + \sqrt{C'^2 + \frac{4}{3}} \right) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

ここで, $\sigma_1 = \sigma - p$, $\sigma_2 = \sigma_3 = -p$ を代入して $\bar{\sigma}$ を σ , p の関数として表わし, これを $d\bar{\sigma}/d\bar{\epsilon} = \bar{\sigma}$ (大気圧下における単軸引張りの条件) に代入すると次式の関係式がえられる.

$$\left. \begin{aligned} &d\sigma/d\bar{\epsilon} = \sigma/S_p \\ &S_p = -\frac{C'}{2\lambda'} + \frac{1}{2\lambda'^2} \phi^{-1/2} \left\{ C'^2 \left(1 - 3\frac{p}{\sigma} \right) + \frac{4}{3} \right\} / \left\{ -\frac{C'}{2\lambda'} \left(1 - 3\frac{p}{\sigma} \right) + \frac{1}{2} \phi^{1/2} \right\} \\ &\text{ただし} \\ &\phi = \frac{1}{\lambda'^2} \left\{ C'^2 \left(1 - 3\frac{p}{\sigma} \right)^2 + \frac{4}{3} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

(16)式から明らかのように $p=0$ (大気圧) のとき C' の値に無関係に ($C'=0$ をふくむ) $S_p=1$ であり, また $C'=0$ (Mises の降伏条件) のときは p/σ に無関係に $S_p=1$ となる. Fig. 14 は S_p が p/σ によってどのように変化するかを示した解析例であり, 図からわかるように p/σ の増大にともない S_p も単調に増加して材料の延性がますますとえられる. しかし, この解析例にもみられるように, S_p は p/σ の増加にともない飽和もしくは極値(最大値)をもつ傾向もみられ, このことは最近になって西原らによる高温下における三軸応力実験 (温度最高 600°C, 最高圧力 5000 kg/cm², 圧力媒体はアルゴン・ガス) において観察された. すなわち, 金属材料の延性におよぼす圧力と温度の依存を, (1)圧力, 温度の増加にともない徐々に延性

Fig. 14. Analytical dependence of combined confining pressure on plastic elongation at which the necking occurs.

*4 (8)式の降伏条件を用いるときは一般に流れの式は成立しないが, 静水圧力(一定)のもとでの軸引張りにおける $J_1 = \sigma_{kk}$ は実験中大きく変化しないので $F \approx$ 一定とおくことができ, この場合の $\bar{\epsilon}$ は $\bar{\epsilon} = \epsilon$ となる.

Fig. 15. Experimental representation of the effects of both temperature and hydrostatic pressure on fracture elongation of magnesium alloy and titanium.

Fig. 16. Experimental representation of the effect of confining pressure on reduction of area of pure polycrystalline aluminum.

がまず場合, (2)ある圧力, 温度で極大にある場合, および(3)ある圧力, 温度で急にぜい性から延性になる場合の三つに分類し, Fig. 15 は, (1)の場合の一例としてマグネシウム合金を(2)の場合の一例としてチタニウムのそれぞれの引張り等伸び線図を示す. 図からわかるように, Fig. 15 (b) の場合, 3000 kg/cm², 300°C で最大の伸びを示す. また, Fig. 16 は筆者らによる純アルミニウム (99.66% Al, 加工後 900°C で 1 hr 真空焼なまし) の高温引張破断ねじり (真ひずみ) におよぼす静水圧力の影響を示し, 実験の範囲内では(1)の場合に相当する.

6 クリープおよびクリープ破断におよぼす静水圧応力の影響

多軸応力下の高温クリープについても, 巨視的立場ではもっぱら連続体力学での塑性理論の基礎理論をそのまま導入することが多い. この導入のなかでとくに最近疑問視されているのが以上に述べた静水圧応力成分の影響である. 最近における高温高圧力下のクリー

89)15) プ試験装置の開発とあいまってその実験的検証がすすみ、最近では比較の変形量の大きい定常クリープなどでは常温および高温を問わず静水圧応力の影響が応力依存性を論ずるうえで不可避的な因子であることがほぼ明らかになってきた。

では、クリープ速度におよぼす静水圧応力の影響がいままで述べてきた静的塑性流動応力におよぼす影響に比べて大きい原因は何によるのか、またそれとの関連はどうあるのか、さらに温度およびひずみ履歴との関連はどうあるのか、などの質問が發せられるが、それらについて以下簡単に述べてみよう。まず、連続体力学的解釈について、クリープの支配機構が拡散などの熱活性化エネルギーに依存しないと思われる常温クリープについて考えてみることにする。いま、Fig. 17

Fig. 17. Schematic exhibition of apparent decrease in creep stress of the material subjected to combined confining pressure.

のモデルのように降伏曲面が静水圧応力軸 σ_{oct} に対して傾いているとし、大気圧のもとで σ_0 なる単軸引張応力を加えたとき、その材料の降伏状態は、 k の値が k_0 = 一定とある降伏曲面上にあると考える。さらに、静水圧力 p のもとでの軸引張応力 σ_p (この図では $\sigma_p = \sigma_0$) を加えた状態での k の値は k_p = 一定であるとする。前者の場合の k は、(8)式に $J_2' = \sigma_0^2/3$, $J_1 = \sigma_0$, $k = k_0$ を代入して $k_0 = \lambda' \sigma_0$, 後者の場合の k は、 $J_2' = \sigma_p^2/3$, $J_1 = \sigma_p - 3p$, $k = k_p$ を代入して $k_p = (1/2)[-C'\{1 - 3(p/\sigma)\} + \sqrt{C'^2\{1 - 3(p/\sigma)^2 + (4/3)\}}]\sigma_p$ で与えられる。ここで λ' は(15)式に示したとおりである。したがって、 k_p に対応した大気圧下での単軸引張応力 $\bar{\sigma}_p$ は、(15)式を導いたと同様、 $\bar{\sigma}_p = (3/2)\{C' + \sqrt{C'^2 + (4/3)}\}k_p$ で与えられて明らかに $C' = 0$ を除いて $\bar{\sigma}_p < \sigma_p$ である。したがって、静水圧力 p のもとでの軸引張クリープ速度 $\dot{\epsilon}_p$ と大気圧下におけるそれ $\dot{\epsilon}_0$ との比は次式で与えられる。

$$\frac{\dot{\epsilon}_p}{\dot{\epsilon}_0} = \left(\frac{\bar{\sigma}_p}{\sigma_0} \right)^n = \lambda^n \left\{ -C' \left(1 - 3 \frac{p}{\sigma} \right) + \sqrt{C'^2 \left(1 - 3 \frac{p}{\sigma} \right)^2 + \frac{4}{3}} \right\}^n \quad (17)$$

ただし

$$\lambda = \frac{3}{4} \left\{ C' + \sqrt{C'^2 + \frac{4}{3}} \right\}$$

ここでクリープ速度は定常クリープ速度を対象とし、そのクリープ速度式を $\dot{\epsilon} = \alpha \sigma^n$ (α , n は温度一定のとき定数) を用いた。同様に単純ねじりクリープ速度の場合についても静水圧力および大気圧下での各せん断クリープ速度を $\dot{\gamma}_p$, $\dot{\gamma}_0$ とおくと、 $\dot{\gamma}_p/\dot{\gamma}_0$ は(8)式にもとづく場合は、

$$\frac{\dot{\gamma}_p}{\dot{\gamma}_0} = \left(\frac{1}{2} \right)^n \left\{ 3C' \left(\frac{p}{\tau} \right) + \sqrt{9C'^2 \left(\frac{p}{\tau} \right)^2 + 4} \right\}^n \quad (18)$$

で、また(7)式にもとづく場合は

$$\left(\frac{\dot{\gamma}_p}{\dot{\gamma}_0} \right)^{\frac{4}{n}} - 3C' \left(\frac{p}{\tau} \right) \left(\frac{\dot{\gamma}_p}{\dot{\gamma}_0} \right)^{\frac{3}{n}} + 9D \left(\frac{p}{\tau} \right)^2 \left(\frac{\dot{\gamma}_p}{\dot{\gamma}_0} \right)^{\frac{2}{n}} = 1 \quad (19)$$

の高次の方程式で与えられる。ここで τ は単純ねじり応力である。Fig. 18⁶⁾は、純亜鉛 (99.91% Zn) について温度15°C (油中) で $\tau = 3.5 \text{ kg/mm}^2$ 一定下で大気圧から静水圧力を段階的に変化させた場合のねじりクリープ曲線を大気圧下のそれと対比して示したものである。なお、ここでは定常域からの部分のみを示し、遷移クリープ段階は省略されている。Fig. 19はFig. 18の結果を(19)式の表示にしたがって示したものであり、実験結果は同じくせん断ひずみ $\gamma = 30 \sim 40\%$ における

Fig. 18. Experimental tensile creep curve of pure polycrystalline zinc subjected to stepwise elevation of combined hydrostatic pressure at 15°C.

Fig. 19. Experimental and analytical variations of shearing creep rate of pure polycrystalline zinc at 15°C in accordance with elevation of combined hydrostatic pressure.

同一材料の静的ねじり試験における静水圧力の影響度を示すパラメータ C および D の値 (前述の Fig. 5 参照) を用いて (19) 式によって計算した解析結果ときわめてよい一致を示すことがわかる. このことは純アルミニウムや純鉄に対する静水圧力下の常温引張クリープ実験結果においても確認することができる. したがって, 静水圧力重畳負荷による常温クリープ速度の減少効果はクリープ応力のみかけ上の減少によるものであり, その効果は静的塑性流動によるものと同程度であるとみなしてほとんど誤りはないと思われる.

ついで, 常温より温度が高くなった場合, たとえば $T_m/2$ (ここで T_m は材料の融点) 近傍の温度での高温クリープに対して静水圧力の影響はどうか. Fig. 20 は純鉄 (99.97% Fe, 加工後 900°C, 1 hr で

Fig. 20. Experimental and analytical variations of tensile creep rate of pure polycrystalline iron at 400°C with elevation of combined confining pressure.

真空焼なまし) の温度 400°C ($T/T_m=0.6$) における定常クリープ段階での引張クリープ速度におよぼす静水圧力 (圧力媒体は拡散油) の影響を示す実験例を Fig. 19 と同様の表示によって示したものである. 図から実験点は, (17) 式で $C'=-0.04$, $n=8$ において計算した解析結果とかなりよく一致することがわかる. しかし, ここで注目しなければならないことは, この場合の C' の値が同材料の温度 400°C における静的引張塑性流動応力におよぼす静水圧力の影響を示す C' の値 $C'=-0.002$ (伸び $\epsilon=5\%$ における) よりはるかに大きくなることである. このことを説明するためには, 静水圧力負荷によるクリープ応力のみかけ上の減少効果以外に高温クリープにおける原子空孔の拡散などのそれ自体のもつ圧力効果を付加的に考慮する必要がある. いま, Nabarro によって提案された原子空孔の拡散クリープ理論を用いると, 静水圧力 p のもとで軸引張応力 σ を負荷する場合の軸方向クリープ速度 $\dot{\epsilon}$ は次式で与えることができる.

$$\dot{\epsilon} = \frac{16\alpha D}{\pi d^3} e^{-\beta \Omega_v p / kT} (e^{\beta \Omega_v \sigma / kT} - 1) \quad (20)$$

ここで, d は結晶粒大いさのオーダー, $\alpha \approx 1$, D は自己拡散係数で $D_0 e^{-g_f / kT}$ (ここで D_0 は原子空孔の拡散係数, g_f はその形成エネルギー, kT は通常の意味のもの) に等しく, Ω_v は原子空孔の体積でほぼ b^3 (b は原子の格子間距離) に等しい. したがって (20) 式より $\dot{\epsilon}_p / \dot{\epsilon}_0$ は次式で与えられる.

$$\dot{\epsilon}_p / \dot{\epsilon}_0 = (D_p / D_0) \exp(-\beta \Omega_v p / kT) \quad (21)$$

ここで D_0 , D_p は大気圧および静水圧力下での自己拡散係数である. 類似の式は Butcher¹⁵⁾ らによって別の観点から $\dot{\epsilon}_p / \dot{\epsilon}_0 = \exp(-V_c p / kT)$ (ここで V_c はクリープの活性化体積であり, たとえば, アルミニウムの高温クリープに対して $V_c \approx (4/3)\Omega_v$ ³²⁾ である) なる関係式が誘導されている. ここで $D_p / D_0 = 1$, $\beta \Omega_v = V_c$ とおいたとき形式的に (21) 式と一致する. いずれにせよ, 静水圧力は高温クリープの場合, クリープ機構自体から考えてクリープ速度を減少させる付加的效果をもつことは明らかである.

高温クリープ破断時間におよぼす静水圧力の影響については, いま破断時間 t_r と最小クリープ速度 $\dot{\epsilon}_{\min}$ との間に $t_r \cdot \dot{\epsilon}_{\min}$ = 一定の関係³⁴⁾ がなりたつものとする, 同一の σ のもとでの大気圧および静水圧力 p のもとでの引張クリープ破断時間 $(t_r)_0$ と $(t_r)_p$ との比は (17) 式より

$$\frac{(t_r)_p}{(t_r)_0} = \frac{(\dot{\epsilon}_{\min})_0}{(\dot{\epsilon}_{\min})_p} = \lambda^{-n} \left\{ -C' \left(1 - 3 \frac{p}{\sigma} \right) + \sqrt{C'^2 \left(1 - 3 \frac{p}{\sigma} \right)^2 + \frac{4}{3}} \right\}^{-n} \quad (22)$$

で与えられる. ここで λ は式 (17) に示したとおりである. Fig. 21 は, Hull¹⁴⁾ らの純銅 (99.8%) に対する静水圧

Fig. 21. Experimental and analytical representations of the effect of combined hydrostatic pressure on tensile creep rupture time of pure polycrystalline copper at 410°C.

*5 自己拡散係数が一般に静水圧力に影響される³³⁾ので厳密には $D_p / D_0 = 1$ とはならない.

力下 (圧力媒体はアルゴン・ガス) における温度 410°C での引張クリープ破断実験結果を(2)式の表示にしたがって示したものであり, $C' = -0.32$, $n = 2$ といった場合の計算結果はよく実験結果の傾向を示すものと考えられる. なお, 高温クリープ破壊におよぼす静水圧応力成分の影響については, その破壊法則を定式化するうえでひずみ履歴や応力分布の影響などとならんで重要な因子と考えられるようになり, 最近では内圧円筒管の高温クリープ破壊や切欠きクリープ破壊の応力条件に有効にとり入れられるようになった. たとえば, 二軸応力状態における破断寿命 $(t_r)_{bi}$ への静水圧応力成分 $\sigma_m = \sigma_x + \sigma_y$ の寄与は, 一軸応力状態における破断寿命 $(t_r)_{uni}$ との比較のうえで(2)式と同様の形で次式で与えられる.

$$\frac{(t_r)_{bi}}{(t_r)_{uni}} = \left[\lambda \left\{ -(1+A)C' + \sqrt{(1+A)^2 C'^2 + \frac{4}{3}(A^2 - A + 1)} \right\} / \sqrt{A^2 - A + 1} \right]^{-n} \\ = \left[\lambda \left\{ -C' \left(\frac{\sigma_m}{\bar{\sigma}} \right) + \sqrt{C'^2 \left(\frac{\sigma_m}{\bar{\sigma}} \right)^2 + \frac{4}{3}} \right\} \right]^{-n} \quad (23)$$

ここで, 二軸応力状態における σ_x と σ_y との組合せ, すなわち応力比 $A = \sigma_y / \sigma_x$ は Mises 基準による相当応力 $\bar{\sigma}$ にしたがうものである. したがって, $\bar{\sigma} = \sqrt{A^2 - A + 1} \sigma_x$ であり, 静水圧応力成分 σ_m は同一の $\bar{\sigma}$ のもとで A とともに $\sigma_m = \{(A+1)/\sqrt{A^2 - A + 1}\} \bar{\sigma}$ にしたがって変化する. Fig. 22 には $\sigma_m / \bar{\sigma}$ と A との関係を示し, さらに A の変動に対する破断寿命 $(t_r)_{bi} /$

Fig. 22. Changes of $\sigma_m / \bar{\sigma}$ and $(t_r)_{bi} / (t_r)_{uni}$ with stress ratio A under constant equivalent stress $\bar{\sigma}$.

$(t_r)_{uni}$ の変化を $C' = -0.3$ として, n の 1 から 7 までの値に対してそれぞれ(2)式にもとづいて計算した結果を示す. 図中の黒丸点は太谷³⁷⁾の 18-8 Nb ステンレス鋼の薄肉円筒の温度 650°C, 相当応力 (Mises 基準) $\bar{\sigma} = 18.0 \text{ kg/mm}^2$ 一定下における内圧一軸引張組合せクリープ破断実験結果を整理しなおしてプロットしたものであり, A による破断寿命の相違の一因を説明づけることができる.

以上のように, 静水圧応力成合は高温クリープ変形はむしろのこと破断に至るまで強く影響し, 高い静水圧応力成分の発生する状態ではこれを無視することはできないであろう. したがって, それは, クラックの先端付近とか, 各種の析出物や介存物などによる応力集中個所ではとくに顕著になり, さらにクラックの多数発生した破断近傍などではとくに静水圧応力の影響が強くなる傾向にあるものと思われる.

7 む す び

以上は, おもに高温における多結晶金属材料の塑性法則に関する最近の研究として, クリープおよびクリープ破断を含めて最近話題の多い静水圧応力およびひずみ履歴の影響に関する解析的および実験的研究の現状を筆者らの研究結果を中心として展望を試みた. なお, 多軸応力下の高温クリープにおよぼすひずみ履歴の影響, とりわけ材料の変形異方性および, バウシ²⁵⁾ンガー効果の影響については紙面の関係上割愛し, 別報にゆずることとした. これらの塑性法則については, さらにひずみ速度の影響, 応力および温度変動の影響 (応力および温度履歴や thermo-mechanical coupling) などの側面を通じて定式化が望まれるが, ここではまず高温における単純なひずみ経路をもつ静的引張りあるいは単純ねじりおよびそれらのクリープに関する巨視的塑性法則を, 静水圧応力およびひずみ履歴の影響を考慮した三軸応力空間における塑性流動およびクリープ挙動のなかに正しく位置付けることが大切であることを強調したつもりである. とりわけ, 高温における塑性流動およびクリープにおよぼす静水圧応力の影響が不安定変形域などの大変形領域およびクリープとその破断に対して無視できないことを指摘し, したがって静水圧応力の影響は材料のひずみ履歴の影響と密接に関連することを指摘した.

参 考 文 献

- 1) IUTAM-Symp. on High Speed Computing of Elastic Structures (1970-8, Belgium).
- 2) たとえば, McMahon, C. J., Jr., "Microplasticity," (1968) Interscience Pub., New York
- 3) たとえば, Proc. IUTAM-Symp. "Mechanics of Generalized Continua" (1968) Springer-Verlag, Berlin

- 4) Hu, L. W., and K. D. Pae, J. Franklin Inst., **264**, 491 (1963).
- 5) 大南正瑛, 材料, **16**, 161 (1967).
- 6) 大南正瑛, 元家勝彦, Proc. 12th Jap. Cong. Mat. Res., 78 (1969); 機械学会第44期全国大会講演会前刷 No.162, p.119 (1966-10), 機械学会論文集に投稿中; 第14回材料研究連合講演会前刷, p.147 (1970-9), 材料に投稿中.
- 7) 大南正瑛, Proc. 13th Jap. Cong. Mat. Res., 126 (1970).
- 8) 平 修二, 大谷隆一ほか, 機械学会第17期通常総会講演会前刷, p.57 (1968-5).
- 9) 大南正瑛, 元家勝彦, 山蔭哲郎, 材料, **20**, 395 (1971).
- 10) たとえば, Proc. Joint. Inter. Conf. on Creep (1963. New York) における A. E. Johnson, W. N. Findley, V. S. Namentnikov, I. Finnie の各論文.
- 11) たとえば, 平 修二編 “金属材料の高温強度” (1968), 養賢堂に大谷隆一 (単軸および多軸応力下のクリープ強度) および大南正瑛 (変動応力・温度変動下のクリープ) の解説がある.
- 12) 平 修二, 中西英介, 金属学会会報, **6-4**, 267 (1967).
- 13) 大南正瑛, 元家勝彦, 吉田信夫, 材料, **18**, 226 (1969); 大南正瑛, 吉田信夫, Proc. 12th Jap. Cong. Mat. Res., 81 (1969).
- 14) Hull, D., and E. Rimmer, Phil. Mag., **4**, 673 (1954).
- 15) Butcher, B. M., and A. L. Ruoff, J. App. phys., **32**, 2036 (1961).
- 16) Davidson, J. C., J. C. Uy, and A. P. Lee, Trans. AIME, **233**, 820 (1965).
- 17) 齊藤進六, 塑性と加工, **69**, 518 (1966).
- 18) Williams, M. L., and R. A. Schapery, Inter. J. Fracture Mech., **1**, 64 (1965).
- 19) Hill, R., “塑性学” (鷺津ほか訳), p.19 (1953) 倍風館
- 20) Hu, L. W., Proc. 2nd Symp. on Naval Structural Mechanics, “Plasticity.” p.194 (1960) Pergamon
- 21) Crossland, B., and W. H. Dearden, Proc. Inst. Mech. Engr., **172**, 809 (1958).
- 22) 西原正夫, 田中吉之助, 山本俊二, 山口喜弘, 材料, **16**, 169 (1967).
- 23) 田中吉之助, 中島 稔, Proc. 10th Jap. Cong. Test. Mat., 68 (1967).
- 24) Glasstone, S. G., K. J. Laidler, and H. Eyring, “The Theory of Rate Process,” (1941) McGraw-Hill
- 25) 元家勝彦, Sunho Kang, 大南正瑛, 遠藤外雄, Memoirs of. Res. Inst. Science and Engg., Ritsumeikan Univ., **14**, 97 (1965); 機械学会第43期通常総会講演会前刷, No.147, p.69 (1966).
- 26) 吉村慶丸, たとえば “塑性力学” (応用力学講座 **11**) (1964) 共立出版
- 27) Drucker, C. D., and F. Edelman, J. Franklin Inst., **252**, 581 (1951).
- 28) Hoggart, J. S., Proc. 2nd Tewksbury Symp., “Fracture,” p.155 (1969) Butterworths
- 29) Swift, H. W., J. Mech. Phys. Solids., **1**, 1 (1952).
- 30) 西原正夫, 機械学会誌, **73**, 1246 (1970); Science and Engng, Review of Doshisha Univ., **9-1**, 41 (1968).
- 31) Nabarro, F. R. N., “Report of Conference on Strength of Solids,” p.75 (1948).
- 32) Ruoff, A. L., Proc. 1st Inter. Conf. on physics of Solids at High Pressure, “Physics of Solids at High Pressure,” p.379 (1965) Academic Press
- 33) たとえば, M. M. M. Beyeler and Y. Adda, 上同, p.349.
- 34) Monkman, F. C., and N. J. Grant, Proc. ASTM, **56**, 834 (1956).
- 35) 大谷隆一, 材料, **19**, 160 (1970).
- 36) 大南正瑛, 阿波屋義照, 元家勝彦, 高田昶男, 材料, **20**, 361 (1971).
- 37) Taira, S., and R. Ohtani, IUTAM Symp. (East Kilbride, 1968) “Thermoelasticity” (ed. by B. A. Boley, 1970), p.297 (Springer-Verlag.)
- 38) 大南正瑛, 元家勝彦, 吉田信夫, Memoirs of Res. Inst., Ritsumeikan Univ., **15**, 83 (1966); 機械学会第44期全国大会前刷, No.161, p.113 (1966); 材料, **18**, 226 (1969); 大南正瑛, 吉田信夫, Proc. 12th Jap. Cong. Mat. Res., 81 (1969).