高温における低炭素鋼の切欠きクリープ破断に関する一考察*

(クリープ中における切欠き材および平滑材の応力分布の変化)

大 南 正 瑛** 阿 波 屋 義 照***
元 家 勝 彦**** 高 田 暁 男*****

A Study on Creep Rupture of Notched Sheet Specimens of Low Carbon Steel at Elevated Temperature

by

Masateru OHNAMI

(Faculty of Science and Engineering, Ritsumeikan University, Kyoto)

Yoshiteru AWAYA

(Maizuru Technical College, Maizuru)

Katsuhiko MOTOIE

(Hiroshima Denki University, Hiroshima)

and Mitsuo TAKADA

(Maizuru Technical College, Maizuru)

From the tests of tensile creep rupture in notched plate specimens of 0.098 per cent carbon steel at 500°C, the following conclusion can be derived.

(1) There was considerable change in stress distribution on the cross section of the notched bottom during the early stage of the creep, but after a time no remarkable redistribution was observed.

(2) The notch-strengthening effect of creep rupture strength of the material tested was examined on the basis of the nominal stress. On the basis of the equivalent steady stress, whose increase of the true stresses with progress of creep was taken into account, the difference in rupture life between the notched specimens and the smooth specimens was found smaller than that on the basis of the nominal stress. However, the behavior of notch-strengthening was still fixed.

(3) In order to determine such a notch-strengthening effect, the following stress condition was estimated. This is the case where the level of hydrostatic component of stress at near part of the notch bottom of the notched specimen is lower than that at the middle part on the cross section, and the former level is lower than that at near part of the bottom of the smooth specimen.

(4) The initial rectangular anisotropy of the material tested was examined experimentally, but neither the level of the equivalent steady stress nor multiaxiality of the stress was affected by the present anisotropy of the material.

(Received Nov. 2, 1970)

1 緒 言

切欠きクリープ破断に関する研究は、構造物要素の高温クリープ破壊に対する対処という実的な必要から、また多軸応力下のクリープ破壊の問題としてきわめて重要な課題であり、その系統的な研究が望まれて

いる。歴史的には、前者の観点から切欠き強化と切欠き弱化現象を個別材料、個別試験条件について実験的に調べることに多くの努力が積重ねられてきたし、後者については多軸応力下のクリープ破壊強度を多軸クリープ変形の理論にてらして単軸クリープ破壊強度から推定する研究の一環として、高温クリープ破壊を支配する主因子を調べることに多くの努力が払われてきた¹⁾。にもかかわらず、両者についていまだ統一的な法則性を見出す段階に至っていないのが現状である

* 原稿受理 昭和45年11月2日

** 正 会 員 立命館大学理工学部 京都市北区等持院北町

*** 正 会 員 舞鶴工業高等専門学校 舞鶴市宇白屋

**** 正 会 員 広島電機大学 広島県安芸郡瀬野川町

***** 舞鶴工業高等専門学校 舞鶴市宇白屋

と思われる。しかしながら、後者については最近、高温クリープおよびその破壊におよぼすひずみ履歴や静水圧応力の影響に関する研究が系統的にすすめられ、たとえば内圧円筒の高温クリープ破壊を支配する諸因子をある程度系統的に整理できる段階にきていると思われる。したがって、切欠きクリープ破断についても切欠き強化および切欠き弱化的それぞれの因子を系統的に整理していくことは重要なことであると考えられる。

本研究は、高温クリープ破壊におよぼすひずみ履歴および静水圧応力の影響に関する力学研究を通じて、切欠きクリープ破断の機構を明らかにする研究の一環として行なったものである。とりわけ、本考察では切欠き強化の力学因子を明らかにする第一歩として、クリープ中における切欠き底横断面のひずみ分布の実測とそれに基づいて解析された応力分布から推論される静水圧応力のクリープ破壊への寄与について述べることにする。なお、最近、クリープ中における切欠き底のひずみ解析が有限要素法の適用によってすすめられており、その実験的検証と併行してこの分野の研究に寄与するところが大きいものと期待される。

2 実験材料および実験方法

2・1 試験片

文献によれば平滑試験片の高温クリープ破断伸びの大きい材料では切欠き強化（切欠き破断強度比 NRSR、または切欠き破断時間比 RTR が 1 より大）になることが多いといわれている。したがって、本実験では、後述するようにクリープ中での切欠き底のひずみ測定精度を保証することも考慮して、破断伸びのきわめて大きい極軟鋼（化学成分は Table I に示す）の SPHC 圧延鋼板を供試材とし、試験片は圧延方向およびそれと直角方向より採取した。試験片形状は Fig. 1 に示す板状試験片であり、切欠き形状は Neuber 切欠きとしてその切欠き半径 1mm の 60°V 形に準じたもの（図の点線で示す双曲線切欠き）であり、応力集中係数は 3.56 である。なお、図の実線で示す直線 60°切欠き形状をもつ場合の応力集中係数は有限要素法による弾性計算では 3.72 であった。（付録参照）試験片はすべて最初、圧延方向に沿って採取し、その後初期異方性を検証するための平滑小試験片を Fig. 1 の平滑材の掴み部から Fig. 2 の寸法形状でもって採取した。このような小試験片のクリープ破断試験を行なうため、同じく Fig. 2 に示すようなアタッチメントをとくに用意した。

Table I. Chemical composition of SPHC rolled steel plate.

(%)						
C	Si	Mn	P	S	Cr	Cu
0.098	0.010	0.440	0.013	0.027	0.020	0.040

Fig. 1. Shape and size of notched and smooth specimens.

Fig. 2. Small size smooth specimen and the attachments.

また、試験片の切欠きはフライス加工によって行ない、試験片はすべて加工後そのままクリープ破断実験に供した。

2・2 ひずみの測定方法

クリープひずみの測定は試験片の掴み部に設けた伸び計（ダイヤル・ゲージ）によるものと、他方切欠き底全体に 2mm 間隔で正方形格子ケガキ線を入れてケガキ線の変位をフィルムに納めることによって計測する方法の二種類のものを採用した。なお、ケガキ線をひくについては酸化により線が不鮮明になることを避けるため、あらかじめ耐熱塗料（フジガンマー #900）^{*1}を塗布した。ケガキ線の変位測定は、フィルムを投影器（50倍に拡大）にかけて行ない、またせん断ひずみは二つの垂直ひずみに比べてその精度のうで無視するこ

*1 シルバー色、比重 1.6、耐熱性は 500℃まで。

とにした。もっとも切欠き底横断面上のひずみ測定を主眼にしているのでせん断ひずみ成分は無視してさしつかえない。なお、垂直ひずみの測定できる最小読みは0.05%である。

2・3 クリープ応力の解析法

応力解析には通常用いられる基本的仮定のほかに、本解析では以下のことがらを仮定した。すなわち、① Mises の降伏条件とその流れの式、②切欠き横断面上においてせん断ひずみ速度 $\dot{\gamma}_{xy}$ は垂直ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_x, \dot{\epsilon}_y$ に比べて無視する。ここで y 軸は圧延方向に一致する試験片軸とし、それに直角方向を x 軸とする。③変形異方性は考慮しない。ただし、初期異方性は考慮する。④クリープ破断を含む全クリープ段階のクリープ速度としては第2期クリープ（最小クリープ速度）を対象とする $\dot{\epsilon} = k\sigma^n$ の形式の関係式で近似する。ここで k, n は温度一定のとき定数である。したがって任意時刻における切欠き底横断面の局所的なクリープ応力成分 σ_y および σ_x は次式で与えられる。

$$\sigma_y = \frac{2}{3} \frac{\bar{\sigma}}{\dot{\epsilon}} (\dot{\epsilon}_x + 2\dot{\epsilon}_y), \quad \sigma_x = \frac{2}{3} \frac{\bar{\sigma}}{\dot{\epsilon}} (2\dot{\epsilon}_x + \dot{\epsilon}_y) \quad (1)$$

ここで $\bar{\sigma}$ および $\dot{\epsilon}$ はそれぞれ相当応力および相当ひずみ速度である。

2・4 初期異方性の解析法

ここで用いる初期異方性の解析は、Mises-Mises の条件式および Hill の式の拡張として、次式の降伏関数 f より導かれるクリープ式にもとづいて行なうことにする。すなわち、

$$f = \bar{\sigma}^2 = \alpha_{xy}(\sigma_x - \sigma_y)^2 + \alpha_{yz}(\sigma_y - \sigma_z)^2 + \alpha_{zx}(\sigma_z - \sigma_x)^2 \quad (2)$$

を用いると、流れの式 $\dot{\epsilon}_{ij} = \lambda(\partial f / \partial \sigma_{ij})$, $\lambda = \bar{\epsilon} / \bar{\sigma}$ より次式をうる。

$$\left. \begin{aligned} \dot{\epsilon}_y &= \frac{\bar{\epsilon}}{\bar{\sigma}} (\alpha_y \sigma_y - \alpha_{xy} \sigma_x), \\ \dot{\epsilon}_x &= \frac{\bar{\epsilon}}{\bar{\sigma}} (\alpha_x \sigma_x - \alpha_{xy} \sigma_y) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ただし、 $\alpha_x = \alpha_{xy} + \alpha_{zx}$, $\alpha_y = \alpha_{yz} + \alpha_{xy}$, $\alpha_z = \alpha_{zx} + \alpha_{yz}$ であり、降伏条件として $f = K^2$ とおき、かつ $\sigma_x = Y_x$, $\sigma_y = Y_y$, $\sigma_z = Y_z$ とおくと $\alpha_x = (K/Y_x)^2$, $\alpha_y = (K/Y_y)^2$, $\alpha_z = (K/Y_z)^2$ となる。ここで Y_x, Y_y, Y_z, K はそれぞれ降伏応力である。いま、切欠き底横断面上（圧延と直角の方向）の応力解析を考えているので、 $\alpha_y = (Y_z/Y_x)^2 = 1$, $\alpha_z = (Y_z/Y_x)^2 = 1$ （ただし $Y_z = Y_x$ ）を仮定すれば、 $\alpha_{xy} = \alpha_x/2$ の関係がえられるので結局(3)式は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \dot{\epsilon}_y &= -\frac{\bar{\epsilon}}{\bar{\sigma}} \left(\sigma_y - \frac{\alpha_x}{2} \sigma_x \right), \\ \dot{\epsilon}_x &= -\frac{\bar{\epsilon}}{\bar{\sigma}} \left(\alpha_x \sigma_x - \frac{\alpha_x}{2} \sigma_y \right) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

ここで $\alpha_x = (Y_z/Y_x)^2 = (Y_x/Y_x)^2$ で与えられるので、

それは任意の同一クリープ速度に対する（直角方向より抽出される平滑試験片に対するクリープ応力）² /（圧延方向より抽出される平滑試験片に対するクリープ応力）² で与えられる。(4)式を σ_y, σ_x について解くと

$$\left. \begin{aligned} \sigma_y &= \frac{2}{4 - \alpha_x} \frac{\bar{\sigma}}{\dot{\epsilon}} (\dot{\epsilon}_x + 2\dot{\epsilon}_y), \\ \sigma_x &= \frac{2}{\alpha_x(4 - \alpha_x)} \frac{\bar{\sigma}}{\dot{\epsilon}} (2\dot{\epsilon}_x + \dot{\epsilon}_y) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

とあり、ここで $\alpha_x = 1$ とおくと(5)式は(1)式（初期等方性）と一致する。

3 実験結果およびその考察

3・1 平滑試験片に対する結果

Fig. 3 および 4 はそれぞれ圧延方向およびそれと直角方向に採取した平滑試験片の温度 500°C における各クリープ曲線に示し、明らかに直角方向のものが圧延方向のものに比べて破断伸びが大きくかつ破断寿命が短くなる。したがって、供試材は高温クリープ破断性質に対して初期異方性（直交異方性）をもつ。なお、Fig. 3 のクリープ曲線の点線は平滑試験片長手方向中央部に設けたケガキ線による局所伸びである。Fig. 5 は公称応力と最小クリープ速度関係を圧延方向および直角方向より採取した試験片に対して示したものであり、前述したように異方性のパラメータ α_x は Fig. 5

Fig. 3. Creep curves of the smooth specimen of which axis direction is the same as the rolled one.

Fig. 4. Creep curves of the small size smooth specimen of which axis direction is rectangular to the rolled one.

Fig. 5. Experimental relation of minimum creep rate to applied nominal stress of two types of the unnotched specimens.

より求められる (この場合 $\alpha_x < 1$).

3・2 切欠き試験片に対する結果

Fig. 6 は圧延方向からとにも採取した平滑試験片と切欠き試験片に対するクリーブ破断時間曲線を公称引張応力 σ_{y0} の基準でもって比較したものであり明らかに切欠き強化を示し, RTR は約2.3となる. ところでこの切欠き強化を支配する因子を調べることを目的として以下のように切欠き底横断面のひずみ計測とそれに基づく応力解析を行なった. なお, Fig. 6 の右縦軸に示す定常相当応力 $\bar{\sigma}_e$ を基準とする比較については後で詳述する.

Fig. 7 (a) から (c) は公称引張応力 14.0 kg/mm^2 のもとで切欠き底横断面のひずみ分布を各クリーブ時間について実測した結果を示し, Table II は切欠き底横断面における軸方向 (Y 方向) ひずみを中心部および切欠き底について示したものである. また, Fig. 8 は, 同じく 14.0 kg/mm^2 のもとでの初期等方性の切

Fig. 6. Comparison between the rupture time of the notched specimen and that of the unnotched specimen.

Table II. Variation of measured strain ratio of ϵ_y at $x/a=1$ to that at $x/a=0$ with elapsed time of creep loading.

Elapsed time (min)	ϵ_y (%) at $x/a=0$	ϵ_y (%) at $x/a=1$	Strain ratio
30	1.5	4	2.7
570	18	50	2.8
701	48	102	2.1

欠き材の切欠き底横断面の応力分布の解析例を示す. なお, 応力分布の解析結果の妥当性を検証する一方法として, 軸方向応力分布から塑性的体積不変則を用いて逆算した負荷重は実荷重と 5% 程度の誤差内で一致した.

Fig. 8 から少なくとも次の二点のことがらを指摘することができる. 一つは, 切欠き底横断面の応力分布はクリーブの比較的初期において急激に変化しすでに応力集中が緩和されて以後の分布は大きく変わらな

Fig. 7. (a), (b), (c) Strain distributions on the cross section of the notch bottom during creep loading.

Fig. 8. Stress distributions on the cross section of the notch bottom during creep loading.

いことである。ただし、破断寸前においては各応力成分の値は著しく大きくなる。第二に、切欠き底横断面の中心部において σ_x は最大になり、したがって応力の正の多軸性（2軸性）が大きくなることである。以上の実験結果をもとにして、以下に本材料の切欠き強化の原因を考察することにする。

3・3 クリープにともなう応力増加の影響

切欠き強化現象を定量的に説明するための前提として、平滑材および切欠き材のクリープ破断に至るまでのクリープにともなう真応力の増加の影響についてまず考察を行なっておく必要がある。

Fig. 9 は、公称応力 13.0 kg/mm^2 における切欠き材および平滑材のクリープにともなう真応力の多軸性

Fig. 9. Variation of multi-axiality of the stresses A and the equivalent stress $\bar{\sigma}$ with loading time ratio t/t_r for the notched and unnotched specimens.

（ここでは応力比 $A = \sigma_x/\sigma_y$ で示す）および相当真応力 $\bar{\sigma}$ （軸方向の真応力 σ_y で無次元化）の変化を示したものである。図において実線は A を、点線は $\bar{\sigma}$ （右側縦軸に表示）を示し、横軸は負荷時間比 t/t_r （ t_r は切欠き材および平滑材のそれぞれの破断時間）で示した。ただし、図で $x/a=0$ の $\bar{\sigma}/\sigma_y$ の値は $x/a=3/4$ におけるそれと大差がないので省略した。また、平滑材において $t/t_r=0$ になるとき $A=0$ とおいたのは負荷の瞬間において $\sigma_x=0$ を考えたことにはかならない。なお、平滑材に対する A の値は、同試験片に切欠き試験片の場合と同様の格子ケガキ線を入れることによって求めたものである。図の点線からわかるように、平滑材の相当真応力は、試験片横断面全体について（切欠き材のときは切欠き底横断面）ならびに全クリープ過程を通じて、切欠き材のそれよりいくぶん大きくなり、とりわけクリープの初期において大きくなる。このことは他の公称応力レベルでのクリープ実験結果についても同じことがいえる。

では、相当真応力の比較基準で両試験材のクリープ破断実験結果はよい一致をみるであろうか。結果的にはクリープ中の相当応力の増加を考慮に入れた相当定常応力 $\bar{\sigma}_e$ （相当応力漸増下のクリープ破断時間と同一の時間でクリープ破断するような一定の換算相当応力）¹⁰⁾でもって比較しても両者は必ずしもよい一致をみない。すなわち、Fig. 9 の $\bar{\sigma}/\sigma_y$ に基づく $\bar{\sigma}_e/\sigma_y$ の計算値は、実験を行なった範囲において切欠き材の場合 $0.89-0.90$ であり、平滑材の場合は $0.94-0.95$ である。ゆえに、両試験片における σ_y は破断寸前で急増する以外は断面収縮にともなう $\sigma_y/\sigma_{y0} = 1 + \epsilon_y \approx 1.15$ 程度に単調に増加するものと見積ると（ ϵ_y は負荷時間比 $t/t_r \approx 0.5$ で 0.15 程度で見積る）、切欠き材および平滑材のクリープ破断曲線は $\bar{\sigma}_e$ の比較基準による場合は Fig. 6 の点線のようにになる。Fig. 6 の点線表示において、 $\bar{\sigma}_e$ による比較基準は初期引張応力 σ_{y0} によるものに比べて明らかに両実験結果の差を縮めることに寄与するが（RTR で約 1.7 となる）、 $\bar{\sigma}_e$ を用いてもなお切欠き材の破断寿命が平滑材のそれに比べて長くあることには変わりがない。したがって、切欠き材のクリープ破断寿命を平滑材のそれより Mises の相当応力基準で推定する際、クリープにともなう真応力の増加を考慮するだけでは不充分であり、それ以外に切欠き材の破断寿命が長くなる因子あるいは平滑材のそれが短くなる因子を付加的に考慮しなければならない。

3・4 応力多軸性、とりわけ静水圧応力成分の影響

上述の付加的因子としてまず考えられることは応力の多軸性、とりわけ正の静水圧応力成分の影響である。一般に金属材料の破断に対して応力の多軸性が顕著な影響をもつことが知られており、金属材料の高温クリ

ープ破壊に対してもこのことが内圧円筒管の破壊などを通じて指摘されてきた。しかし、静水圧力下的高温クリープおよびその破壊の実験をつうじて、負の静水圧応力が定常クリープ速度を著しく減少させかつ破断寿命を著しく増大させる効果をもつことについて定量的な評価が行なわれたのはごく最近のことである。ここでは、切欠きクリープ破断寿命におよぼす正の静水圧応力の影響について考察することにする。

さきに述べた Fig. 9 の実線に示す応力比 A について調べると、平滑材の A は t/t_r に対してほぼ直線的に増大し、しかも横断面中心部 ($x/a=0$) と切欠き底近傍 ($x/a=3/4$) における値に大差がみられず、したがって $x/a=1$ のごく近傍を除いて横断面における A の値の分布は全クリープ過程を通じてほぼ一様と考えられる。これに対して、切欠き材の場合には、切欠き底横断面中心部の A の値がクリープ破断に至る間 $A \approx 0.5$ と平滑材より大きな値をとりしかもそれがほとんど変化しないのに比べて、切欠き底近傍 ($x/a=3/4$) では A の値が中心部のそれより小さくかつ時間的に大きく変動し、第2期クリープ段階では平滑材の A の値もしくはそれ以下の値まで低下する。なお、切欠き材の $x/a=3/4$ における A の値は、切欠き材の左右切欠き部の応力分布が実験結果のパラッキが多少左右非対称となることもあって多少のパラッキがあるが、Fig. 9 の実験の傾向は他の応力レベルのクリープ実験結果においても確認することができる。したがってこの種の材料の切欠き強化の一因として、切欠き底近傍における正の静水圧応力成分がクリープ中、とりわけ第2期クリープ段階において平滑材の挙動と反対に激減する効果を推測することができよう。なお、高温クリープ破断寿命におよぼす正の静水圧応力成分の影響については、同一相当応力についてその成分の値が大きくなるほど寿命は短くなり反対にその値が小さくなるほど長くなる傾向にある。しかしながら、切欠き強化におよぼす静水圧応力成分の寄与についてはさらにクラックの伝ばにおよぼす同成分の影響も含めて、さらに詳細な検討が必要であり、今後継続して研究をすすめる予定であることを付言しておく。

3・5 初期異方性の影響

初期異方性を考慮した場合の α および β 方向の各クリープ応力成分は前述の(5)式で与えられるが、これらの式における直交異方性のパラメータ α_x は Fig. 5 に示した最小クリープ速度-応力曲線より求めることができる。初期異方性の影響については、たとえば Fig. 10 に示すように応力の多軸性に対してほとんど影響を与えないことがわかる。

4 結 言

極軟鋼 (SPHC 圧延鋼板) の切欠き板状試験片の温

Fig. 10. Effect of initial anisotropy of the material on the distribution of multiaxiality of the stresses along the cross section of the notch bottom.

度 500°C におけるクリープ破断実験結果から以下のことが結論できる。

(1) 切欠き底横断面の応力分布はクリープの比較的初期において急激に変化し、すでにその応力集中(初期の応力集中係数は3.56)が緩和されて以後の分布はクリープ中大きく変わらず、ひずみの集中率もほとんど変化しない。

(2) 本材料のように高温クリープに対して大きな延性を示す材料では、公称応力基準によるクリープ破断寿命について明らかに切欠き強化(RTRで約2.3)を示すが、クリープにともなう応力増加を切欠き材および平滑材ともに考慮した相当定常応力基準による比較においても、両者の差が公称応力基準のものよりいくぶん小さくなるものの、切欠き材の寿命が平滑材のそれより長くなることには変わりがない。

(3) この差を説明する一因子として、切欠き底近傍における正の静水圧応力成分の値が切欠き底横断面中央部におけるそれより低くなり、さらに平滑材のくびれ底近傍における正の静水圧応力成分の値より低くなる場合を推定できるが、この点についてはさらに詳細な検証が必要である。

(4) 本供試材は圧延方向とそれに直角方向によってクリープ破断時間が異なり(直角方向においてクリープ破断寿命が短くなる)初期直交性をもつが、相当定常応力および応力の多軸性に対してほとんど影響を

与えない。

本研究を行なうにあたり試験片の提与をえた豊田中央研究所の青山成恒および並川宏彦両氏に対して感謝するとともに、本実験に卒業研究の一環として協力された当時、立命館大学理学部学生の大島康弘および中野金一郎両君に対して識意を表するものである。

付 録

直線60°V切欠き（曲線半径 $\rho=1\text{mm}$ ）の応力集中

Fig. 11. Element division for finite element analysis of notched specimen.

Fig. 12. Comparison between the analytical distribution of axial stress on the cross section of the notch bottom based on Neuber's theory and that based on finite element method.

係数の算定は Fig. 11 に示す三角要素による有限要素法による弾性計算によった。なお、要素数は、197、節点数は 122、荷重は 600 kg で平均応力 $p=7.50\text{ kg/mm}^2$ である。Fig. 12 の点線は、有限要素法による切欠き底横断面上における軸応力 σ_y の分布を示し、その切欠き底における最大応力は $\sigma_{y\text{max}}=3.72p$ となる。他方、図の実線は、双曲線 60°V 形切欠きの σ_y の分布を Neuber の弾性式によって求めたものであり、図からわかるように Neuber の $\sigma_{y\text{max}}=3.56p$ は有限要素法によるものよりいくぶん低くなり、また横断面上の σ_y の分布値も有限要素法によるものより低くなる。

(昭和45年8月26日 第10回高温強度シンポジウムにて講演)

参 考 文 献

- 1) たとえば、総括的なものとして、ASTM, STP. No.128 (1952); ASTM, STP. No.260 (1959); 宮川松男, “クリープ変形理論と設計,” (1963) 日刊工業新聞。
- 2) たとえば、総括的なものとして、平 修二, 大谷隆一, “金属材料の高温強度 (平 修二編),” p 163 (1968) 養賢堂。
- 3) 大南正瑛, 材料, **16**, 161 (1967); 大南正瑛, 元家勝彦, 吉田信夫, 材料, **18**, 226 (1969)。
- 4) 大南正瑛, 元家勝彦, Proc. 12th Jap. Cong. Mat. Res., 78 (1969); 大南正瑛, Proc. 13th Jap. Cong. Mat. Res., 120 (1970); 元家勝彦, 山藤哲郎, 大南正瑛, 第14回材料研究連合講演会前刷, p.147 (1970-10) 材料に投稿中; 大南正瑛, 元家勝彦, 山藤哲郎, 材料, **20**, 395 (1971)。
- 5) 大南正瑛, 元家勝彦, 材料, **20**, 236 (1971)。
- 6) 大谷隆一, 材料, **19**, 160 (1970); 平 修二, 大谷隆一, IUTAM, Symposium (1968), “Thermoelasticity” (ed. B. A. Boley), p.297 (1970) Springer-Verlag
- 7) 平 修二, 大谷隆一, 伊藤 隆, 第14回材料研究連合講演会前刷, p 91 (1970-9)。
- 8) Hu, L. W., J App. Mech., **21**, 444 (1954)。
- 9) 田中吉之助, 中島 稔, 材料, **12**, 142 (1963)。
- 10) 大南正瑛, 阿波屋義照, Proc. 6th Jap. Cong. Test. Mat., 61 (1963); 大南正瑛, 元家勝彦, Proc. 9th Jap. Cong. Test. Mat., 39 (1966)。
- 11) Davis, E. A., Trans. ASME, Ser. D, **82**, 453 (1960)。
- 12) Butcher, B M., and A. L. Ruoff, J. App. Phys., **32**, 2036 (1961)。
- 13) Hull, D., and E. Rimmer, Phil. Mag., **4**, 673 (1959)。