応力こう配がある場合の鑄鉄の破断強度について*

野 口 徹**

On the Rupture Strength of Cast Iron under Non-Uniform Stress Distribution

by

Tōru NOGUCHI

(Faculty of Engineering, Hokkaido University, Sapporo)

Much work has so far been made on the problem of the strength and rupture of materials under non-uniform stress distribution in such cases as bending, torsion and tension of notched bars. It is well known that the beams of gray cast iron can support 15-25% larger bending moment than the theoretical rupture moment calculated upon the maximum tensile stress hypothesis. This is attributed to the existence of non-uniform stress distribution by bending, though the relation between the rupture strength and stress distribution is not clear.

The author carried out some experiments about the influence of non-uniform stress distribution on the rupture strength of cast iron by the bending test. Using rectangular specimens of different depths each specimen was measured regarding its rupture moment and strain on the surface.

The results obtained are summarized as follows ;

(1) In static bending of gray cast iron, the ratio of the measured rupture moment M_b and the theoretical moment M_{th} , of which the latter was calculated upon the maximum tensile stress hypothesis, changes with increase of its depth h . M_b/M_{th} increases with decrease in h , and the rupture moment decreases to the theoretical value by increasing h .

(2) The author defined the strain gradient x_e by $x_e = 1/\epsilon_1(ds/dx)_1$, and found that there was relation between x_e and M_b/M_{th} , where $M_b/M_{th} = 1 + \sqrt{\delta x_e}$. The type of the relation as mentioned above was similar to that which was proposed by Siebel and Petersen on the fatigue strength of notched bars.

(3) In the relation, δ is regarded as material constant. For the gray cast iron used in the present experiment, δ was about 0.25 mm. This value was almost the same as that obtained by Stieler on the fatigue strength of notched cast iron.

(4) The rupture moment of cast iron beams can not be calculated by the bending strength which is determined as material constant. The bending strength varies according to the stress or strain gradient in the beam.

(Received Sep. 17, 1970)

1 緒 言

静的応力条件下における材料の降伏あるいは破壊について種々の仮説が提唱されているが、それらの多くは、曲げ、ねじり、あるいは切欠きがある試験片の引張りなどのように、応力こう配の影響を無視し得ない場合に直接適用することができない。郡らは数種の金属のねじり、有孔板の引張りなどの場合について実験し、降伏点に及ぼす応力こう配の影響に関する興味ある結果を得ている。一方、ぜい性的な挙動を示す材料の破壊については、一般に最大引張応力が一定値に達した時に破壊するとして取扱われるが、このような考

え方を応力こう配が存在する場合にそのまま適用することはできない。ぜい性材料のひとつであるねずみ鑄鉄について、矩形断面梁の曲げ破壊が最大引張応力説によって計算されるモーメントでは起こらず、これより15~25%大きなモーメントで破断することが Pinegin, 中四らによって古くから指摘されているが、これも曲げによる応力こう配の影響によるものと考えられる。

中西は、鑄鉄の曲げ破壊と軟鋼梁の曲げ降伏との類似性を指摘し、高さ h 、幅 b の矩形断面梁の破断モーメントを、よく知られている $M_b = 1/2 n \cdot b h^2 \cdot \sigma_t$ なる式によって与えた。さきに著者は、梁の高さが10~20 mm の鑄鉄試験片に対して、この式が実験値とよく一

* 原稿受理 昭和45年9月17日

** 正 会 員 北海道大学工学部 札幌市北13条西8丁目

致することを確かめた⁴⁾。しかしながら、同時に、この式には後述のように、理論的、現象的にいくつかの疑問点が残ることを指摘した。この論文において著者は、⁵⁾ 鉄の曲げ破断の問題を、応力-ひずみ関係が直線でない⁶⁾ 脆性材料が、応力こう配が存在する状態で破断する場合の一般的な問題として取り上げ、これに、切欠き疲労破壊強度に対して Siebel, Petersen⁵⁾らが提案した突張係数と応力こう配との関係の扱い方と類似の考え方を適用することを試みた。そのための実験として、梁の高さ h の変化による破断強度の変化を求め、その結果を、著者の定義するひずみこう配を用いて整理し、理論的に考察した。なお鉄鋼においては黒鉛片が内部切欠きとして作用し、単純引張りにおいても微視的な応力こう配が生じているものと考えられるが、ここでは連続体として取扱った場合の巨視的な応力およびひずみこう配の影響について考察した。

2 鉄の破断強度

引張りおよび圧縮における応力-ひずみ関係が Fig. 1 のような材料の矩形断面梁の破断モーメントは、梁の引張側の外皮応力が、引張強度 σ_t に達して破断するものとして(1)式のように表わされる。

$$M_{th} = \frac{bh^2}{(\epsilon_1 + \epsilon_2)^2} \left[\int_0^{\epsilon_1 = \epsilon_t} f_1(\epsilon) \epsilon d\epsilon + \int_0^{\epsilon_2} f_2(\epsilon) \epsilon d\epsilon \right] \quad (1)$$

ただし、力の釣り合いより、

$$\int_0^{\epsilon_1} f_1(\epsilon) d\epsilon = \int_0^{\epsilon_2} f_2(\epsilon) d\epsilon \quad (2)$$

b, h ; 梁の幅および高さ

ϵ_1, ϵ_2 ; 梁の引張側および圧縮側の外皮ひずみ

$\sigma_1 = f_1(\epsilon), \sigma_2 = f_2(\epsilon)$; 単純引張りおよび圧縮における応力-ひずみ関係

ϵ_t ; 単純引張りにおける破断ひずみ

ここで、梁の横断面は梁の変形後も平面を保ち、各部分の応力とひずみの関係は単純引張り、圧縮における応力-ひずみ関係に等しいとする。

M_{th} は、梁のある一点の応力が引張強度に達した場合に破壊が起こるという最大引張応力説の考えにしたがう理論破断モーメントである。

しかし、実際の鉄の梁の曲げ破断はこのモーメントでは起こらず、これより15~25%大きなモーメントで破壊する。したがって、外皮は見掛け上、単純引張りにおける破断強度以上の応力に耐えることになり、最大引張応力説は、鉄梁の曲げ破断に対しては成り立たない。中西はこの現象を、軟鋼梁の曲げ降伏が梁の外皮応力が単純引張りの降伏応力 σ_y に達するモーメント、 $1/6 bh^2 \cdot \sigma_y$ では起こらず、これにより1.5倍大きなモーメントである $1/4 bh^2 \cdot \sigma_y$ で降伏し、曲げにおける外皮の降伏点は $1.5 \sigma_y$ まで上昇すると同様の現象であると考えた。その結果提案したのが(3)式で表わされる鉄の矩形断面梁の曲げ破断モーメントである。

$$M_b = \frac{n}{2} \cdot b \cdot h^2 \cdot \sigma_t \quad (3)$$

b, h ; 梁の幅および高さ

n ; 梁の中立軸より引張側外皮までの距離と h との比

σ_t ; 単純引張試験における引張強度

この場合、引張側の外皮は単純引張りにおける応力-ひずみ関係を延長した曲線上の応力-ひずみ関係によって、引張強度よりも大きな応力値をとるものと仮定している。

著者の実験によれば、FC15~FC30の8種類の鉄の $20 \times 20(\text{mm})$ の正方形断面の試験片に対して、(3)式によって与えられるモーメントは1~3%程度の誤差で実測値とよく一致した。しかしながら(3)式は、次のような諸点について、なお問題が残ると考える。すなわち、

(1) (3)式によって計算される破断モーメントと最大引張応力説によって計算される理論破断モーメントの偏差は、中立軸の移動の程度を示す係数 n のみによって決まる。 n の値は、単純引張り、圧縮における応力-ひずみ関係が求められれば、(2)式から計算することができるが、引張りと圧縮の応力-ひずみ曲線が対称である場合には、曲線の形状のいかんにかかわらず $n=1/2$ となり、破断モーメントは $M_b = 1/4 \cdot b \cdot h^2 \cdot \sigma_t$ にて与えられる。中西理論の出発点である軟鋼梁の降伏に対して、降伏モーメントは $M_y = 1/4 \cdot b \cdot h^2 \cdot \sigma_y$ (σ_y : 引張りにおける降伏応力) となり、曲げの降伏応力は、常に引張りの降伏応力の1.5倍になる。しかしながら、西原、平の実験は、種々の鋼の実測曲げ降伏モーメント M_y と、外皮の応力が降伏点に達する理論降伏モーメント M_{thy} との比 M_y/M_{thy} が、鋼の応力-ひずみ曲線の特徴によって1.0~1.5の間で変化する、という結果を得ている。軟鋼のように、弾性変形

Fig. 1. σ - ϵ curve of non-linear brittle material.

量に比べて 塑性変形量の大きな材料では $M_y/M_{thy} = 1.5$ になるが、焼入れ鋼のように塑性変形量の小さな材料の場合には、応力-ひずみ曲線が引張り、圧縮で対称であるにもかかわらず、 $M_y/M_{thy} = 1.0$ であり、降伏応力は最大引張応力説によって計算される応力と一致する。これから考えるならば、鋳鉄のようなぜい性的な材料の場合にも、その応力-ひずみ曲線の形状あるいは破断時の塑性変形の量によって M_b/M_{th} の値が変化し、塑性変形なしに破断する完全弾-ぜい性材料 (Fig. 2) では、最大引張応力説から計算される破断モーメント、 M_{th} で破断が起こることが予想される。

Fig. 2. σ - ϵ curve of linear brittle material.

(2) 鋳鉄梁の曲げ破断および軟鋼梁の曲げ降伏のいずれの場合にも、外皮の応力は引張強度あるいは降伏点を超えた後は、単純引張りにおける応力-ひずみ曲線の延長上の関係によって応力が上昇すると仮定しているが、軟鋼梁の外皮応力を X 線によって測定した西原⁸⁾、平の実験は、そのような事実を認めていない。また、鋳鉄の曲げ破壊の過程を顕微鏡で観察した著者の実験によれば破断以前にすでに外皮にき裂が生ずるのであって、そのような部分的に破壊した状態で引張強度より大きな応力に耐えることは考え難い。

(3) 係数 n は引張りと圧縮の応力-ひずみ曲線の差異のみによって定まり、試験片の寸法・応力こう配と無関係に表わされる。しかしながら、鋳鉄の曲げ破壊が(1)式で計算されるモーメントでは起こらない、という現象を、曲げによる応力こう配の影響によるものと考えられる場合には、破断モーメントを(3)式のような簡単な形で表わすのは不十分であるように思われる。曲げ試験においては、応力こう配 $d\sigma/dx$ は試験片の高さ h によって直接変化するから、 h の変化は梁の破断強度になんらかの影響を与えることが予想される。石田の実験では、 h が 8 mm から 25 mm の試験片について、 M_b/bh^2 が一定であり、梁の高さによる強度への影響はないとしているが、一方、池田らの実験では、梁の高さ 10 mm の試験片と 20 mm の試験片について、モーメントと外皮ひずみの関係および破断時

の外皮ひずみに明らかな差異を認めている。したがって中西の理論において無視されている試験片の寸法の影響は、応力こう配による強度の変化の問題を取扱う上で重要である。

以上の観点から著者らは応力こう配の影響に着目して、破断強度に及ぼす梁の高さの影響に関する以下のような実験を行ない、その結果を考察した。

3 破断強度に及ぼす梁の高さの影響に関する実験

3・1 実験方法

実験に供した材料は FC 25 級のねずみ鋳鉄で、250 × 500 × 40 (mm) の板状に鋳込み、鋳造応力除去のため、520℃で 90 min 焼なましした後、Table I に示すような、高さを 4 mm から 30 mm まで 8 種類に変えた曲げ試験片を採取した。なお $h=30$ mm と $h=25$ mm の試験片は、それぞれ、 $h=4$ mm および $h=8$ mm の試験片と同一箇所から同一方向に採取し、幅方向と高さ方向を逆にして使用した。他の試験片については、幅 b は適宜決定した。表面は長手方向に研削仕上げを施した。曲げ試験は、Table I に示すようにスパンを変えた 4 点荷重により行なった。試験片中央

Table I. Dimensions of test pieces for bending and spans of four point loading.

(mm)			
h	b	L	l
4	30	100	30
5 5	30	100	30
8	25	150	70
15	15	200	70
20	10	200	70
25	8	200	70
30	4	$\begin{cases} 200 \\ 200 \end{cases}$	$\begin{cases} 70 \\ 30 \end{cases}$
10 5	8	120	30

h Depth of specimen
 b Width of specimen

Test piece for tension

Test piece for compression

Fig. 3. Dimensions of test pieces for tension and compression test.

部の引張側の外皮に貼った抵抗線ひずみゲージにより、荷重と外皮ひずみの関係を測定し、また、破断荷重と破断ひずみを求めた。一方、理論 $M/bh^2-\epsilon_1$ 曲線、および(1)式による理論破断モーメント M_{th} を求めるために、単純引張りおよび圧縮試験を行ない、応力-ひずみ曲線と引張強度 σ_t 、および破断ひずみ ϵ_t を求めた。試験片はFig. 3に示すごとくである。応力は荷重を原断面積で除した値とし、ひずみは試験片の平行部の両側に貼った抵抗線ひずみゲージにより求めた。曲げ試験および引張り、圧縮試験に用いた試験機はロードセルタイプの10 t 万能材料試験機である。

3・2 実験結果

引張りおよび圧縮試験の結果をFig. 4に、また曲げ試験の結果を Table II に示した。引張強度は 26.7 kg/mm²、引張破断ひずみは 5520×10^{-6} であった。曲げモーメントは試験片中央部で一様とみなし、 $M =$

Fig. 4. σ - ϵ curve from tension and compression test

$(L-l)/4 \times P$ (P ; 引張試験機荷重計の読み) として計算した。

曲げ試験によって得られたモーメント-外皮ひずみ関係と、Fig. 4の応力-ひずみ曲線から(1)式の場合と同じ手法の積分計算によって得られる理論モーメント-外皮ひずみ曲線とをFig. 5に示した。横軸は外皮ひずみ、縦軸はモーメントを bh^2 で除した値である。理論曲線の作図において、 $\epsilon_1 \geq 5520 \times 10^{-6}$ の範囲では単純引張りにおける応力-ひずみ曲線が定義されていないので、Fig. 4の応力-ひずみ曲線を滑らかに延長した値によって計算し、破線で示した。これについては、中西も述べているとおり、よほど不自然な延長の仕方をしないかぎり、延長の仕方による差はわずかである。

曲げ試験で得られたモーメント-外皮ひずみ関係は、だいたい理論曲線に一致している。実測値のほうがいくらか上側にくる傾向があるが梁の高さによる差異は認められない。 $h=15$ mm の試験片の場合のみ、曲線、破断点ともに、理論曲線の下側になったが、これは後

Fig. 5. $M/bh^2-\epsilon_1$ curves and rupture points.
————— Calculated
----- Measured (Examples)

Table II Results of bending test.

No	h (mm)	b (mm)	P_b (kg)	ϵ_{1b} ($\times 10^{-6}$)	M_b/bh^2	M_b/M_{th}	$2/h$
1	4 00	30 06	232	11 750	8 47	1 30	0 500
2	4 03	30 06	235	11 720	8 57	1 31	0 497
3	5 52	30 03	430	11 500	8 25	1 27	0 363
4	5 52	30 06	450	11 530	8 63	1.32	0 363
5	5 52	30 03	430	11 100	8 25	1 27	0 363
6	8 01	25.02	656	9 875	8 13	1 25	0 250
7	14 95	15 10	790	9 810	7 58	1 16	0 134
8	20 30	9 99	950	8 340	7 47	1 15	0 099
9	20 10	10 00	972	8 815	7 78	1.19	0 100
10	24 99	7 93	1 160	8 210	7 60	1 17	0 080
11	30 07	4 03	828	7 330	7 37	1.13	0 067
12	30 03	3 99	620	7 050	7 34	1 13	0 067
13	10 53	8 03	656	—	7 90	1 21	0 190

P_b ; Rupture load
 ϵ_{1b} ; Rupture surface strain (Tension side)
 M_b ; Rupture moment

述のように、材質のばらつきによるものと思われる。

(1)式によって計算される理論破断モーメントは、Fig. 5において $\epsilon_1 = \epsilon_t = 5520 \times 10^{-6}$ とおくことにより、 $M_{th}/bh^2 = 6.52 \text{ kg/mm}^2$ になるが、実際の破断はこのモーメントでは起こらず $h = 30 \text{ mm} \sim 4 \text{ mm}$ に対して、 M_b/bh^2 は $7.34 \sim 8.63 \text{ kg/mm}^2$ の範囲で順次大きな値が得られた。最大引張応力説によって計算される理論破断モーメントと実測された破断モーメントの比 M_b/M_{th} は $1.1 \sim 1.3$ であるが、 h が小さいものほど大きな値である。また、中西の提唱による(3)式で計算される破断モーメントは $M_b/bh^2 = 7.50 \text{ kg/mm}^2$ となり、 $h = 15 \text{ mm} \sim 25 \text{ mm}$ の試験片に対しては実測値とほぼ一致しているが、 h がこの範囲からはずれるにしたがって一致しなくなる。すなわち $h = 4 \text{ mm} \sim 8 \text{ mm}$ の試験片ではこれより大きくなり、 $h = 30 \text{ mm}$ の試験片ではこれより小さく、 $M_b/bh^2 = 7.34 \sim 7.37 \text{ kg/mm}^2$ のモーメントで破断している。また、破断ひずみについても、破断が最大引張応力説にしたがうとすれば、 $\epsilon_1 = 5520 \times 10^{-6}$ で破断することになるが、実際にはこの点では破断せず、 h の小なる場合ほど大きなひずみで破断している。 $h = 30 \text{ mm}$ の試験片では、外皮の破断ひずみは単純引張破断ひずみの約 1.3 倍であるが、 $h = 4 \text{ mm}$ の試験片の場合には約 2.1 倍に達する。このような、試験片の高さの違いによる破断ひずみの変化は池田、岡村の実験結果にも現われている。

3・3 考 察

前項の実験から、梁の高さ h により破断点が変わることが明らかになったが、その原因が、予想されるように応力こう配の変化によるものであるとしても、その前に他の要因の影響について検討する必要がある。

(1) 材質の不均一について

まず板状の試料の内部と外部、あるいは中央部と周辺部における材質の差による影響が考えられる。

3・1 で述べたごとく、 $h = 30 \text{ mm}$ の試験片と $h = 4 \text{ mm}$ の試験片および $h = 25 \text{ mm}$ の試験片と $h = 8 \text{ mm}$ の試験片は、同一箇所から採取して使用したから、これらの試験片では採取位置による材質の差は無視できるであろう。また、鋳物の特質から、板状の試料の外部は、中部よりも材質が強い可能性がある。したがって、もしこのことが曲げ強度に影響を与えるとすれば、外部が曲げの外皮付近となる $h = 30 \text{ mm}$ および $h = 25 \text{ mm}$ の試験片のほうが外部が幅方向の両側になる h の小さな試験片の場合よりも強くなるものと考えられる。しかし、これは実験結果の傾向とは逆である。また、現在までの多くの実験例によれば、材質の差異は応力-ひずみ曲線に影響し、引張強度にほぼ比例して応力-ひずみ曲線の形状が変化する傾向にある。したがって、 $M/bh^2 - \epsilon_1$ 曲線もまた応力-ひずみ曲線と同様に、材質

Fig. 6. $M/M_{th} - \epsilon_1$ curves of various materials of different strength.

に対して Fig. 6 のように変化するはずである。Fig. 5 の実験結果では、 h の大きな試験片と小さな試験片の間に、このような差はみられない。 $h = 15 \text{ mm}$ の試験片の $M/bh^2 - \epsilon_1$ 曲線のみがやや低い値を示したが、これについて引張試験を行なった結果、Fig. 4 よりもやや低い応力-ひずみ関係が得られ、Fig. 5 の実験結果と対応した。このことから上記の推論が裏づけられる。これらのことから、前項の実験結果は材質の不均一が直接の原因であるとは考えられない。

(2) スパンの影響について

曲げ試験においては、モーメントの腕の長さ r と梁の高さ h との比によって見掛けの曲げ強度が変化すると予想される。Spaderna¹¹⁾ はぜい性材料の見掛けの曲げ強度 F と真の曲げ強度 S との間に $S = F(1 + 0.0289 h/r)$ なる関係があてはまると述べているが、これを前項の実験結果に適用すれば $h = 30 \text{ mm}$ 、 $l = 70 \text{ mm}$ の場合、 h/r による補正は約 1.5%、 $h = 4 \text{ mm}$ の場合は 0.3% であって、ほとんど無視し得る。また、 $h = 30 \text{ mm}$ の試験片については、 $h/r = 0.46$ ($l = 70 \text{ mm}$) と $h/r = 0.35$ ($l = 30 \text{ mm}$) の 2 種類のスパンで曲げ試験を行なったが、 $M/bh^2 - \epsilon_1$ 曲線にも、破断強度にもほとんど差がみられなかった。したがって、 h/r の値の大小が実験結果に大きく影響しているとは考えられない。

(3) 試験片の幅 b の影響について

梁の高さ h に比べて幅 b が非常に大きい場合には、梁の応力状態は平面応力よりもむしろ平面ひずみ状態に近くなるから、これが破断強度に及ぼす影響についても検討する必要がある。しかしながら、 $h = 4 \text{ mm}$ と $h = 5.5 \text{ mm}$ の試験片では、幅 b は等しく 30 mm であるにもかかわらず、破断モーメント (M_b/bh^2) および破断ひずみに差がみられ、また $b = 8 \text{ mm}$ である $h = 25 \text{ mm}$ と $h = 10.5 \text{ mm}$ (No. 13) の試験片についても破断モーメントが異なるという結果が得られている。したがって、この差異が試験片の幅の相異による応力状態の変化に起因するとは考え難い。

以上のことから、材質の不均一、モーメントのアー

しては、本実験の結果に直接かつ本質的な影響を及ぼしているとは考えられない。したがって、試験片の高さを変えることによる、より直接的な影響として、応力こう配の変化の影響について検討してみる必要がある。

4 応力こう配の影響についての考察

切欠き疲労強度において、弾性学的に計算される応力集中係数 α と、切欠きによる実際の疲労強度の低下割合 β (切欠き係数) とは一致せず、一般に $\alpha \geq \beta$ である。Siebel⁵⁾ らは $\alpha/\beta = N$ とおいて、 N を突張係数、あるいは支持強化係数と呼び、 $N \geq 1$ であるのは、実際の材料が完全な弾性連続体でないために、応力こう配の影響により、破断点が弾性理論によって計算される値からはずれることによると解釈している。 N の値は応力こう配によって変化し、応力こう配を $x = 1/\sigma \cdot (d\sigma/dx)$ と定義すると

$$N = 1 + \sqrt{\delta \cdot x} \quad \delta; \text{材料定数} \quad (4)$$

なる関係があることを実験的に見出した。

(4)式は疲労強度に関して求められたものであり、本実験は鋳鉄の静的な破壊強度についてであるが、ぜい性的な破壊に対する応力こう配の影響という点に類似性が見い出される。

そこで、実験結果を(4)式と同様の形に整理してみる。

曲げ試験において、梁の縦断面は変形後も平面を保つと仮定すれば(厳密には表皮効果により、外皮のひずみがやや大きくなる)、梁の応力およびひずみ分布はFig. 7 のようになる。応力こう配 x と同様にひずみこう配 x_e を次式のように定義する。 $x_e = 1/\epsilon_1 \cdot (d\epsilon/dx)_1$ ここで、 x は梁の高さ方向の距離とし、サフィックス1は引張側の外皮における値を示すものとする。応力-ひずみ関係が直線で、引張りおよび圧縮で対称である場合には、Fig. 7 において、 $\epsilon_1 = \epsilon_2$, $\sigma_1 = \sigma_2$ であるから、 $x = x_e = 2/h$ と表わされる。しかしながら、鋳鉄の場合には応力こう配は $x = 1/\sigma_1 \cdot (d\sigma/dx)_1 \cdot (d\sigma/d\epsilon)_1 = 1/\sigma_1 \cdot (1/nh) \cdot (d\sigma/d\epsilon)_1$ となり、簡単な形で表わすことができない。また、破断時における実際の応力分布は、ひずみ分布から推定されるFig. 7 とは異なる

Fig. 7 Stress and strain distribution in bending.

り、外皮の近傍で応力値が急激に低下しているものと考えられるから、応力こう配 x よりもひずみこう配 x_e を用いるのが、より適当である。ひずみこう配 x_e はFig. 7 より、 $x_e = 1/\epsilon_1 \cdot (d\epsilon/dx)_1 = 1/nh$ 。ここで n は中立軸の移動割合を示す係数で、外皮のひずみ、 ϵ_1 , ϵ_2 を測定することにより、 $n = \epsilon_1/(\epsilon_1 + \epsilon_2)$ として求められる。多くの実験例によれば、破断時には $n = 0.55 \sim 0.59$ の値である。

破断時におけるひずみこう配 x_e を横軸とし、 M_b/M_{th} を縦軸としてプロットすればFig. 8 が得られる。Fig. 8 によって

$$M_b/M_{th} = 1 + \sqrt{\delta x_e} \quad (5)$$

の関係がほぼ成立することがわかる。 δ は材料定数とされているが、ここでは $\delta \approx 0.25 \text{ mm}$ である。すなわち、切欠き疲労強度について提案された $\alpha/\beta = 1 + \sqrt{\delta x}$ と同じ形の関係が静荷重による鋳鉄の破壊における応力こう配の影響に関しても成立するとみることができる。

Fig. 8. Relation between M_b/M_{th} and strain gradient x_e .

ここで、突張係数 N と M_b/M_{th} の関係について考えてみる。切欠き材における疲労強度の低下率 β と同様に、静荷重における切欠き材の破壊強度の低下率を β' とすると、 $\beta' = (\text{応力こう配がない場合の破壊応力}) / (\text{実際の切欠き材の平均破壊応力})$ 。一方、応力集中係数 α は、 $\alpha = (\text{弾性理論によるピーク応力}) / (\text{平均応力})$ 。したがって、ピーク応力が応力こう配がない場合の破壊応力に達して破壊すると考えた場合の破壊荷重を P_{th} 、実際の破壊荷重を P_b とすれば、 P_{th} および P_b における平均応力は P_{th}/A , P_b/A (A : 切欠き部の断面積) であるから、応力こう配がない場合の破壊応力を σ_t として、 α および β' はそれぞれ、 $\alpha = \sigma_t / (P_{th}/A)$, $\beta' = \sigma_t / (P_b/A)$ 。したがって、疲労強度における突張係数 $N = \alpha/\beta$ と同様に、静的破壊における突張係数を $N' = \alpha/\beta'$ とすると、 $N' = \alpha/\beta' = P_b/P_{th}$ すなわち、 N' はピーク応力が応力こう配のない場合の破壊応力に達して破壊すると仮定した場合の理論破壊荷重と、実際の破壊荷重との比である。これは本論

文で定義した M_b/M_{th} と同じ意味を有するものである。すなわち、 M_b/M_{th} は、静的破壊における突張係数と考えることができる。

突張係数に関する Siebel らの提案は切欠き疲労破壊の場合のみについてであるが、著者は以前に鋳鉄の静的破壊過程と、疲労破壊の過程とには、現象的に類似する点が多いことを指摘した。すなわち、鋳鉄の曲げ破壊においては、小荷重段階で、応力集中部である黒鉛片端に局部的な塑性変形や微細なき裂が生じ、荷重を増加させるにしたがって、これらが連結してさらに大きなき裂になる。破断直前には外皮に数分の 1 ミリ程度のわれが生じており、これが突発的伝ばに移行して梁は最終的破断にいたる。このような破壊の経過は、荷重の繰返しによって、破壊前に徐々に生長したき裂が、ある段階から急激に伝ばすることにより破断にいたる疲労破壊の場合と類似している。したがって、 α/β と α/β' および M_b/M_{th} の関係を考えると、疲労破壊の場合について得られた実験式が、静荷重の下においてぜい性的に破断する材料の強度と応力こう配との関係をも表わすものと解釈できる。

δ は Stieler によれば、すべり層の幅に対応しており、材料の結晶粒子の直径とほぼ等しい、としている。切欠き試験片の引張りあるいは曲げ疲労試験から、FC 30 級の鋳鉄に対しては $\delta \approx 0.25$ mm, FC 15 級の鋳鉄に対しては $\delta \approx 0.36$ mm の値を得ているが、これは本実験により静的曲げに対して得られた値 (0.25 mm) とほぼ一致している。

梁の破断モーメントが(1)式あるいは(3)式によって決定される場合には、破断モーメントを梁の断面係数で除した値は材質によって一定になり、いわゆる材質固有の曲げ強度が求められる。

しかし破断モーメントが(5)式によって計算されるならば、鋳鉄にはこのような意味での「曲げ強度」というべき値は存在しないことになる。すなわち、曲げ強度は試験片の寸法によって変わり、充分大型の試験片では $\alpha_e = 0$ となり、破断強度は(1)式によって計算される値に一致する。また(5)式において、 $\delta = 0$ の場合にはいかなる α_e の値に対しても常に $M_b = M_{th}$ になる。これは材質がじゅうぶんに緻密で、完全弾ぜい性体 (Fig. 2) と見なされる場合であり、3・1項で述べた焼入鋼は、これに相当するものと解釈できる。

5 結 言

鋳鉄の破断強度を応力こう配との関係に注目して、梁の高さを変えた曲げ試験により検討したが、得られた実験式は切欠き疲労強度における応力こう配の影響

の式と同じ形になった。結果は次のように要約される。

(1) 鋳鉄の静的曲げ試験において、破断モーメント M_b と、引張り、圧縮の応力-ひずみ関係と引張強度から計算される理論破断モーメント M_{th} との比 M_b/M_{th} は、梁の高さ h を変えることによって変化し、 h の小なるものほど大きくなり、曲げ強度は増加する。 h が大きくなるにしたがって、破断モーメントは、最大引張応力説によって計算される理論値に近づく。

(2) ひずみこう配を $\alpha_e = 1/\epsilon_1 \cdot (d_e/dx)_1$ と定義すると、 M_b/M_{th} と α_e との間には $M_b/M_{th} = 1 + \sqrt{\delta \alpha_e}$ なる関係が成立つ。これは、切欠き疲労強度について、Siebel, Petersen らが提案した突張り係数 $N = \alpha/\beta$ と応力こう配の間の関係と同じ形である。

(3) δ は材料定数と見なされるが、本実験の結果から得られた δ の値は、鋳鉄の切欠き疲労強度に対して Stieler が得た結果とほぼ一致している。

(4) 鋳鉄梁の破断モーメントは、材質固有の曲げ強度によって計算されるのではなく、切欠き引張りあるいは偏心引張りなど応力こう配が存在するような場合の破壊条件一般の問題であって、梁あるいは試験片の形状と寸法によって定まる応力こう配 (またはひずみこう配) と材料定数 δ を含む式によって算定されるものとする。

本論文では鋳鉄の曲げについてのみ実験し考察したが、切欠き引張りにおける静的強度、疲労強度との関係および材料定数 δ 、突張係数 N の力学的、材料学的意味などについては、さらに検討が必要である。

(昭和45年5月20日 日本材料学会第19期総会学術講演会にて講演)

参 考 文 献

- 1) 郡 利矩, 三木紀幸, 材料, **19**, 16 (1970).
- 2) 中西不二夫, 機械学会誌, **36**, 493 (1933).
- 3) 中西不二夫, 機械学会論文集, **18**, 68 (1952).
- 4) 野口 徹, 機械学会北海道支部第12回講演論文集, p. 61 (1968).
- 5) Siebel, Z., VDI **97**, 121 (1955).
- 6) 中西不二夫, 機械学会誌, **32**, 171 (1929).
- 7) 西原利夫, 平 修二, 機械学会論文集, **18**, 84 (1952).
- 8) 西原利夫, 平 修二, 機械学会論文集, **17**, 90 (1951).
- 9) 池田正二, 岡村健二, 機械学会論文集, **1**, 85 (1935).
- 10) 中村幸吉, 鋳物, **36**, 821 (1964).
- 11) Spaderna Experimental Mechanics, August (1961).
- 12) 川田雄一他, 「材料強度工学ハンドブック」, p. 427 (1966) 朝倉書店