平面熱応力問題の電氣的相似測定法について*

荻原 保右衛門** 黒田 訓 起*** 田 口 久 夫****

The Use of Electrical Simulator for Measurement of Thermoelastic Plane Surface

by

Yasuemon OGIWARA

(Okayama College of Science, Okayama)

Norioki KURODA

(Toshin Steel Co., Ltd., Tokyo)

and Hisao TAGUTI

(Toshin Steel Co., Ltd., Himeji Steel Works, Himeji)

It is generally known that the biharmonic equation can be solved upon mutual analogy in the use of resistance simulator, and that the problems concerning the equations for thermoelastic two-dimensional surface in the multiply connected regions will be divided between Laplace's and Poisson's equations.

In the present paper it is demonstrated theoretically that the problems concerning the equations of thermoelastic two dimensional surface in the multiply connected regions can be solved upon mutual analogy in the use of resistance simulator, and for its verification the estimation of stress distribution has accordingly been made in the circular ingot mould.

The agreement of the measurement made by using resistance simulator with the theoretical values is found to have been sufficiently established for practical purposes. Although there is some difficulty in setting boundary conditions when this method is used, and in spite of the errors that inevitably arise in numerical differentiation of stress function, this method is commendable as being efficient for estimation of thermal stress distributed in the multiply connected regions.

(Received Nov. 19, 1970)

1 緒 言

任意形状の重複連結領域の平面熱応力問題を理論的に解析することは困難である。しかし設計上の立場からいえば、理論的でなくともなんらかの方法で、実用上じゅうぶな精度を有する解が得られればじゅうぶ¹⁾なものであると思われる。P. J. Palmer, S. C. Redshawは重調和関数が抵抗回路網によって、近似的に相似解析せられうることに基ついて、平板の引張りおよび曲げを抵抗回路網によって相似解析しているが、平面熱応力問題の基礎式が重調和関数と関係があることから、平面熱応力問題も抵抗回路網によって相似解析せられ²⁾うるはずである。

本報告ではまず任意形状の重複連結領域の平面熱応力問題を解くための基礎式について述べ、次にこの式

が抵抗回路網によって電氣的に相似解析せられうることを説明し、その計算例として解析した丸型鋼塊用鑄型の造塊時に発生する熱応力を理論解と比較した。

2 基 礎 式

平面熱応力問題の応力成分は応力関数 χ を用いると次のように表わされる。

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 \chi}{\partial y^2}, \quad \partial y = \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^2}, \quad \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 \chi}{\partial x \partial y} \quad (1)$$

重複連結領域においては χ は次式で与えられる。

$$\chi = \chi_0 + \sum_{i=1}^n (C'_{1i} \chi_{1i} + C'_{2i} \chi_{2i} + C'_{3i} \chi_{3i}) \quad (2)$$

この $\chi_0, \chi_{1i}, \chi_{2i}, \chi_{3i}, C'_{1i}, C'_{2i}, C'_{3i}$ は次の条件で定められる。

(a) 任意の点について基礎式は

$$\nabla^4(\chi_0, \chi_{1i}, \chi_{2i}, \chi_{3i}) = (-EAT^2T, 0, 0, 0) \quad (3)$$

ここで $\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$, E =縦弾性係数, T =温度分布関数, $A = \alpha$: 平面応力の場合, $A = \alpha/(1-\sigma)$: 平面ひずみの場合, α =線膨張係数, σ =ポアッソン

* 原稿受理 昭和45年11月19日

** 正 会 員 岡山理科大学 岡山市宿

*** 正 会 員 東伸製鋼(株) 東京都千代田区丸の内

**** 正 会 員 東伸製鋼(株)姫路製鋼所 姫路市飾磨区細江

Fig. 1. Multiply-connected region.

比

(b) 境界条件 有限重複連結領域に対して, Fig. 1 のように境界に適当に番号 0, 1, 2, ..., n をつけるとき, 第 j 境界上の任意の点 P_j で, 境界の接線と一致しない任意の方向を λ として, 次の式で与えられる.

$$(x_0)_{P_j} = \left(\frac{\partial x_0}{\partial \lambda} \right)_{P_j} = 0 \quad (4)$$

$$\left(x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}, \frac{\partial x_{1i}}{\partial \lambda}, \frac{\partial x_{2i}}{\partial \lambda}, \frac{\partial x_{3i}}{\partial \lambda} \right)_{P_j} = (x_{P_j}, y_{P_j}, 1, \cos(x\lambda)_{P_j}, \cos(y\lambda)_{P_j}, 0) \delta_{ij} \quad (5)$$

ここで P_j は第 j 境界上の任意の点, その座標は (x_{P_j}, y_{P_j}) , δ_{ij} はクロネッカーのデルタ, $i=1, 2, \dots, n$, $j=0, 1, 2, \dots, n$

(c) 変形のくいちがいに関する条件 領域内の n 個の独立回路 $C_i (i=1, 2, \dots, n)$ に沿って回転 ω_i と変位 u , v が 1 価であるための条件は

$$\oint_{C_i} \left\{ \frac{\partial}{\partial \nu} \left(y \frac{\partial}{\partial \nu} - x \frac{\partial}{\partial s} \right), \left(x \frac{\partial}{\partial \nu} + y \frac{\partial}{\partial s} \right) \right\} \left[\nabla^2 \left\{ X_0 + \sum_{i=1}^n (C'_{1i} x_{1i} + C'_{2i} x_{2i} + C'_{3i} x_{3i}) \right\} + EAT \right] ds = 0 \quad (6)$$

ここで ds = 反時計方向における C_i の弧長線素, $d\nu$ = C_i の外向法線素

したがって (4) (5) 式のもとに (3) 式を解けば, $x_0, x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}$ が得られ, これを (6) 式に代入して $C'_{1i}, C'_{2i}, C'_{3i}$ を決定する. 所要の応力関数 χ は (2) 式によって完全に決定される.

3 電氣的相似法による熱応力関数の測定原理

(3) 式において

$$-EAT^2T = q_0 \quad (7)$$

とおき, さらに

$$\nabla^2(x_0, x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}) = (-M_0, -M_{1i}, -M_{2i}, -M_{3i}) \quad (8)$$

とおくとき, (3) 式は次の連立偏微分方程式に変換される.

$$\nabla^2(x_0, x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}) = (-M_0, -M_{1i}, -M_{2i}, -M_{3i}) \quad (9)$$

Fig. 2. Network pattern.

$$\nabla^2(M_0, M_{1i}, M_{2i}, M_{3i}) = (-q_0, 0, 0, 0) \quad (10)$$

(9) (10) 式を Fig. 2 の格子点 0 について階差表示を行なえば次の式をうる.

$$\frac{x_{0,1} + x_{0,2} - 2x_{0,0}}{\Delta x} + \frac{x_{0,3} + x_{0,4} - 2x_{0,0}}{\Delta y} = -\Delta x \Delta y M_{0,0} \quad (11)$$

$$\frac{M_{0,1} + M_{0,2} - 2M_{0,0}}{\Delta x} + \frac{M_{0,3} + M_{0,4} - 2M_{0,0}}{\Delta y} = -\Delta x \Delta y q_{0,0} \quad (11')$$

$$\frac{x_{m1,1} + x_{m1,2} - 2x_{m1,0}}{\Delta x} + \frac{x_{m1,3} + x_{m1,4} - 2x_{m1,0}}{\Delta y} = -\Delta x \Delta y M_{m1,0} \quad (12)$$

$$\frac{M_{m1,1} + M_{m1,2} - 2M_{m1,0}}{\Delta x} + \frac{M_{m1,3} + M_{m1,4} - 2M_{m1,0}}{\Delta y} = 0 \quad (12')$$

ここで $m=1, 2, 3$

次に電氣的シミュレーションを考えるための Fig. 3 および Fig. 4 の抵抗回路網を作製して考慮する. 各回

Fig. 3. Electrical network.

Fig. 4. Electrical network.

路網についてキルヒホッフの法則を適用すれば、Fig. 3 の低ポテンシャル格子網^{*1}については

$$\frac{v_{0,1}+v_{0,2}-2v_{0,0}}{r_{0,x}} + \frac{v_{0,3}+v_{0,4}-2v_{0,0}}{r_{0,y}} = -\frac{V_{0,0}}{R_{0,0}} \quad (13)$$

をえ、中ポテンシャル格子網については

$$\frac{V_{0,1}+V_{0,2}-2V_{0,0}}{\rho_{0,x}} + \frac{V_{0,3}+V_{0,4}-2V_{0,0}}{\rho_{0,y}} = -\frac{E_{0,0}}{R_{0,0}} \quad (13')$$

をうる。ただしそれぞれ $-v_{0,0}/R_{0,0}$ および $-V_{0,0}/R_{0,0}-V_{0,0}/R_{0,0}+v_{0,0}/R_{0,0}$ を無視しうる程度に $r_{0,x}$, $r_{0,y}$ に比して $R_{0,0}$ が, $\rho_{0,x}$, $\rho_{0,y}$ に比して $R_{0,0}$, $R'_{0,0}$ が大きいものとする。同様にFig. 4に示す抵抗回路網については次式をうる。

$$\frac{v_{m1,1}+v_{m1,2}-2v_{m1,0}}{r_{m1,x}} + \frac{v_{m1,3}+v_{m1,4}-2v_{m1,0}}{r_{m1,y}} = -\frac{V_{m1,0}}{R_{m1,0}} \quad (14)$$

$$\frac{V_{m1,1}+V_{m1,2}-2V_{m1,0}}{\rho_{m1,x}} + \frac{V_{m1,3}+V_{m1,4}-2V_{m1,0}}{\rho_{m1,y}} = 0 \quad (14')$$

換算係数 l_0 , $[\rho]_{0,c}$, $[r]_{0,c}$, $[R]_{0,c}$, $[R']_{0,c}$ および l_{m1} , $[\rho]_{m1,c}$, $[r]_{m1,c}$, $[R]_{m1,c}$ を考えて次の対応を行なう。

$$\left. \begin{aligned} \rho_{0,x} &= \frac{\Delta x}{\Delta y} [\rho]_{0,c} & R_{0,n} &= \frac{[R]_{0,c}}{\Delta x \Delta y} \\ \rho_{0,y} &= \frac{\Delta y}{\Delta x} [\rho]_{0,c} & R'_{0,n} &= \frac{[R']_{0,c}}{\Delta x \Delta y} \\ r_{0,x} &= \frac{\Delta x}{\Delta y} [r]_{0,c} & v_{0,n} &= l_0 X_{0,n} \\ r_{0,y} &= \frac{\Delta y}{\Delta x} [r]_{0,c} & V_{0,n} &= l_0 M_{0,n} \frac{[R]_{0,c}}{[r]_{0,c}} \\ E_{0,n} &= l_0 q_{0,n} \frac{[R]_{0,c} [R']_{0,c}}{[\rho]_{0,c} [r]_{0,c}} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

$$\left. \begin{aligned} \rho_{m1,x} &= \frac{\Delta x}{\Delta y} [\rho]_{m1,c} & R_{m1,n} &= \frac{[R]_{m1,c}}{\Delta x \Delta y} \\ \rho_{m1,y} &= \frac{\Delta y}{\Delta x} [\rho]_{m1,c} & v_{m1,n} &= l_{m1} X_{m1,n} \\ r_{m1,x} &= \frac{\Delta x}{\Delta y} [r]_{m1,c} & V_{m1,n} &= l_{m1} M_{m1,n} \frac{[R]_{m1,c}}{[r]_{m1,c}} \\ r_{m1,y} &= \frac{\Delta y}{\Delta x} [r]_{m1,c} \end{aligned} \right\} \quad (15')$$

ここで $n=0, 1, 2, \dots, n$

(15)式を(13)式に, (15')式を(14)式に代入すれば, (11)(11')式および(12)(12')がそれぞれ(13)(13')式および(14)(14')式に対応することがわかる。これは(3)式がFig. 3, 4の抵抗回路網によって近似的に相似解析されうることを示すものである。

*1 Fig. 3 において負荷される百数十Vの電圧に対して, Fig. 3 および Fig. 4 の格子網において抵抗 ρ によって構成された回路網には数 V の電流が, 抵抗 r によって構成された回路網には数 mV の電流が流れるように回路を構成したので, それぞれ中ポテンシャル格子網, 低ポテンシャル格子網ということにした。

次に(4)(5)式に(15)(15')式を代入すれば, 次の電気系の境界条件の式がえられる。

$$(v_0)_{P_j} = \left(\frac{\partial v_0}{\partial \lambda} \right)_{P_j} = 0 \quad (16)$$

$$\begin{aligned} & \left(v_{11}, v_{21}, v_{31}, \frac{\partial v_{11}}{\partial \lambda}, \frac{\partial v_{21}}{\partial \lambda}, \frac{\partial v_{31}}{\partial \lambda} \right)_{P_j} \\ &= (l_{11} x_{P_j}, l_{21} y_{P_j}, l_{31}, l_{11} \cos(x\lambda)_{P_j}, \\ & \quad l_{21} \cos(y\lambda)_{P_j}, 0) \delta_{1j} \end{aligned} \quad (17)$$

したがって x_0 を求めるためには Fig. 3 のような回路網を組み, x_{11} , x_{21} , x_{31} を求めるためには Fig. 4 のような回路網を組み, それぞれ(16)(17)式を満足する v_0 , v_{11} , v_{21} , v_{31} を求めればよいことがわかる。

4 丸型鋼塊鑄型の熱応力

計算例としてFig. 5に示すような丸型鋼塊用鑄型に造塊時に発生する熱応力を平面ひずみ問題として解析した。丸型鋼塊用鑄型は厚肉円筒と考えるとき, これに発生する熱応力の理論解は容易に求められるものであり, Fig. 5の鑄型はFig. 6に示す理論解からわかるように, 初期割れの起こることはほとんどない鑄型であるが, 電氣的相似法の精度を検討するため, この

Fig. 5. Ingot mould

Fig. 6 Distribution of thermal stress through wall of mould.

鋳型の熱応力を求め理論解と比較した.

4・1 温度分布

温度分布は中心軸に対して対称であると考えて, 軸対称1次元問題として, 抵抗コンデンサー回路網によって相似解析した⁴⁾. 溶鋼鋳込1分後の温度分布, $\partial T/\partial t$ 分布をFig. 7に示す.

Fig. 7. Distribution of T and $\partial T/\partial t$ through wall of mould at 1min after casting.

4・2 応力分布

4・2・1 応力分布の抵抗回路網による相似解法

温度分布を中心軸に対して対称であると考えているので, 応力分布も中心軸に対して対称であると考えられ, この場合の基礎式は次のようになる.

応力成分は応力関数を X として次のように与えられる.

$$\sigma_r = \frac{1}{r} \frac{dx}{dr}, \quad \sigma_\theta = \frac{d^2x}{dr^2}, \quad \tau_{r\theta} = 0 \quad (18)$$

この x は次の式で与えられる.

$$x = x_0 + C'_{31} x_{31} \quad (19)$$

(19)式の x_0, x_{31}, C'_{31} は次の条件で決定される.

Fig. 8. Cylindrical region.

(a) 領域内の任意点について基礎式は

$$\nabla^4(x_0, x_{31}) = \left(-\frac{E\alpha \nabla^2 T}{1-\sigma}, 0 \right) \quad (20)$$

ただし $\nabla^2 = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{d}{dr} \right)$

(b) 第 j 境界上の任意の点 P_j において

$$\left(x_0, x_{31}, \frac{dx_0}{dr}, \frac{dx_{31}}{dr} \right)_{P_j} = (0, 1, 0, 0) \delta_{ij} \quad (21)$$

また C'_{31} は領域内の1周回路 C に沿って, 回転 ω_z と

変位 u, v が1価であるための条件により, 次の式で与えられる.

$$C'_{31} = \frac{-\frac{d}{dr}(\nabla^2 x_0) - \frac{E\alpha}{1-\sigma} \left(\frac{dT}{dr} \right)}{\frac{d}{dr}(\nabla^2 x_{31})} \quad (22)$$

いま

$$\nabla^2(x_0, x_{31}) = (-M_0, -M_{31}) \quad (23)$$

とおき, さらに(7)式を用いるとき, (20)式は次の連立微分方程式に変換される.

$$\nabla^2(x_0, x_{31}) = (-M_0, -M_{31}) \quad (24)$$

$$\nabla^2(M_0, M_{31}) = (-q_0, 0) \quad (25)$$

これをFig. 9の格子点 m について階差表示すれば次式をうる.

Fig. 9. Network pattern.

$$\frac{x_{0,m+1} - x_{0,m}}{\frac{\Delta r_{m+1,m}}{\Delta S_{m+1,m}}} + \frac{x_{0,m-1} - x_{0,m}}{\frac{\Delta r_{m,m-1}}{\Delta S_{m,m-1}}} = -\Delta S_m \Delta r_m M_{0,m} \quad (26)$$

$$\frac{M_{0,m+1} - M_{0,m}}{\frac{\Delta r_{m+1,m}}{\Delta S_{m+1,m}}} + \frac{M_{0,m-1} - M_{0,m}}{\frac{\Delta r_{m,m-1}}{\Delta S_{m,m-1}}} = -\Delta S_m \Delta r_m q_{0,m} \quad (26)'$$

$$\frac{x_{31,m+1} - x_{31,m}}{\frac{\Delta r_{m+1,m}}{\Delta S_{m+1,m}}} + \frac{x_{31,m-1} - x_{31,m}}{\frac{\Delta r_{m,m-1}}{\Delta S_{m,m-1}}} = -\Delta S_m \Delta r_m M_{31,m} \quad (27)$$

$$\frac{M_{31,m+1} - M_{31,m}}{\frac{\Delta r_{m+1,m}}{\Delta S_{m+1,m}}} + \frac{M_{31,m-1} - M_{31,m}}{\frac{\Delta r_{m,m-1}}{\Delta S_{m,m-1}}} = 0 \quad (27)'$$

前節の(13)(13')(14)(14)' 式を軸対称の極座標系について書き直すと, Fig. 10およびFig. 11の抵抗回路網を用いて(23)(23')(29)(29)' 式となる.

$$\frac{v_{0,m+1} - v_{0,m}}{r_{0,m+1,m}} + \frac{v_{0,m-1} - v_{0,m}}{r_{0,m,m-1}} = -\frac{V_{0,m}}{R_{0,m}} \quad (28)$$

$$\frac{V_{0,m+1} - V_{0,m}}{\rho_{0,m+1,m}} + \frac{V_{0,m-1} - V_{0,m}}{\rho_{0,m,m-1}} = -\frac{E_{0,m}}{R'_{0,m}} \quad (28)'$$

$$\frac{v_{31,m+1} - v_{31,m}}{r_{31,m+1,m}} + \frac{v_{31,m-1} - v_{31,m}}{r_{31,m,m-1}} = -\frac{V_{31,m}}{R_{31,m}} \quad (29)$$

$$\frac{V_{31,m+1} - V_{31,m}}{\rho_{31,m+1,m}} + \frac{V_{31,m-1} - V_{31,m}}{\rho_{31,m,m-1}} = 0 \quad (29)'$$

Fig. 10. Electrical network.

Fig. 11. Electrical network.

換算係数 l_0 , $[\rho]_{0,c}$, $[r]_{0,c}$, $[R]_{0,c}$, $[R']_{0,c}$ および l_{31} , $[\rho]_{31,c}$, $[r]_{31,c}$, $[R]_{31,c}$ を考えて次の対応を行なう.

$$\left. \begin{aligned} \rho_{0,m+1,m} &= \frac{\Delta r_{m+1,m}}{\Delta s_{m+1,m}} [\rho]_{0,c} & v &= l_0 x_{0,m} \\ r_{0,m+1,m} &= \frac{\Delta r_{m+1,m}}{\Delta s_{m+1,m}} [r]_{0,c} & V_{0,m} &= l_0 M_0 \frac{[R]_{0,c}}{[r]_{0,c}} \\ R'_{0,m} &= \frac{[R']_{0,c}}{\Delta s_m \Delta r_m} \\ R_{0,m} &= \frac{[R]_{0,c}}{\Delta s_m \Delta r_m} \\ E_{0,m} &= l_0 q_{0,m} \frac{[R]_{0,c} [R]_{0,c}}{[\rho]_{0,c} [r]_{0,c}} \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

$$\left. \begin{aligned} \rho_{31,m+1,m} &= \frac{\Delta r_{m+1,m}}{\Delta s_{m+1,m}} [\rho]_{31,c} & v_{31,m} &= l_{31} x_{31,m} \\ r_{31,m+1,m} &= \frac{\Delta r_{m+1,m}}{\Delta s_{m+1,m}} [r]_{31,c} \\ R_{31,m} &= \frac{[R]_{31,c}}{\Delta s_m \Delta r_m} \\ V_{31,m} &= l_{31} M_{31,m} \frac{[R]_{31,c}}{[r]_{31,c}} \end{aligned} \right\} \quad (30')$$

(28)(28')式に(30)式を, (29)(29')式に(30')式を代入すれば(26)(26')式および(27)(27')式をうる. これは(20)式が Fig. 10 および Fig. 11 の抵抗回路網によって近似的に相似解析されうること示すものである. また(30)式および(30')を

(21)式に代入すれば, 応力系の境界条件は次の電気系の境界条件に変換される.

$$\left(v_0, v_{31}, \frac{dv_0}{dr}, \frac{dv_{31}}{dr} \right)_{P_j} = (0, l_{31}, 0, 0) \delta_{ij} \quad (31)$$

したがって x_0 を求めるためには Fig. 12 の回路網を, x_{31} を求めるためには Fig. 13 の回路網を組み, 境界点において dv_0/dr または dv_{31}/dr が 0 になるように V_0 , V_{31} を調値して, 各格子点における v_0 または v_{31} を測定すればよい.

Fig. 12. Electrical network for x_0 .

Fig. 13. Electrical network for x_{31} .

つぎに q_0 を求めるためには熱伝導微分方程式から

$$\nabla^2 T = \frac{\rho C}{\lambda} \frac{\partial T}{\partial t}$$

をえ, これを(7)式に代入して

$$q_0 = -\frac{E \alpha \rho C}{\lambda(1-\sigma)} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (32)$$

として求めた方が数値微分が 1 回で済み, 誤差が小さい.

4・2・2 熱応力分布の解析 溶鋼鋳込後 1 分の応力分布を求めた.

(1) 格子点 鋳型の内表面と外表面の間を 11 分割した. 各格子点の位置は Table I のとおりである.

(2) 傾斜計算回路 (31)式における dv_0/dr , dv_{31}/dr

を測定するために固定抵抗で回路を構成した.

不等間隔格子において $r=0$ における f の傾斜はラグランジュの内挿式から次のようになる (Fig. 14).

$$\left(\frac{df}{dr} \right)_0 = \frac{1}{a_1 a_2 (a_1 + a_2)} \{ (a_1 + a_2)^2 f_1 - a_2 (2a_1 + a_2) f_0 - a_1^2 f_3 \} \quad (33)$$

Fig. 15 において

Table I Distribution of mesh point from center of mould.

Mesh point	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
r (cm)	11.75	12.34460	12.96930	13.62560	14.31512	15.03953	15.80060	16.60019	17.22632	17.87607	18.55032	19.25

Table II. Value of resistance of electrical network.

m	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$\sigma_{m-1,m} (\Omega)$		200	200	200	200	200	200	200	75	75	75	75
$r_{m-1,m} (\Omega)$		200	200	200	200	200	200	200	75	75	75	75
$R'_m (\text{k}\Omega)$	178 0	84 6	76 8	70 0	62 5	57 0	51 7	54 2	58 0	53 9	50	96 4
$R_m (\text{k}\Omega)$	712 5	338 5	306 7	277 8	250 0	229 4	206 6	216 7	231 3	215 7	200	383 3

Fig. 14. Graphical representation of any function.

Fig. 15. Circuit for gradient.

$$A_0 = \frac{1}{a_2(2a_1 + a_2)}, \quad A_1 = \frac{1}{(a_1 + a_2)^2}, \quad A_2 = \frac{1}{a_1^2}$$

とすると

$$\left(\frac{df}{dr}\right)_0 = \frac{1}{a_1 a_2 (a_1 + a_2)} \left\{ \frac{H}{H'} + (a_1 + a_2)^2 \right\} (\eta_B - \eta_{AC}) \quad (34)$$

が成立する. 実際の計算では $H=200 \text{ k}\Omega$, $H'=50 \text{ k}\Omega$ とした.

(3) 抵抗の設定値 計算回路の抵抗は x_0 , および x_{31} の計算に同じ値を用いた. その設定値は Table II のとおりであって, したがってその換算係数は Table III のとおりになる.

Table III. Value of scale factor.

$[\rho]_{0,c}$	$[\rho]_{31,c}$	$[r]_{0,c}$	$[r]_{31,c}$	$[R]_{0,c}$	$[R]_{31,c}$	$[R']_{0,c}$
Ω	Ω	Ω	Ω	$\text{k}\Omega \text{cm}^2$	$\text{k}\Omega \text{cm}^2$	$\text{k}\Omega \text{cm}^2$
200	200	200	200	251 506	251 506	62 877

(4) x_0 の計算 (32) 式において $C=0.1 \text{ cal/g}^\circ\text{C}$, $\rho=7.27 \text{ g/cm}^3$, $\lambda=0.05 \text{ cal/cms}^\circ\text{C}$ とおけば

$$q = -0.24233 \frac{E\alpha}{1-\sigma} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (35)$$

となり, したがって(30)式の第(7)式は次のようになる.

$$E_{0,m} = -0.24233 \frac{E\alpha}{1-\sigma} l_0 \frac{[R']_{0,c} [R]_{0,c}}{[\rho]_{0,c} [r]_{0,c}} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (36)$$

これに Table III の換算係数の値を代入すれば

$$E_{0,m} = -0.958048 \times 10^5 \frac{E\alpha}{1-\sigma} l_0 \frac{\partial T}{\partial t} \quad (37)$$

となる. これに前述の $\partial T/\partial t$ を代入すれば各格子点における電圧 $E_{0,m}$ が計算される. 計算値には正負の符号を含んだので, 負の電圧の最大値が 0 になるように平行移動させ, 平行移動させた等分布の負荷電圧による v_m , V_m を測定値から差し引いた.

換算係数 l_0 を

$$l_0 = -10^{-6} \frac{1-\sigma}{E\alpha} \left[\frac{V}{g} \right]$$

とすることによって各格子点の $E_{0,m}$ の設定値は Table IV のようになる.

(5) x_{31} の計算 x_{31} の計算においては内側の境界点における電圧を -20 mV としたので, 換算係数は(31)式から

$$l_{31} = -20 \times 10^{-3} \text{ [V/g]}$$

となる.

(6) 前述のように設定された回路網によって求められた σ_r , σ_θ の値を理論解と比較したものを Fig. 16 に示した. 鋳型材質によって物性値をいかにとるかの問題はがあるが, 図には $E\alpha/(1-\sigma)$ を $1/25 \text{ kg/mm}^2^\circ\text{C}$ として尺度を付記した.

5 結 論

(1) 理論解との比較から電気的相似法による平面熱

Table IV. Value of potential of high potential grid.

m	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$E_m (v)$	0	4 35	110	150	177	194	192	175	155	137	127	120

Fig. 16. Distribution of thermal stress through wall of mould.

応力問題の解析は相当満足すべき結果を与えるものであることがわかる。しかし測定によって求まるものは応力関数であって、これを数値微分して応力を求める際に誤差が入ってくることが、上記の計算例の σ_θ が σ_r より理論値との違いが大きいためから推定される。

(2) この方法によるときは、格子点の数を増加すれば任意形状の重複連結領域の平面熱応力問題をも、そ

の形状にあうように抵抗回路網を組立てることによって解析することができる。

(3) この報告で行なった解析例では、境界条件は内外両境界点の2点で満足されればよいにもかかわらず、その設定には相当回数の繰返しを必要とした。2次元問題においては隣接した境界上の格子点の影響を受け境界条件の設定はさらに困難になるものと思われる。この点についてはさらに改良する必要がある。

参考文献

- 1) Palmer, P.J., and S.C. Redshaw, Aeron Quarterly, **6**, 13 (1955).
- 2) Sekiya, T., and Y. Takeuti, Jap. Nat. Congr. Appl. Mech., 119 (1958).
- 3) Timoshenko, S., and J. N. Goodier, "Theory of Elasticity" Chap. 14, McGraw-Hill, International student Edition.
- 4) 角誠之助, 日本機械学会論文集, **34**, 1378 (1968).

書 評

新刊“CEMENT AND CONCRETE RESEARCH”誌紹介

セメントとコンクリートに関する科学的研究は、従来、物理・化学・窯業・土木・建築といろいろな専門雑誌にばらばらに報告され、しかも投稿から出版までに、一年以上を要するものが多かった。これを解決するため3年前東京で開催の第5回国際セメント化学シンポジウムの間に Della. M. Roy 教授の発案で新しい出版物の刊行が相談され、この程、上記各分野の投稿論文を掲載した“CEMENT AND CONCRETE RESEARCH”誌創刊号が刊行された。ユニークな学術誌として今後の発展が期待される。

なお投稿は各著者が自分でタイプし、専門内容に応じ下記編集委員に送れば、査読後オフセット印刷される方式をとっている。

SIR FREDERICK M. LEA.

PROFESSOR STEPHEN BRUNAUER

DR. R. ALEGRE

DR. Z. P. BAŽANT

DR. L. E. COPELAND

PROFESSOR W. L. DOLCH

DR. G. M. IDORN

DR. GEORGE L. KALOUSEK

PROFESSOR RENICHI KONDO

DR. R. G. L'HERMITE

PROFESSOR R. H. MILLS

DR. R. W. NURSE

PROFESSOR A. M. NEVILLE

MR. ROBERTE PHILLEO

DR. ZDENĚK ŠAUMAN

PROFESSOR HABIL. H. E. SCHWIETE

MR. P. J. SEREDA

DR. F. D. TAMÁS

PROFESSOR H. F. W. TAYLOR

DR. R. BRADY WILLIAMSON

DR. FOLKER H. WITTMANN

PROFESSOR GORO YAMAGUCHI

発行所 Pergamon Press Inc. (Headington Hill, Holl, Oxford, England)

購読料 個人 \$15 (または £6), 大学, 法人等 \$30 (または £12)

発行回数 当分の間年6回