多結晶金属材料の塑性疲労に伴う塑性変形*

(とりわけ、応力主軸回転および固定の
もとでの塑性変形量の違いについて)

大 南 正 瑛** 塩 沢 和 章***

Plastic Deformation of Polycrystalline Metallic Materials

Subjected to Cycle of Stress

(In the Case of the Low-Cycle Pulsating Stress Tests in Which
the Principal Axes of the Stresses were Rotated and Fixed)

by

Masateru OHNAMI and Kazuaki SHIOZAWA

(Faculty of Science and Engineering, Ritsumeikan University, Kyoto)

In a series of studies of polycrystalline metallic materials with respect to the influence of their strain history on their plastic deformation, one of the problems concerns their yield, and so the studies have been performed on their behavior of plastic deformation as they are subjected to low-cycle pulsating stresses in connection with their strain history. The present study, being the continuation of the previous study, consists of experimental examination of low-cycle pulsating stress tests under combined axial tension and torsion in which the principal axes under stress must be either rotated or fixed. From the present analytical and experimental studies, the following conclusions have been obtained. It is evident that there is larger plastic deformation of the material under the cycle of stress when the principal axes are in rotation than when they are fixed. This is due to the difference in the stress passage giving rise to variant change of the structure of the material. It is found also that the numerical value of anisotropic parameter of the material and that of parameter of the Bauschinger effect during the cycle of stress are larger when the principal axes are in rotation than when they are fixed. It is suggested moreover that the development of the structural change of the material under the rotation of the principal axes of stress, recognizing correlation between the variation $\Delta\sigma_{ij}$ of the microscopic yield stress from the mean stress and the fluctuation $\Delta(DE)_{ij}$ of increased microscopic strain, makes much of coexistence of $\Delta\sigma_{ij}$ and $\Delta(DE)_{ij}$ as factors to bring about changes in the location of yield surface of the material.

(Received Apr. 28, 1971)

1 緒 言

筆者らは、いままでに多結晶金属材料の塑性変形におよぼすひずみ履歴の影響に関する研究の一環として、低サイクル応力繰返しを受ける金属材料の塑性変形挙動をひずみ履歴との関連のもとに降伏問題として研究を進めてきた¹⁾。一般に、多結晶金属材料の塑性変形の力学については、不均質な結晶からなる集合体の連続体力学的取り扱いが広く行なわれており、この場合合同材料の構造に関してはその統計的均一性が仮定されている。しかし、応力の繰返し負荷を含む一般負荷のも

とにおける材料の非弾性挙動の取り扱いのためには、材料の構造変化および材料空間における微視的応力およびひずみ分布の不均一性を考慮に入れる必要があるものと考えられる。具体的には、材料の降伏条件を決定するための因子、たとえば、ひずみ履歴 $\{d\epsilon_{ij}\}$ 、負荷応力の静水圧応力成分としての応力 σ_{ij} の第一次不変量 J_1 、時間 t 、温度 T 、および応力またはひずみの繰返し数 N などの各側面を通じての研究が必要である。したがって、降伏条件式は一般に次のように表示することができる。

$$f(J_2', \{d\epsilon_{ij}\}) = F \quad (1)$$

ただし

$$F = F(\{d\epsilon_{ij}\}, J_1, t, T, N)$$

* 原稿受理 昭和46年4月28日

** 正 会 員 立命館大学理工学部 京都市北区等持院北町

*** 学生会員 立命館大学大学院 京都市北区等持院北町

ここで、 J_2' は偏差応力 S'' の第二次の不変量である。歴史的にみて、上述の各側面の解析研究および物理研究についてかなりの成果が得られたものの、本来これらの効果はそれぞれ独立したものではなく、関連し合ったものであることを考えると、その関連性について十分な知見が得られていないこと、および応力あるいはひずみの繰返しの側面を通じての検証の浅い点が指適できよう。

筆者らは先の論文において、低サイクルの繰返し荷重を受ける材料の塑性変形は、試験片の構成要素間でひずみ履歴の相違による降伏応力の差異、さらにはその再分配によって起こるものであることを巨視的立場より報告してきたが、その際、材料の微視的な応力、およびひずみ場の立場からのひずみ履歴の影響と材料の構造変化との関連についての解析および実験的研究が重要な課題であることを指摘してきた。

本論文では、先の研究の継続として、応力主軸の回転および固定を含む引張り-ねじり二軸組合せ応力繰返しの実験を行ない、両者間の塑性変形機構の相違についてひずみ履歴との関連のもとに検討を加えた結果について述べる。

2 試験片および実験装置

2・1 試験片

本実験に使用した試験片は 0.15% C の低炭素鋼 (S 15 CK) であり、60 ϕ mm の丸棒より採取したものである。試験片形状は前報で報告したと同一のものであり、外径 32 mm、内径 29 mm、平行部 150 mm、肉厚 1.5 mm の比較的大型の薄肉中空円管試験片であり、試験片材料の化学組成は Table I に示すものである。

Table I. Chemical composition of the test specimen.

C	Si	Mn	P	S
0.15	0.27	0.52	0.017	0.027

(%)

2・2 実験装置

本実験に使用した試験機は、引張荷重とねじりモーメントを同時に加えることのできる組み合わせ応力横型試験機であり、繰返し荷重を加え得るよう一部改良して使用した。Fig. 1 に引張り-ねじり二軸組み合わせ応力繰返し負荷装置の概要を示す。試験片に負荷される荷重は金属片にひずみゲージを貼り付けたロードセル③および⑦を用い、⑬および⑭のひずみ計により検出できるようになっている。また、引張荷重とねじりモーメントを比例負荷させるために Fig. 2 に示すような抵抗線を用い、両荷重のバランスがくずれた場合抵抗の変化によりリレー回路を通じてそれぞれのモータを作動させるようになっており、この比例負荷制御

Fig. 1. Schematic representation in the testing apparatus which can impose the multiaxial stressing on the test specimen.

Fig. 2. Schematic representation of the control system of proportional loading of axial tensile stress and shearing stress

回路とモータに取り付けた変速機により充分な比例負荷を行ない得ることを確認した。

応力繰返しに伴う変形量を計測するために、Fig. 1 に示すように、試験片の標点間距離 150 mm の間隔に軸方向変位を測定するために④のダイヤルゲージを、またねじれ角を測定するために⑭のスケールを取り付け計測を行なった。また試験片標点間距離内の長手方向中心部分(以下 region B と呼ぶ)、およびその両側の部分(以下 region A および C と呼ぶ)の各部分のひずみを精度よく計測するために、標点間距離を 25 mm とし、外径、内径、軸方向、ねじれ角を 1/1000 mm の測定精度でもって電氣的抵抗の変化を応用して連続かつ同時に測定を行なった。なお、測定装置など

の詳細については筆者らによる前報¹⁾で報告したので省略する。

3 検証準備

3・1 実験方法

本実験は、多結晶金属材料の応力繰返しに伴う塑性変形機構に対するひずみ履歴の影響を考察するために、応力主軸回転および固定を含むそれぞれの応力繰返しの場合に注目して次に示すような実験を試みた。すなわち、最高負荷時の相当応力 $\bar{\sigma}=39.0 \text{ kg/mm}^2$ を一定として、

(1) 軸引張応力 $\sigma_z=12.0 \text{ kg/mm}^2$ を一定として、ねじり応力 τ を 0 kg/mm^2 と 21.4 kg/mm^2 の間で応力繰返しを行なう。これは応力主軸の回転は $\varphi=0\sim 37^\circ 11'$ である。

(2) 応力繰返しの下限応力を $\bar{\sigma}=12.0 \text{ kg/mm}^2$ として、軸引張応力 σ_z とねじり応力 τ の比例負荷を行なうものであり、応力主軸は固定であり $\varphi=37^\circ 11'$ である。

(3) (1)の場合と同様であり $\sigma_z=24.0 \text{ kg/mm}^2$ 一定、 $\tau=0 \text{ kg/mm}^2\sim 17.8 \text{ kg/mm}^2$ の繰返し、 $\varphi=0\sim 29^\circ 59'$ の回転である。

(4) (2)の場合と同様であり、 $\bar{\sigma}=24.0 \text{ kg/mm}^2\sim 39.0 \text{ kg/mm}^2$ の繰返し、 $\varphi=29^\circ 59'$ 固定である。

このように実験方法としては、応力繰返しの応力径路の違いとして、応力主軸の回転を伴う場合とその固定の場合に分類され、これら両者間の塑性変形機構の差異について以下の検討を行なった。なお、(1)と(2)は応力振幅 $\bar{\sigma}_a=13.5 \text{ kg/mm}^2$ であり、(3)と(4)のそれは $\bar{\sigma}_a=7.5 \text{ kg/mm}^2$ である。以下において(1)～(3)および(4)の応力繰返し負荷径路を単に負荷径路(1)……負荷径路(4)と呼ぶことにする。また、これらの実験は全て室温のもとで行ない、一サイクル負荷の所要時間は4分である。

3・2 降伏関数および降伏だ円の形状

応力繰返しに伴う金属材料の塑性変形挙動を材料の構造変化の点から考察するためにひずみ履歴の影響を考慮した降伏関数を採用して、降伏曲面の形状変化の問題としてとらえることができる。一般に、金属材料を塑性変形によって加工硬化させ、逆方向負荷を行なった場合、逆方向の降伏応力は、予ひずみと同方向における降伏応力に比較して大きく低下する。これは逆方向のみならず応力方向の変化がある場合の降伏応力の低下と考えることができ、変形異方性が降伏曲面の形状の変化であるのに対して、バウシinger効果はその中心および大きさの変化として降伏曲面の変化を定義することができる²⁾。したがって、任意のひずみ履歴のもとに加工硬化した金属材料のもつ変形異方性およびバウシinger効果の定量的な量は、一つの降伏曲面

の形状変化としては握することができる。

そこで、本研究では降伏関数として前報と同様、吉村³⁾によって提案された次式を採用することにする。

$$f=f(J_2', \{d\epsilon_{ij}\})=\frac{1}{2}C_{ijkl}S^{ij}S^{kl}-B\epsilon_{ij}S^{ij} \quad (2)$$

すなわち、(a)等方性材料については(2)式の降伏関数はミーゼスの降伏条件式、すなわち偏差応力 S^{ij} の二次の不変量 $f=1/2 S^{ij}S^{ij}=J_2'$ で与えられる。(b)任意のひずみ履歴 $\mathbf{E}$ を受けた材料の変形異方性は球テンソル $\mathbf{I}$ から $\mathbf{AE}$ だけ偏ったテンソル $\mathbf{I}+\mathbf{AE}$ で表わされる³⁾。ここで A は変形異方性のパラメータ (スカラー) である。したがって、係数 C_{ijkl} は材料の変形異方性の影響を示す4次のテンソルである。(c)バウシinger効果の降伏関数に寄与する部分は、ひずみ履歴 $\mathbf{E}$ と偏差応力 $\mathbf{S}$ とから作られるスカラー不変量で与えられる⁴⁾。ここで B はバウシinger効果のパラメータ (スカラー) である。

いま、軸引張応力 σ_z とねじり応力 τ との組合せ応力下におけるひずみ増分は、流れの式

$$(D\epsilon)_{ij}=\frac{\partial f}{\partial S^{ij}}D\lambda \quad (3)$$

と(2)式より

$$(D\epsilon)_{ij}=\left\{\left[G_{ijkl}+A\left(L_{ijkl}-\frac{2}{3}\delta_{ij}\epsilon_{kl}\right)+A^2\left(M_{ijkl}-\frac{1}{3}M_{rskl}\delta^{rs}\delta_{ij}\right)\right]S^{kl}-B\epsilon_{ij}\right\}D\lambda \quad (4)$$

となる。ここで、塑性ひずみテンソル ϵ_{ij} は直交局所座標系 x^i によるものであり、 δ_{ij} はクロネッカーデルタである。ゆえに、試験片の半径方向、円周方向および軸方向はおのおの x^1 , x^2 および x^3 をとるものとする。したがって、(4)式よりせん断ひずみ増分 $(D\epsilon)_{23}$ および軸方向ひずみ $(D\epsilon)_{33}$ が得られ、さらに体積不変則を適用して次式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{2(D\epsilon)_{23}}{(D\epsilon)_{33}} &= \frac{\gamma}{\epsilon_z} = \tan \alpha \\ &= \frac{\sigma_z(2A\epsilon_{23}+3A^2\epsilon_{23}\epsilon_{33})+6\tau\left(1+\frac{1}{2}A\epsilon_{33}+A^2\epsilon_{23}^2\right)}{2\sigma_z\left(1+A\epsilon_{33}+\frac{3}{4}A^2\epsilon_{33}^2-\frac{2}{3}A^2\epsilon_{23}^2\right)+(\tau 2A\epsilon_{23}-\frac{1}{2}A^2\epsilon_{33}^2)-2B\epsilon_{23}} \\ &\quad +5A^2\epsilon_{23}\epsilon_{33}-B\epsilon_{33} \end{aligned} \quad (5)$$

また、(2)式に(3)式を用い、さらに体積不変則を用いて次式を得る。

$$P\sigma_z^2+Q\sigma_z\tau+3R\tau^2-3B(\epsilon_{33}\sigma_z+2\epsilon_{23}\tau)=\bar{\sigma}^2 \quad (6)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} P &= 1+A\epsilon_{33}+\frac{3}{4}A^2\epsilon_{33}^2-\frac{2}{3}A^2\epsilon_{23}^2 \\ Q &= 2A\epsilon_{23}+5A^2\epsilon_{33}\epsilon_{23} \\ R &= 1+\frac{1}{2}A\epsilon_{33}-\frac{1}{2}A^2\epsilon_{33}^2+A^2\epsilon_{23}^2 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$\bar{\sigma}$: 相当応力 (ミーゼス型)

(6)式より B は次式で与えられる.

$$B = \frac{(P\sigma_z^2 + Q\sigma_z\tau + 3R\tau^2) - \bar{\sigma}^2}{3(\epsilon_{33}\sigma_z + 2\epsilon_{23}\tau)} \quad (8)$$

したがって, (5)式は(8)式より B を消去して, 与えられた $\dot{\epsilon}_z$, $\dot{\gamma}$, ϵ_{33} および ϵ_{23} について A に関する二次方程式となり, 与えられた任意のひずみ履歴に対して異方性のパラメータ A およびバウシinger効果のパラメータ B を算出することができる. ここで異方性のパラメータ A を求める際の正負が問題となるのでここで考察する. いま, せん断応力 τ のみが作用する場合を考えると(4)式より

$$(De)_{33} = \frac{2}{3} A \tau \epsilon_{23} \Delta l. \quad (9)$$

となり軸方向ひずみ増分を生ずる. すなわち, A が正のとき引張ひずみ増分を, A が負のとき圧縮ひずみ増分を生ずることになる. したがって, 実験結果より適当な A の値を取ることが必要である.

3.3 主応力方向と主ひずみ方向の違いに対する検討

軸方向応力 σ_z とせん断応力 τ の組み合わせのもとにおける主応力方向と試験片軸方向とのなす角 φ は $\tan 2\varphi = -2\tau/\sigma_z$ で示され, また主ひずみ増分方向と試験片軸方向のなす角 ψ は(4)式より導かれ, これは A , B , ϵ_{33} , ϵ_{22} および ϵ_{23} の五つの変数をもつ関数であり, $A=B=0$ すなわち等方性の場合 $\varphi=\psi$ が成り立つ^{*1}が $A \neq 0$, $B \neq 0$ の場合には一般に $\varphi \neq \psi$ となる. すなわち, 主応力の方向と主ひずみ増分の方向が一致しない場合には変形異方性およびバウシinger効果を生ずることになる. 吉村, 竹中によれば引張り³⁾とねじりの組み合わせ応力下で φ と ψ の相違が 1.5° 以下であっても異方性を呈することを報告している.

ここで, さらに主応力方向と主ひずみ方向の相違について検討する. この両方向間の角度の相違については L. B. Greszczuk によって繊維ガラスや碳素混合物⁵⁾のような直交異方性をもつ材料について検討しているが, 本項ではこれを基礎として考察を行なう. Fig. 3 に示すように, 材料の対称軸を L とし主応力方向 1 とのなす角を φ とし, 主ひずみ方向と L とのなす角を ψ とする. いま, 引張応力 σ_1 およびせん断応力 τ_{12} が作用したとき, 主ひずみ角 ψ は次式で与えられる. なお, ここで L 方向およびそれに直角な T 方向の垂直応力およびひずみを σ_L , σ_T , ϵ_L , ϵ_T , せん断応力およびひずみを τ_{LT} , γ_{LT} とし, E_L および E_T はそれぞれ L 方向および T 方向の縦弾性係数, ν はポアソン比, G_{LT} は横弾性係数であるとする.

*1 逆に, $\varphi=\psi$ の関係が常に $A=0$, $R=0$ の条件を満たすとは限らないことは(4)式より導かれる ψ の式より明らかであり注意を要する.

Fig. 3. Oriented material and definition of geometric parameters.

$$\psi = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{\gamma_{LT}}{\epsilon_L - \epsilon_T} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \tan^{-1} \left[\frac{\frac{1}{G_{LT}} \{ \sigma_1 \sin \varphi \cos \varphi \}}{\frac{1 + \nu_{LT}}{E_L} (\sigma_1 \cos^2 \varphi - 2 \tau_{12} \sin \varphi \cos \varphi) + \tau_{12} (\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi)} \right] \quad (10)$$

ここで, $n = \tau_{12}/\sigma_1$ とすると

$$\psi = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left[\frac{\tan \varphi}{G_{LT} \left\{ \frac{1 + \nu_{LT}}{E_L} (1 - 2n \tan \varphi) + \frac{n(1 - \tan^2 \varphi)}{-\frac{1 + \nu_{TL}}{E_T} (\tan^2 \varphi + 2n \tan \varphi)} \right\}} \right] \quad (11)$$

が得られる. なお, $\tau_{12}=0$ とすれば $n=0$ となり(11)式は

$$\psi = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left[\frac{\tan \varphi}{G_{LT} \left\{ \frac{1 + \nu_{LT}}{E_L} - \frac{1 + \nu_{TL}}{E_T} \tan^2 \varphi \right\}} \right] \quad (11')$$

となり, L. B. Greszczuk の解析に等しくなる. さらに材料が等方性であるとするれば, $E_L = E_T = E$, $\nu_{LT} = \nu_{TL} = \nu$, $G_{LT} = G = E/2(1 + \nu)$ であり, (11)式は $\psi = \varphi$ となり主応力と主ひずみの両方向は常に一致する. Fig. 4 は $(\psi - \varphi)$ と φ との関係を n をパラメータとして示したものである. なお, 数値計算は便宜上図中に示す材料定数を用いた. 図から明らかなように主応力方向

Fig. 4. Effect of multiaxial stressing on the directions of principal stresses and strains in orthotropic material.

の変化に伴って主ひずみ方向と主応力方向間の角度が変化しており、せん断応力 τ_{12} の増加に伴ってその変化割合が顕著になることがわかる。すなわち主応力方向のわずかな変動によって両方向角度間の不一致が大きくなる。また、応力主軸回転を含む応力繰返しの場合には、 n が一サイクル中で変動することになり、後述の実験結果からも明らかなように、応力主軸固定すなわち n が一定の場合よりも著しい非弾性挙動を呈する。

4 実験結果およびその考察

4・1 応力繰返し負荷径路の違いによる塑性変形量の相違とひずみ履歴との関係

4・1・1 応力繰返しに伴う塑性変形 Fig. 5 は負荷径路(1)～(4)のもとで応力繰返しを行なった時の応力繰返し数と相当ひずみとの関係を示したものである。なお相当ひずみ $\bar{\epsilon}$ はミーゼスの相当ひずみを使用した。また、今後断わりのない限り標点間距離を 150 mm として考察を試みる。図から明らかなように応力繰返しの初期において各負荷径路における相当ひずみはほぼ等しいが応力繰返しに伴い各負荷径路間に変形量の相違を生ずる。すなわち、応力主軸が応力繰返しの一サイクル中で回転する場合の負荷径路(1)および(3)の場合に変形量が大きく、応力主軸が固定している場合の負荷径路(2)および(4)の変形量が小さくなっていることがわかる。以下ではとくに負荷径路(1)と(2)の応力繰返しの違いによる塑性変形機構の差を例に挙げて考察を進めていくことにする。

Fig. 5. Experimental relation of equivalent strain in each pulsating stress path to number of cycles of combined stresses of axial tension and torsion.

4・1・2 応力繰返し数とひずみ速度との関係

Fig. 6 は軸方向ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_z$ およびせん断ひずみ速度 $\dot{\gamma}$ と応力繰返し数 N との関係を負荷径路別に示したものである。両ひずみ速度は応力繰返しの初期において、応力繰返し負荷径路の違いによる相違はほとんどないが、応力繰返し数の増加に伴って、負荷径路の違いによる両ひずみ速度の差異が大きくなっていることがわかる。

Fig. 6. Experimental relation of axial strain rate or shearing strain rate in each pulsating stress path to number of cycle of the stress.

4・1・3 軸方向ひずみとせん断ひずみとの関係

Fig. 7 は Fig. 5 の実験結果をもとに軸方向ひずみ ϵ_z とせん断ひずみ γ との関係を負荷径路別に示したものである。図からわかるように、おのおのの応力負荷径路は異なっているが、ひずみ径路はほぼ比例的に増加しており、しかも両者はほぼ平行であり顕著なひずみ径路の相違は見受けられないが、軸方向ひずみとせん断ひずみの絶対量は両者において異なっている。すなわち、負荷径路(1)の軸方向ひずみは負荷径路(2)のそれに比較して大きくなっていることがわかる。これは応力主軸回転に原因するものであると考えられ、ねじりモーメントの反転負荷によって軸方向ひずみに材料の構造変化の影響があるものと考えられる。そこで、これらひずみ履歴の影響および材料の構造変化について詳しく検討するために以下の考察を試みた。

Fig. 7. Experimental relation between axial strain and shearing strain in each pulsating stress path in the low-cycle tests under combined axial tension and torsion.

4・2 応力繰返しに伴う塑性変形におよぼす変形異方性およびバウシinger効果の影響

応力主軸回転および固定を含む応力繰返しにおいて、これら両者間で塑性変形量の差を生ずる原因についてさらに詳しく検討するために、ここでは先に述べた降伏関数を用いることにより、変形異方性およびバウシinger効果を定量的に求め、降伏だ円の形状変化より考察を試みる。

Fig. 8は応力繰返しに伴う変形異方性のパラメータ A およびバウシinger効果のパラメータ B の変化を示したものである。図からわかるように、おのおのの応力繰返し負荷径路における A および B の値は応力繰返しに伴って変化していることがわかる。また、応力主軸回転を含む応力繰返しの場合における両パラメータは応力主軸固定の場合のそれに比較して大きくなっており、さらに試験片各部分における両パラメータの変化も前者の方が顕著である。また、Fig. 9は降伏だ円の応力繰返しに伴う形状変化について応力主軸固定、すなわち負荷径路(2)の場合について示したものである。なお、応力主軸回転を含む応力繰返しの場合については前報に示したのでここでは省略する。応力主軸固定を含む応力繰返しに伴う降伏だ円の形状変化は応力主軸回転のそれに比較して小さいことがわかる。これら

Fig. 8. Variation of numerical values of the anisotropic parameter A of the material and the Bauschinger effect B with number of cyclic stressing.

Fig. 9. Analytical representation of translations of location and form of yield curve during low-cycle stressing in which the principal axis of the stress was rotated.

の事実はおのおのの応力繰返し負荷径路間におけるひずみ履歴の影響による材料の構造変化の違いによるものであり、応力主軸回転を含む応力繰返しの方がこの構造変化も著しく、降伏応力の差違さらにはその再分配の大きいことが考えられる。材料の構造変化、とりわけ材料内の微視的応力とひずみのゆらぎの降伏条件への影響について考えることにする。

4・3 応力繰返しを受ける材料の微視的応力とひずみのゆらぎの降伏条件への影響

多結晶金属材料の塑性変形に伴う構造変化を考えるためには、材料の微視的構造の連続体力学的取り扱いが必要である。いま、不均一な結晶から構成されている試験片の任意の断面上に巨視的に一様な応力が分布していると考えた場合にも微視的には応力が不均一に分布しているものと考えることが必要である。吉村によって指摘されているように²⁾、材料内の各点における微視的増分ひずみ $(D\epsilon)_{ij}$ は平均的な増分ひずみ $(D\bar{\epsilon})_{ij}$ とそれからの偏差 $\Delta(D\epsilon)_{ij}$ とに分離できる。同様に、微視的応力 σ^{ij} は $\bar{\sigma}^{ij}$ と $\Delta\sigma^{ij}$ とに分離できる。それゆえに、 $\Delta(D\epsilon)_{ij}$ と $\Delta\sigma^{ij}$ が存在することは降伏曲面の位置と形状の変化をもたらすものであると考えるこ

とができる。

Fig.10は降伏曲面の形状および位置の変化を模式的に示したものである。この図において実線は $\bar{\sigma}^{ij}$ のみを考慮に入れた降伏曲面の形状を示すものであり、破線は $(\bar{\sigma}^{ij} + \Delta\sigma^{ij})$ を考慮に入れた降伏曲面の形状を示したものである。最大塑性仕事の原理にしたがえば、微視的増分ひずみの方向、すなわち破線で示す降伏曲面に垂直な方向は、平均増分ひずみ $(D\bar{\epsilon})_{ij}$ の方向とそれからの変差 $\Delta(D\bar{\epsilon})_{ij}$ の方向との和として与えられる。

Fig.11はおのおのの応力繰返し負荷径路における応力およびひずみの主方向 ϕ および ψ の実験的關係を示したものである。なお、図中の ψ を示す実験点は試験片全体、および同試験片標点間距離の region A, B および C の実験結果を同時に示したものであり、 ψ は3・3節で述べたと同様の定義にもとづく実測値である。図からわかるように、応力およびひずみの主方向間の差異は応力主軸回転の場合の方が応力主軸固定の場合に比較して大きくなっている。この応力およびひずみ

Fig. 10. Schematic representation of translation of location and change in form of the yield curve.

Fig. 11. Experimental relation between principal direction angle of stress and that of strain in each pulsating stress path in the low-cycle tests under combined axial tension and torsion.

の主方向間の不一致はおもに応力主軸回転を伴う応力繰返しを受ける材料の微視的な応力およびひずみの分布の不均一性によって生ずるものと考えられる。それゆえに、このような応力状態のもとにおける材料構造の不均一性の発達は $\Delta\sigma^{ij}$ と $\Delta(D\bar{\epsilon})_{ij}$ との間になんらかの相関関係の存在をもたらすものと考えられ、さらに、これらの点に関して微視的立場からの研究が必要である。

5 結 論

低サイクル応力繰返しを受ける低炭素鋼の塑性変形におよぼすひずみ履歴の影響に関する解析および実験結果より以下のことが結論される。

(1) 応力主軸回転および固定を含む応力繰返しの実験結果より、応力主軸回転を含む応力繰返しに伴う塑性変形は応力主軸固定の場合よりも明らかに大きくなる。これは応力繰返し負荷径路の違いによる同材料の構造変化の相違によるものである。

(2) 上述の塑性変形機構の相違について、連続体力学的立場から降伏問題として変形異方性およびバウシinger効果を定量的に求めた結果、応力主軸回転を含む応力繰返しの場合の方が固定の場合に比較して大きく、その応力繰返しに伴う変化も著しく、さらに降伏曲面の形状変化も顕著である。

(3) 応力主軸回転のもとにおける材料の構造の不均一性の発達は、微視的降伏応力の平均応力からの偏差 $\Delta\sigma^{ij}$ と微視的増分ひずみのゆらぎ $\Delta(D\bar{\epsilon})_{ij}$ との間の相関関係を生じ、それは同時に降伏曲面の形状および位置の変化をもたらすものと考えられる。

終わりに、本実験を行なうにあたり試験片加工の便宜をいただいた豊田中央研究所の青山威恒主任研究員および並川宏彦氏に対し、また実験の実施に際しご協力いただいた当時立命館大学学生であった西野誠治、林啓一両君に対して感謝の意を表する。

(昭和45年5月20日 日本材料学会第19期総会学術講演会にて講演)

参 考 文 献

- 1) 大南正瑛, 塩沢和章, 材料, **19**, 103 (1970).
- 2) 吉村慶丸, たとえば“塑性力学”, 応用力学講座 (1964) 共立出版
- 3) 吉村慶丸, 竹中幸彦, 日本機械学会論文集, **25**-151, 133 (1959).
- 4) Drucker, D. C., et al., J. Franklin Inst., **252**, 581 (1951).
- 5) Greszczuk, L. B., ASTM Special Technical Publication, No. 405, p.1 (1965).