熱可塑性樹脂成形材料の射出成形のときの流入過程*

柴 山 忠 雄**

Process of Filling in Injection Molding of Thermoplastics

by

Tadao SHIBAYAMA

(Nagoya Municipal Industrial Research Institute, Nagoya)

A theory was proposed to predict the process of unidirectional filling of a uniformly elongated flat cavity with a thickness, $2Y$, and a width, $2Z$, by a non-crystallizable thermoplastic at a constant temperature, T_I , under a constant injection pressure, P_I . The filled length, A , was related to the filling time, t , by an equation, $A = A_K J(t/t_K)$, where $t_K = t_E/M$ and $A_K = (t_K D_I N_K)^{1/(n+1)} Y$. $J(\sigma)$ evolved from a set of equations, $J(\sigma) = \int_{\sigma_I=0}^{\sigma} j(\sigma_I) d\sigma_I$, and $(j(\sigma))^{-1/n} = \gamma(\sigma) + e^{\sigma} \int_{\sigma_I=0}^{\sigma} e^{-\sigma_I} j(\sigma_I) d\sigma_I$. In the scheme: $t_E = \rho \omega Y^2 / 4\kappa$, where ρ , ω , or κ is the density, the specific heat, or the thermal conductivity, respectively, of the cooling layer of the thermoplastic in the cavity; $M = 2(n+2)\theta^2/n$ where $\theta = (T_{II} - T_M)/(T_I - T_M)$; n or $\Psi(T)$ is the non-Newtonian index or the fluidity, respectively, of the melt, where T specifies the temperature; T_{II} is the temperature at which $\Psi(T_{II}) = \text{EFF}$. $\Psi(T_I)$, where EFF is a constant (≤ 1) taken somewhat arbitrarily to be 0.5 for schematic division of the thermoplastic in the cavity into the flowing layer and the solidified layer; T_M is the temperature of the wall of the cavity; $D_I = D_0 \Psi(T_I) (P_D/\tau_0)^n$, provided D_0 or τ_0 is a unit shear rate or a unit shear stress, respectively, for expression of the power law, $D = \varepsilon D_0 \Psi(T) (\varepsilon \tau/\tau_0)^n$, relating the shear rate of the melt, D , with the shear stress, τ , where $\varepsilon = -1$ for $\tau < 0$ and $+1$ for $\tau > 0$; $P_D = P_I - P_M$, where P_M is the atmospheric pressure; $N_K = N \gamma^{n+2}$ where $N = (n+2)^{-1}$ and $\gamma = (1/2) \exp(1/2)$; and $\gamma(\sigma) \equiv (Q_M(\sigma t_K)/Q_K)^{-1/n}$ provided that $Q_K = 2Z \cdot 2Y \cdot A_K/t_K$, where $Q_M(t)$ is the flow rate through the channels preceding the cavity when the end be opened freely into the air without the cavity. If all the channels preceding the cavity are isothermal, $\gamma(\sigma) \equiv \text{a constant}$, γ_i , which vanishes if the melt enters from the cylinder directly into the cavity. Law of R. L. Ballman *et al.* of exponential decrease in speed of flow front is proven for the case where $\gamma(\sigma) \equiv \gamma_i \leq (n+1)^{1/(n+1)}$, giving the time constant, B , equal to $t_K/n(1-n(\gamma_i^{n+1}/(n+1)^{n+1})^{1/n})$. Calculated fill-outs and calculated time constants agree with the experimental results of H. L. Toor *et al.* The present theory presupposed that the thermoplastic in the cavity can be divided into the inner layer, in which the temperature is T_I , and the outer layer, in which the temperature falls down to T_M following such a linear profile like that in the case of stationary conduction. The thickness of the inner layer, $2Y_I$, was equated, by a set of assumptions, to $(1-(t_U/t_E)^{1/2}) \cdot 2Y$ over a small segment of the cavity, where t_U is time measured from the instant when the flow front passed the segment. The flowing layer was defined as the layer where the temperature $> T_{II}$, the thickness of which, $2Y_{II}$, proves to be $(1-(t_U/t_E)^{1/2}\theta) \cdot 2Y$, the function, $1-(t_U/t_E)^{1/2}\theta$, being approximated well by $\gamma \exp(-2\theta^2 t_U/t_E)$. Finally the fluidity was assumed to be $\Psi(T_I)$ in the flowing layer while assumed to be 0 in the solidified layer. The scheme is easily extended to cover the case of unidirectional filling of a long uniform rod cavity with a round cross-section, radial filling of a flat circular cavity, filling through channels connected in series, or filling by a crystallizable thermoplastic.

(Received Feb. 22, 1972)

1 流れ長さの計算式

非結晶性の熱可塑性樹脂成形材料を短冊形のキャビティの一端から流入させる場合について理論式を組立

てた(3). 流れ端が流入端を通る時刻からの時間 t に對してキャビティ内の流れ長さ A が

$$A = A_K J(t/t_K) \quad (\equiv A(t)) \quad (1)$$

で与えられた. t_K は(2)式で, A_K は(7)式で, また, $J(\sigma)$ は(11)式で定まる. 用いた材料定数を 1・4

* 原稿受理 昭和47年2月22日

** 名古屋市工業研究所 名古屋市熱田区六番町

に、成形変数を $1 \cdot 5$ に示す。

1.1 t_K

この定数は一種の特性時間であり、

$$t_K = t_E / M \quad (2)$$

で与えられた、 t_E は

$$t_E = \rho \omega Y^2 / 4\kappa \quad (3)$$

で定まり、 M は

$$M = 2(n+2)\theta^2/n \quad (4)$$

で定まる。 Y はキャビティの片側厚さである。 ρ 、 ω 、および κ は成形材料の熱定数である(1.4.1)。 n は成形材料の非ニュートン指数である(1.4.2)。 θ は定数であり、

$$\theta = (T_{II} - T_M) / (T_I - T_M) \quad (5)$$

で定まる。 T_I は射出温度を、 T_M は型温度を、 T_{II} は

$$\Psi(T_{II}) = \text{EFF}, \Psi(T_I) \quad (6)$$

で定まる温度を表わす。 $\Psi(T)$ は温度が T のときの成形材料の流動度である(1.4.2)。EFF (≤ 1)は流動層と固化層との境界(3.2)を定める定数であり、その値をやや任意に0.5とした。

1.2 A_K

この定数は一種の特性長さであり、

$$A_K = (t_K D_I N_K)^{1/(n+1)} Y \quad (7)$$

で与えられた。 D_I は

$$D_I = D_0 \Psi(T_I) (P_D / \tau_0)^n \quad (8)$$

で定まり、 N_K は

$$N_K = \gamma^{n+2} N \quad (9)$$

で定まる。 D_0 は単位のせん断速度であり、 τ_0 は単位のせん断応力である(1.4.2)。 P_D は $P_I - P_M$ である(1.5.2)。 N は $(n+2)^{-1}$ を表わし、 γ は $(1/2)\exp(1/2)$ を表わす。

1.3 $J(\sigma)$, $j(\sigma)$

$J(\sigma)$ は

$$(j(\sigma))^{-1/n} = \gamma(\sigma) + e^\sigma \int_{\sigma_I=0}^{\sigma} e^{-\sigma} j(\sigma_I) d\sigma_I \quad (10)$$

で定まる $j(\sigma)$ を介して

$$J(\sigma) = \int_{\sigma_I=0}^{\sigma} j(\sigma_I) d\sigma_I \quad (11)$$

で定まる。(10)式は $\gamma(\sigma)$ (1.3.1)が非減少関数として与えられると、それを $j(\sigma)$ の関数方程式として数値的に解くことができる。 $J(\sigma)$ および $j(\sigma)$ の例をFig. 1に示す。(1)~(11)式はどれもキャビティの壁面の温度が $T_M (< T_I)$ の非等温流れの式であるが、(10)式の e^σ および $e^{-\sigma}$ をそれぞれ恒等的に1でおきかえると、壁面の温度が T_I の等温流れの式となる。

1.3.1 $\gamma(\sigma)$, γ_i , $g(\sigma)$ $\gamma(\sigma)$ はキャビティに先立つ流路、すなわちキャビティと射出シリンダとを結ぶランナー、スプルー、およびノズルなどの性質を表わす非減少関数であり、

Fig. 1. Typical examples of $J(\sigma)$ (solid line) and $\log(j(\sigma))$ (broken line), for the cases that $\gamma(\sigma) \equiv \gamma_i$ where $\gamma_i = \infty, 10, 1$, or 0.1 as shown on the curves. $n = 3$.

$$\gamma(\sigma) \equiv \gamma_i \cdot g(\sigma) \quad (12)$$

で定まる。 $g(\sigma)$ は(2)式の $\mu(t/t_0)$ から

$$g(\sigma) \equiv \{\mu(t_K \sigma) / t_0\}^{-1/n} \quad (13)$$

で定まり、 γ_i は(2)式の Q_i から

$$\gamma_i = (Q_i / Q_K)^{-1/n} \quad (14)$$

で定まる。この式の Q_K は一種の特性流量であり、

$$Q_K = 2Z \cdot 2Y \cdot A_K / t_K \quad (15)$$

で定められる。 Z はキャビティの片側幅を表わす。

キャビティに先立つ流路が等温流路の場合には $g(\sigma) \equiv 1$ となり、 $\gamma(\sigma) \equiv \gamma_i$ となる。

成形材料が射出シリンダから直ちにキャビティへ入る場合には、 γ_i が0となり、 $\gamma(\sigma) \equiv 0$ となる。

1.3.2 $\gamma(\sigma) \equiv \gamma_i (> 0)$ のときの $j(\sigma)$ このときには(10)式が変数分離形の微分方程式に変形される。新しい関数 $p(\sigma)$ を用いて $j(\sigma)$ を

$$j(\sigma) \equiv \gamma_i^{-n} (p(\sigma))^n \quad (16)$$

の形に書き表わし、新しい変数 p を用いて $p(\sigma)$ の逆関数をSGM(p)と書くと、(10)式の解が

$$\sigma = \text{SGM}(p) \equiv \int_{p_I=p}^1 \frac{dp_I}{p_I(1-p_I+p_I^{n+1}/\gamma_i^{n+1})} \quad (17)$$

で与えられ、これから逆に $j(\sigma)$ が定められる。

1.3.3 $\gamma(\sigma) \equiv 0$ のときの $j(\sigma)$ および J_F このときには $j(\sigma)$ が解析的に

$$j(\sigma) \equiv \{\exp(n+1)\sigma - 1\}^{-n/(n+1)} \quad (18)$$

で表わされ、 $J(\infty)$ の値 J_F が

$$J_F = J(\infty) = \pi / (n+1) \sin\{\pi / (n+1)\} \quad (19)$$

として得られる。

1.4 材料定数

1.4.1 ρ , ω , κ これらの定数は冷却層(3.1)の密度、比熱、および熱伝導率を表わす。それぞれの値として成形材料の温度が $(T_I + T_M)/2$ 、圧力が $(P_I + P_M)/2$ であるときの値を用いる。

1.4.2 n , $\Psi(T)$, D_0 , τ_0 成形材料の温度が T であるときのせん断速度 D とせん断応力 τ との関係を

$$D = \epsilon D_0 \Psi(T) (\epsilon \tau / \tau_0)^n \quad (20)$$

で表わす。\$n\$ は非ニュートン指数、\$\Psi(T)\$ は流動度を表わす。\$\epsilon\$ は \$\tau < 0\$ のとき \$-1\$、\$\tau > 0\$ のとき \$1\$ とする。\$D_0\$ は単位のせん断速度、\$\tau_0\$ は単位のせん断応力である。

細管流れ試験の結果が、温度 \$\bar{T}\$ ごとに見掛けのせん断速度 \$D' (\equiv 4\bar{Q}/\pi\bar{R}^3)\$ と管壁のせん断応力 \$\tau_w (\equiv \bar{R}\bar{P}/2\bar{L})\$ との関係として、

$$\log(D'/D_0) = \log \Psi(\bar{T}) + \bar{n} \log(\tau_w/\tau_0) \quad (21)$$

で与えられると、\$\bar{n}\$ が、\$n = \bar{n}\$ で定まり、\$\Psi(T)\$ が \$\Psi(\bar{T}) \equiv ((n+3)/4)\bar{\Psi}(T)\$ で定まる (\$D'\$ または \$\tau_w\$ の式の \$\bar{R}\$ は試験用オリフィスの半径、\$\bar{L}\$ はその長さ、\$\bar{P}\$ は試験圧力、\$\bar{Q}\$ は流量を表わす)。

(21)式の成り立つ範囲は一般に狭いから、取り扱う流れこみに寄与の大きい範囲内のみの関係を(21)式で表わす。たとえば、射出シリンダの流出端から測った流れ長さの上限を \$\bar{L}_{\max}\$ とし、流路およびキャビティの直径または厚さの下限を \$2\bar{R}_{\min}\$ として、\$\bar{T} = T_I\$ のときの \$\log(D'/D_0) \sim \log(\tau_w/\tau_0)\$ 関係の \$P_D(0.1\bar{R}_{\min})/2\bar{L}_{\max} < \tau_w < P_D\bar{R}_{\min}/2(0.1\bar{L}_{\max})\$ の範囲から \$\bar{n}\$ を定め、\$\tau_w = P_D\bar{R}_{\min}/2\bar{L}_{\max}\$ のときの \$\log(D'/D_0) \sim \bar{T}\$ 関係の \$T_I - 20^\circ\text{C} < \bar{T} < T_I\$ の範囲から \$\bar{\Psi}(\bar{T})\$ を定める。

1・5 成形変数

1・5・1 Z, Y キャビティの幅を \$2Z\$、その厚さを \$2Y\$ とする。

1・5・2 \$T_I, T_M, P_I, P_M, P_D\$ 一定の射出圧力 \$P_I\$ を受けて、一定の射出温度 \$T_I\$ の材料が一定の型温度 \$T_M\$ のキャビティへ射出されるとし、大気圧を \$P_M\$ とし、\$P_I - P_M\$ を \$P_D\$ とする。

1・5・3 \$Q_M(t), Q_i, \mu(t/t_0)\$ キャビティに先立つ流路の端をキャビティから切離して同じ成形条件でエアショットを行なうときの射出流量 \$Q_M\$ が、\$t_0\$ を単位時間として、関数の形で

$$Q_M = Q_M(t) \equiv Q_i \cdot \mu(t/t_0) \quad (\mu(0)=1) \quad (22)$$

によって表わされるとする。

2 実験結果との比較

2・1 指数減衰則

\$r(\sigma) \equiv r_i (> 0)\$ で、しかも \$n+1 \geq r_i^{n+1}\$ である場合には、たとえば(17)式によって、つぎのことがわかる。
\$-(d/d\sigma)j(\sigma)/j(\sigma)\$ を縦軸上にとり \$\sigma\$ を横軸上にとってその関係を表わす曲線をえがくと、一つの極小点が現われる。したがって、\$\ln j(\sigma)\$ を縦軸上にとり、\$\sigma\$ を横軸上にとってその関係を表わす曲線をえがくと、一つの変曲点が現われる。その付近では流れ速さの指数減衰則が成り立ち、その減衰時間 \$B\$ が

$$B = t_K/n(1 - n\{r_i^{n+1}/(n+1)^{n+1}\}^{1/n}) \quad (23)$$

で得られる。

2・2 成形流れ試験

Run		1	2
Z	in	0.5	0.5
Y	in	0.0375	0.0375
\$T_I\$	\$^\circ\$F	325	325
\$T_M\$	\$^\circ\$F	80	180
\$P_I\$	lbw/in\$^2\$	14800	13550
\$Q_i/(2Z \cdot 2Y)\$	in/sec	11.3	8.6
\$\log(t_B/\text{sec})\$		0.4752	0.4734
\$T_{II}\$	\$^\circ\$F	310	310
\$n\$		2.7	2.7
\$\log \Psi(T_I)(D_0=1 \text{ sec}^{-1}, t_0=1 \text{ lbw/in}^2)\$		1.0618	1.0618
\$\log(t_K/\text{sec})\$		-0.0123	0.0255
\$\log(A_K/\text{in})\$		1.0722	1.0544
\$\log \gamma - n\$		-0.0314	-0.0944

Fig. 2. Comparison of the results of calculation by the Eq. (1) (thin solid line) or by Toor, Ballman, and Cooper⁴⁾ (broken line) with their experimental results⁴⁾ (solid line). \$t_{RFT}\$ stands for the ram forward time.

Toor, Ballman, and Cooper⁴⁾の Run 1 または Run 2 について \$\gamma(\sigma) \equiv r_i\$ と仮定して算定し、Fig. 2 を得た。最終到達流れ長さの計算値は、それぞれ、6.4 in (実測値 5.1 in) または 5.9 in (実測値 5.6 in) であり、流れ速さの減衰時間の計算値は、それぞれ、0.66 sec (実測値 0.46 sec) または 0.70 sec (実測値 0.66 sec) であった。

3 計算式の組立て

3・1 運動層、冷却層、温度分布

キャビティの流れ方向にそって短い長さ \$dx_I\$ をとり、その中の成形材料を流れの速い運動層と流れの遅い冷却層とに区分した。運動層の温度は \$T_I\$ であるとし、冷却層のうちでも運動層に近い部分の温度は \$T_I\$ であるとした。そして、運動層と冷却層との間には熱の出入りがないと仮定した。そこで、成形材料を運動層よりも厚さのやや大きい内層とその外層とに区分し、内層の中では温度が \$T_I\$ に等しいとし、その片側厚さを \$Y_I\$ とした。外層の中では温度が \$T_I\$ から \$T_M\$ まで変化しているとし、その温度分布は定常伝導状態の温度分布と同じとした。そして、成形材料の熱量 \$h\$ をその定常温度分布の熱量 \$\rho \omega \cdot dx_I \cdot 2Z \cdot 2Y(1/2)(T_I - T_M)(1 + Y_I/Y)\$ に等しいとした。また、成形材料が

らキャピティの壁面へ流れこむ熱流 q_M をその定常温度分布の熱流 $2\kappa \cdot dx_I \cdot 2Z \cdot (T_I - T_M)/Y(1 - Y_I/Y)$ に等しいとした。そして、 $q_M = -dh/dt_U$ を仮定して、

$$Y_I/Y = 1 - (t_U/t_E)^{1/2} \quad (24)$$

を得た。 t_U は流れ端がキャピティのその部分へ到達してから時間を表わす。 t_E は(3)式の t_E を表わす。この温度分布とその時間的変化とをFig. 3に示す。用いた仮定の任意性は著しく大きい、それは、結果的に、内層の中では温度が常に T_I であり、外層の中では、厚さが $2Y$ であり温度が T_I である成形材料の平行平板を温度が T_M に保たれている壁面の間にはさんで冷却する場合に近いものとなった。

Fig. 3. Temperature profiles in the present theory (solid line) and in the case of static cooling (broken line) for which $t_U/t_E = 0.02, 0.08, 0.32$, and 0.64 in sequence as given on the curves. y stands for the distance from the mid-plane.

3・2 流動度分布、流動層、固化層

これに対応する流動度分布を考えて、流動度が $\Psi(T_{II})$ よりも大きい範囲を流動層とし、小さい範囲を固化層とした。流動層の片側厚さを Y_{II} として、

$$Y_{II}/Y = 1 - (t_U/t_E)^{1/2}\theta \quad (25)$$

を得た。 θ は(5)式の θ を表わす。 $\ln\{1 - (t_U/t_E)^{1/2}\theta\}$ を縦軸上にとり t_U/t_E を横軸上にとってその関係を表わす曲線をえがくと一つの変曲点が現われ、近似的に

$$Y_{II}/Y = r \exp(-2\theta^2 t_U/t_E) \quad (26)$$

が得られた。 r は(9)式の r を表わす。成形材料が固化層の中では静止して流動層の中だけで流れているとし、その流動度をあらためて $\Psi(T_I)$ と仮定した。

3・3 圧力差、基礎式

その流れの圧力差 $-dP$ は $P_D \cdot (Q(t)/Q_D)^{1/n} \cdot (Y_{II}/Y)^{-(n+2)/n} \cdot dx_I$ となる。 $Q(t)$ は成形材料の流量を表わし、 Q_D は $2Z \cdot 2Y \cdot Y \cdot D_I N$ を表わす。 D_I は(8)式の D_I を表わし、 N は(9)式の N を表わす。 $-dP$ を積分し、キャピティに先立つ流路の圧力差を $P_D \cdot (Q(t)/Q_M(t))^{1/n}$ とみなして加え、流れの基礎式

$$(P_I - P_G)/P_D = (Q(t)/Q_D)^{1/n} \{ (Q_M(t)/Q_D)^{-1/n} + \int_{x_I=0}^{x_G} (Y_{II}/Y)^{-(n+2)/n} dx_I \} \quad (27)$$

を得た。この P_G はキャピティの流入端から流れ方向に距離 x_G だけ進んだ位置の圧力表わす。(26)式を用いて Y_{II}/Y を t_U の式に書きかえ、 t_U を $t - t_I$ と書き、 dx_I を $(2Z \cdot 2Y)^{-1} Q(t_I) dt_I$ と書くと、積分が t_I についての0から t_G までの積分になる。 t_G は $A(t_G) = x_G$ で定まる時間である。 x_G を A に等しくとれば t_G は t になり、(27)式の左辺は1となり、 $Q(t)$ の関数方程式を得る。その $Q(t)$ を $Q_K j(t/t_K)^{1/2}$ と書き、さらに一連の書きかえを行なって、(1)式を初めとする計算式を導いた。円管内一方流れ、平行板間放射状流れ、多流路系、または、結晶性の熱可塑性樹脂成形材料の流れこみの場合に、これに対応する理論を組み立てることは容易であった。

(昭和46年10月20日 第19回レオロジー討論会にて講演、昭和40年3月17日 日本合成樹脂技術協会第11回合成樹脂工業技術発表講演会にて一部講演)

参 考 文 献

- 1) Spencer, R. S., and G. D. Gilmore, J. Colloid Sci., **6**, 118 (1951).
- 2) Ballman, R. L., T. Shusman, and H. L. Toor, Modern Plastics, **37**, No. 1, 105 (1959).
- 3) Ballman, R. L., T. Shusman, and H. L. Toor, Modern Plastics, **37**, No. 2, 115 (1959).
- 4) Toor, H. L., R. L. Ballman, and L. Cooper, Modern Plastics, **38**, No. 4, 117 (1960).
- 5) Barrie, I. T., Plastics and Polymers, **37**, 463(1969).
- 6) Barrie, I. T., Plastics and Polymers, **38**, 47 (1970).
- 7) Barrie, I. T., SPE J., **27**, No. 8, 64 (1971).