微視的非線型欠陥の局部破壊と残留ひずみ*

中 峠 哲 朗**

Local Fracture and Residual Strain in Microscopic Nonlinear-Defect-Model

by

Tetsuro NAKATAO

(Faculty of Engineering, Fukui University, Fukui)

The Nonlinear-Defect-Model, proposed in the previous paper to explain analytically the macroscopic fracture of one-dimensional body, was developed further in order to establish relations with the structure of steel.

In this paper, the physical characteristics of local fracture at a macroscopic as well as microscopic nonlinear-defect (ND) in a one-dimensional body was first discussed as compared with the actual macroscopic fracture. Then, the residual strain in the body having various kinds of microscopic NDs was expressed analytically.

The above discussion suggests that three types of ND approximation (Single-, Many- and Equivalent-ND) can be used to express the local fracture and residual strain. In the Many-ND approximation, the following three regions of strain have to be discussed separately: (1) Initial region where small strain is led from all of the different kinds of ND, distributed homogeneously in the body, (2) Final region where fracture is led only from ND distributed in the fracture plane, and (3) Transient region where intermediate strain is caused by the transition from (1) to (2).

(Received June 6, 1972)

1 序 論

筆者は前報¹⁾でき裂発生および進展に関する1次元非線型欠陥モデルで破壊に関する現象を説明することを提案した。特に破壊応力の大きさが材料中の非線型要素によって規定され、破壊の進行速度が非線型現象の時間おくれに関連することを示した。しかしこのモデルはいまだ初歩的なものであって定性的にも今後の改良を待つ点が多い。

今回はこれまでの考察を実験に合致させる改良の一段階として材料中の非線型欠陥の破壊状況を物理的に明らかにし、特に微視的非線型欠陥の集合によって材料の残留ひずみが説明し得ることを述べる。また今後応力-ひずみ曲線を解明するためのモデルの改良についても触れる。

2 非線型欠陥モデルの概要

前報¹⁾では静的引張り時における巨視的なき裂の発生、進展をつぎの簡単な非線型欠陥（今後欠陥と略記する）を用いて論じた。

(1) 一様な1次元母結晶中に1つの欠陥原子があり、この欠陥と隣接原子との間ではみかけのヤング率 E が原子間隔の相対変化量 ε によって次式で変化すると仮

定した。

$$E = E_0(1 - \beta\varepsilon) \quad (1)$$

ここに E_0 , β は定数である。応力 σ によって $E = \sigma/\varepsilon$ が成り立つことを用いると、応力 σ の下での ε の値は次式で与えられる。

$$\varepsilon = \frac{1}{2\beta} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4\beta\sigma}{E_0}} \right) \quad (2)$$

この ε - σ 特性は Fig. 1 中に太い実線として記してある。また応力 $\sigma_c = E_0/4\beta$ を加えたのち応力を取り去ると、安定状態は $\varepsilon = 0$ のほかに新しく $1/\beta$ が得られる。後者は β が小さいとき欠陥部での変位が著しく大きいことを示し、巨視的な材料の破断に対応させるので σ_c は破壊応力となる。

(2) さらに前項のモデルを改良して、(1)式中の E はひずみに対してある時間おくれをもつて変化すると仮定し、

$$E = E_0 \left(1 - \beta\varepsilon + \beta\xi \frac{d\varepsilon}{dt} \right) \quad (3)$$

によって近似すれば、 ε の時間的変化は次式の解として解析的に表示し得る。

$$\frac{\varepsilon d\varepsilon}{\varepsilon^2 - \frac{1}{\beta}\varepsilon + \frac{\sigma}{\beta E_0}} = \frac{dt}{\xi}$$

このとき ε が種々の初期値をもつときの ε の時間的

* 原稿受理 昭和47年6月6日

** 正 会 員 福井大学工学部 福井市文京

Fig. 1. Macroscopic nonlinear deformation, where full line shows stable deformation and D corresponds to fracture.

変化は一定応力の下ではFig. 1に示す4つの領域に区分して表式化することができた。特に図中斜線で示した領域Dでは ϵ は時間とともにいつまでも増加し、巨視的破壊現象に対応させ得る。

以上によって定性的には巨視的破壊の生成を非線型欠陥モデルによって説明することの可能性が知られたので、それを実用に近づけることを検討してきた。

3 微視的非線型欠陥の局所破壊と静ひずみ

材料の破壊を基礎的に論ずるためには微視的な材料構造からの観点を導入する必要があるので、前報での巨視的な欠陥のかわりに、材料中にある多数の微視的な欠陥を(4・1参照)用いて材料の変形を説明することが次の課題となる。そのために欠陥部での破壊についての物理的な観点をまず検討し、またその結果を参照して微視的な観点から静ひずみを検討する。

3・1 応力と欠陥部の破壊

まず材料中における欠陥部の破壊状況についての物理的な解釈を述べる。

(1) 鋼の応力-ひずみ曲線では伸長に伴って応力の最大値が存在し、その後は応力が減少しても伸びは増大する。これを(2)式と比較して、巨視的欠陥部の破壊を次のように考える。すなわち欠陥部は破壊応力 σ_c によって破壊され、破壊の数学的な特徴は連続状態のまま(2)式中の複号部分の符号が負から正に移ることである。しかし破壊がはじまると(2)式の正の部分に対応して、その欠陥部に作用する力が減少したとき欠陥部でのひずみ量は増大して、ついに欠陥部での破断がおこる。これは破壊の過渡特性を導入するものであり、今後(3)式との対応づけを検討する必要がある。

(2) 次に微視的欠陥部の力学的特性を考えるのであるが、これについて特別な知識がないので、上と同様に破断後は欠陥部に作用する応力は減少して、ついに零となり、かつひずみ量は $1/\beta$ に固定されるものとしよう。

(3) 1次元結晶中に多数の微視的欠陥があり、これを応力 σ_c で引張るときの(2)式の内容は次の例によってかなり理解されよう。いまFig. 2に示すようにゴムひもと長いくさを並列に接続し、それを用いて2つ

Fig. 2. Visual illustration of tensile fracture at a one-dimensional nonlinear defect, where a is an initial lattice parameter and β a nonlinear parameter.

の物体を結びつける。この2物体を引張るとまずゴムひもが伸長し、それを(2)式の負号部分に対応させ得る。さらに伸長を大きくしてゴムひもを切断すると応力は零になるが、伸長は継続し、これを(2)式の正号部分に対応させる。伸長がくさりの長さに達すると伸長がとまるので、くさりの長さを(2)式の第2の安定点 $1/\beta$ に対応させる。この後は2物体間には再び引張応力を加え得るので、長時間平均で考えれば欠陥の破壊に関係なく張力 σ_c を加えたときと近似し得る。また破壊現象が非可逆であるから、ここでは欠陥のひずみ量がいったん $1/\beta$ に達したのちはいつまでもその値に固定されると仮定することとし、その基礎づけは今後の課題とする。

(4) 上の議論を多次元物体中の局所的欠陥部の破壊と関連させるときは、欠陥部は破壊によってたとえばGriffithのモデルのように微小空孔に転化すると考えればよい。

3・2 単一種類の微視的欠陥の場合

まず簡単な場合として、材料中に多数の同一形式の微視的欠陥があるときについて材料のひずみを表式化しよう。

まず最も簡単な場合として全原子数 N の1次元結晶中に n 個の単一種類の微視的欠陥があるときを考える。微視的欠陥の力学的特徴は3・1に述べた巨視的欠陥部でのものと類似であって、一定応力 σ による欠陥部の局所的ひずみは(2)式で与えられ、他の原子部分では完全弾性ひずみ ϵ_0 がおこるとき、材料の平均的ひずみ $\bar{\epsilon}$ は次式で与えられる。

$$\bar{\epsilon} = \{n\epsilon + (N-n)\epsilon_0\}/N = \bar{\epsilon}_c + \bar{\epsilon}_e \quad \text{破壊前} \quad (4)$$

$$\bar{\epsilon} = \bar{\epsilon}_c + \bar{\epsilon}_e \quad \text{破壊後} \quad (5)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} \bar{\varepsilon}_e &= \frac{(N-n)\sigma}{E_0 N}, \quad \bar{\varepsilon}_s = \frac{n}{2\beta N} \left\{ 1 - \sqrt{1 - \frac{4\beta\sigma}{E_0}} \right\} \\ \bar{\varepsilon}_i &= \frac{n}{2\beta N} \left\{ 1 + \sqrt{1 - \frac{4\beta\sigma_i(t)}{E_0}} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

であり、 $\bar{\varepsilon}_e$ は線型弾性ひずみ量、 $\bar{\varepsilon}_s$ は破壊前の非線型弾性ひずみ量、 $\bar{\varepsilon}_i$ は破壊後の非線型過渡的ひずみ量に対応する。また σ_i は微視的欠陥の破壊過程での局所応力を示し、時間とともに減少して、最終的には零となるものを示す。

上式を簡単な例について図示すると Fig. 3 (a) のようになる。このとき特に興味があることはこれらの曲線は履歴曲線に類似していること、および $\bar{\varepsilon}_i$ は最終値 $\bar{\varepsilon}_{if}$ に収斂し、それは残留ひずみ $\bar{\varepsilon}_r$ と合致して次式で与えられることである。

$$\bar{\varepsilon}_{if} = \bar{\varepsilon}_r = n/\beta N = \frac{4n\sigma_c}{NE_0} \quad (7)$$

これは応力が大きいほど残留ひずみが大きいという実験結果とよく対応しているので、次にもっと議論をすすめよう。

Fig. 3. Illustration of stress-strain curve by Nonlinear-Defect-Model.

3・3 多種類の欠陥の場合

結晶中に m 種類の微視的欠陥があるときについて 3・2 の議論を改良しよう。いま欠陥の種類を β の大きいものから順に番号 i をつけることとし、 i 番目種類の欠陥の数 n_i 、非線型係数 β_i 、破壊応力 σ_{ci} であり、応力 σ によるひずみを ε_i とする。応力が非常に小さくて、これらの欠陥部が全く破壊されない場合には(4)式の形にかかれ、(6)式のかわりに次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \bar{\varepsilon}_e &= \left(N - \sum_{i=1}^m n_i \right) \varepsilon / NE_0 \\ \bar{\varepsilon}_s &= \sum_{i=1}^m \frac{n_i}{2\beta_i N} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{4\beta_i \sigma}{E_0}} \right) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

しかし応力がかなり大きくなり σ_{ci} であるときは、 $i=1 \sim j$ の欠陥部はすべて破壊され、(4)~(6)式のかわりに次式が得られる。

$$\varepsilon = \bar{\varepsilon}_e + \bar{\varepsilon}_s + \bar{\varepsilon}_i \quad (9)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{\varepsilon}_e &= \left(N - \sum_{i=1}^m n_i \right) \sigma / NE_0 \\ \bar{\varepsilon}_s &= \sum_{i=1}^m \frac{n_i}{2\beta_i N} - \sum_{i=j+1}^m \frac{n_i}{2\beta_i N} \sqrt{1 - \frac{4\beta_i \sigma}{E_0}} \\ \bar{\varepsilon}_i &= \sum_{i=1}^j \frac{n_i}{2\beta_i N} \sqrt{1 - \frac{4\beta_i \sigma_{ci}}{E_0}} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

いま応力を除いて $\sigma=0$ としたときは、 $i=1 \sim j$ の欠陥部は新しい平衡点 $\varepsilon_i=1/\beta_i$ に移り、 $i=j+1 \sim m$ の欠陥部は $\varepsilon_i=0$ にかえるから、残留ひずみは(10)式のかわりに次式で与えられる。

$$\bar{\varepsilon}_{rf} = \sum_{i=1}^j \frac{n_i}{\beta_i N} = \sum_{i=1}^j \frac{4n_i \sigma_{ci}}{NE_0} \quad (11)$$

一般に非線型特性の強い、こわれやすい欠陥部は非常に少なく、非線型特性の弱い欠陥部は充分多数存在すると仮定することは妥当であろう。この場合を図的に検討するために適当な β および n/N の値をもつ4つの欠陥部を考えると、Fig. 3 (b) が得られて、周知された応力-ひずみ曲線の履歴過程に類似している。

ふつう静的ひずみにおいては各欠陥部のひずみの時間的変化を無視してよいから、(9)式のかわりに次式を用いてよい。

$$\bar{\varepsilon} = \bar{\varepsilon}_e + \bar{\varepsilon}_s + \bar{\varepsilon}_r \quad (12)$$

以上によって欠陥部での局所的破壊を考慮して静ひずみの式を導くことができたが、なお形式的なものであり、実際の破壊との関連については次項で検討する。

4 非線型欠陥モデルの問題点

これまで述べてきた非線型欠陥モデルを実際の材料と対応させるためのいくつかの問題点とそれに対する二、三の考察を試みる。

4・1 欠陥の具体化

ここでは1次元結晶を例にとって「欠陥」という語を用いてきたが、これを実際の材料に適用するときは混乱をさけるためにむしろ直観的な意味で「欠陥構造」と呼んで、結晶学上の欠陥のみならず、欠陥群、さらに大きい尺度での微小空孔、あるいは多結晶粒の形状や大きさ分布の異常な領域などもふくめることを前報で述べた。またその実例として KCl 単結晶中に微小空孔、あるいは各種分光特性をもつ欠陥が平面上に群をなして存在し、それが結晶のへき開と密接に関係していることを述べた。また鉄鋼では衝撃破壊面の様子が材料の粒状組織と非常に関係が深いことはよく知られている。

4・2 欠陥の分類

1次元物体に対する非線型欠陥モデルを議論するこれまでの過程では扱かう現象に応じて異なった近似を

用いており、それぞれの特徴に応じてここでは次の3種に区分する。ただしNDは非線型欠陥の略記である。

Single-ND 近似 (SND-A)：前報で破壊現象を直接的に扱うために用いた形式で材料中に1つの巨視的欠陥を考え、引張り時にはその部分で材料が破壊されると仮定する。(2)式はこの観点で導出されたものであり、最終的な材料の破断を形式的に論ずるとき好都合であるが、力学的特性全般を議論することはそのままではむずかしい。

Many-ND 近似 (MND-A)：本報告で残留ひずみを説明するために用いた形式で、微小な欠陥部が材料中に多数存在し、それらの局所的なひずみや破壊から材料全体の平均ひずみ量を求める。これは材料破壊を論ずる基礎的方法であり、(5)式以降の計算からわかるように残留ひずみを説明し得るとともに、パラメータが多くとれるので、今後実験結果との対応を議論し得るであろう。しかし現在の形式では最終的に1破断面で破壊されることを説明しがたく、今後改良を要する。

Equivalent-ND 近似 (END-A)：SND-A と似ているが、材料全体の平均ひずみが応力に対して非線型欠陥的特性をもつと考えるもので、応力-ひずみ曲線を形式的に扱うとき便利な形式であり、そのとき材料がどの部分で破壊されるかを全く考慮しない。前報で各種材料の β の値を推定するためにヤング率と破壊応力値とを用いたことはこの近似に対応する。

4・3 モデルの改良

上記3種の近似のうち最も基本的なMND-Aを改良して非線型欠陥モデルを完成させることは今後の課題であるが、さしあたって最大の疑問、すなわち最終的に一破断面が得られることを示す方法を述べよう。いまひずみの大小に応じてMND-Aの内容を3つに分割して考える。

初期領域 R_i ：多種多数の欠陥が材料中にはば一様に分布すると考えることは妥当であり、その観点から小応力による材料の変形を(8)式で計算する。さらに応力が大きくなると各種欠陥のうちで最も弱いいくつかの欠陥部（これを F と呼ぶ）がまず破壊され、これを(9)式で計算する。

破断領域 R_f ：肉眼的破壊面を考えると、その面内での変形は残留ひずみを伴う形式で、かつ最終的にはその面上にある欠陥部の破壊として近似し得るであろう。したがって破断面上に集中して存在する多種多数の欠陥群 F^* に(10)式を適用して考えることができる。

過渡領域 R_t ：材料中の欠陥分布を3次元物体中で考えるとFig. 4に示すように R_i 領域では一様分布を、 R_f 領域では最終破壊面上のみの分布を考えた。したがって中間的な変形過程では一様分布の欠陥から特定の面上の欠陥 F^* に議論を移すような現象があると

Fig. 4. Illustration of three types in the Many-Nonlinear-Defect approximation in two dimensional body.

考えて R_i 領域を導入する必要がある、簡単な場合として筆者は次のものを考えている。すなわち R_i の段階で欠陥部 F が破壊されると、その付近に応力集中がおこり、さらに隣接部での破壊が進行する。しかし材料中における欠陥部 F の分布を考えると、それが最も密に分布するような面が存在し得て、それを F^* 面に対応させ得る。このような欠陥の面状分布の簡単な例については筆者がすでに理論および電子計算機シミュレーションによって明らかにしており⁴⁾⁵⁾、したがってこの過程の具体的内容について今後検討する必要がある。

またこの3つの領域区分ではそれぞれ破壊の進行状況が異なると考えるので、MND-A のみならず、SND-A および END-A についてもこの領域区分を導入する必要があること、および现阶段では直接破壊機構を詳細に論ずることが困難であるから、むしろ簡単なSND-A、END-Aを実験的に定めることから出発することが望ましいと思われる。

5 結 語

破壊現象を非線型欠陥モデルによって系統的に説明しようとする試みの一部として、材料中における非線型欠陥部の挙動、およびそれを静ひずみ特性と結びつける方法を検討して次のことを述べた。

(1) 材料中における非線型欠陥部の局所的破壊を1次元結晶中および3次元物体中でモデル化して論じ、その物理的内容を明らかにした。

(2) 材料中に多種多様の欠陥があるとき上の結果を利用すれば、形式的には静ひずみの表式(8)、(10)式および残留ひずみの(11)式が得られることを述べた。

(3) 非線型欠陥モデル中で巨視的単一非線型近似SND-A、微視的多種非線型欠陥近似MND-Aおよび等価非線型欠陥近似END-Aとを区別してそれぞれの特徴を述べた。

(4) 将来これらの近似を実際の過程と関連づける一方法として、たとえばMND-Aの内容を3つの段階に区分して論ずることの必要を明らかにした。すなわち R_i ：破壊初期に用いられ、材料中に一様に欠陥が分布する近似法、 R_f ：破壊末期に用いられ、材料中最終破断面にのみ多種多数の欠陥が分布する近似法、

R_t : 破壊中期には全欠陥中特に欠陥密度の高い面で破壊が強く進行すると考える近似法であり, それによって破壊進行過程をすべて微視的な観点から解釈し得ることを述べた。

以上によって非線型欠陥モデルを用いて静ひずみ特性を説明するための基本的な要素がほぼ明らかにされたので, 今後それを具体化し, 実験結果との比較も試みることが必要である。

(昭和47年5月30日 日本材料学会第21期通常総会学術講演会にて講演)

参 考 文 献

- 1) 中峠哲朗, 材料, **21**, 42 (1972); **21**, 989 (1972).
- 2) Griffith, A. A., Phil. Trans. Roy. Soc., London, A **221**, 163 (1920).
- 3) 中峠哲朗, 坂手克土, 応用物理, **40**, 951 (1971); **41**, 610 (1972).
- 4) 中峠哲朗, 応用物理, **37**, 1128 (1968), Japan. J. Appl. Phys., **11**, 823 (1972).
- 5) 中峠哲朗, 立川敏明, 応用物理, **40**, 946 (1971).

書 評

粉 粒 体 工 学

三 輪 茂 雄 著

(A 5 判変形, 398頁, 3 200円, 1972年, 朝倉書店発行)

粉体, とくに粉体工学に関する書物は少くないが本書はきわめてユニークなものといえる。これまでの成書はその大部分が大学, 研究所などの研究者か, または実際の経験の集積の上に立った技術者の立場から書かれている。それに対して本書は, ちょうど粉体に関する学問の発展期と時を同じくして粉体を取扱う工場で十数年の間実際の粉体現象に直面し, 問題点の解決に苦心した技術者であった著者が, 転じて大学の教育を担当する立場に立ち, これまで取扱い技術として対応してきた粉体現象をいかに学問的に整理し工学として体系づけるかを追究した結果である。

著者が発展させようとしている粉体工学の体系は第1章からうかがい知ることができる。まず, 粉体に関する従来の成書にあげてある項目を整理し, 粉体の工学的な単位操作と関係する基礎的性質を経緯としての関連現象のまとめを試みている。さらにこれまでの成書のまとめ方に対する多少の批判の後, 単位操作の観点に立つまとめ方をとらずに粉体の基礎的性質にもとづいて第2章以下の各章に入ってゆく。粉体物性としてまず粒子密度をとりあげている。粉体の真密度測定はきわめて重要でありながらその方法は十分に確立されていず, 面倒なために物性定数表などで間に合わせてしまうことが多いが, ここでは実際の方法, 装置について原理的なことから測定手順まで詳細に説明してあるのはよい。第3章以下, 粒子の大きさ, 形状, 粒度分布と続き, ここまでがいわば粒子特性に関するものである。第6章以下が粉体の静的特性, 流動性になり, 粒子群の堆積構造, 粉体層の静力学, 粉体の流動現象, 粒子の沈降, 粉体層の透過性と進み, 最後に湿った粉体の挙動となる。この12章が粉体の基礎的性質のすべてであるとは著者も考えているわけではなからうが, 確かに粉体工学的に重要な基礎的性質のほとんどはカバーしてある。化学的性質について不足しているのが心残りである。全体として記述は平易であり, 図, 表, 注なども多くわかりやすい。引用文献も多く, とくに主要文献の表が要所要所にまとめてあるのは親切である。各章の終わりにある練習問題も理解を助けるのに有効である。ただ, 測定装置, 方法についての説明がもう少しあってもよかったと思われる。第2章の粒子密度では詳細に説明されているだけに少し物足りない感じがする。

著者が第1章5節に述べている“粉体観”に対して評者は多少異議がないでもないが, それは本書の内容に係るものではなく, とかく経験的取扱いが重要視されている粉体工学の分野で, 基礎的な考え方から理解を深めてゆこうとする本書は, 粉体に直接関係する人だけでなく, 広く工学にたずさわる人々にとって座右の書と言うべきである。

(京都大学化学研究所 荒川正文)