多軸応力下のコンクリートの巨視的破壊条件と設計への提言*

小 林 昭 一** 小 柳 洽**

Macroscopic Fracture Criteria of Concrete under Multiaxial Stresses and a Proposal for Design Criteria

by

Shoichi KOBAYASHI and Wataru KOYANAGI

(Faculty of Engineering, Kyoto University, Kyoto)

The present paper is concerned with the characteristics of fracture criteria of concrete in multiaxial stress states, their representation and a proposal for design under such conditions.

The concepts of fracture surface in the processes of fracture initiation, subsequent fracture and final fracture were introduced first, and then the typical ways of representing each of these fracture surfaces were discussed by taking the generalized Griffith's criterion as an example.

Secondly, the experimental results of concretes together with cement paste and mortar under multiaxial stresses were obtained and compared. It was observed that all the results resemble each other when they are represented in terms of the stresses normalized by using the uniaxial compressive strength.

Finally, based on these results, the design criteria were proposed.

(Received Sep. 20, 1972)

1 ま え が き

近年, PCPV などの出現により, 構造物の設計あるいはその安全性を推定する上での基礎資料として, 多軸応力下のコンクリートの破壊条件の検討がとくに重要視されるようになり, この種のシンポジウムも広く行なわれるようになってきた。^{1,2)}

コンクリートは, 形状・寸法等の異なる骨材を, セメントの水和生成物によって結合した多相体であり, 微視的には極度に非均質異方性の材料である。したがって, コンクリートの破壊の機構は非常に複雑な様相を示す。多相材料であるコンクリートの最も一般的な破壊条件は, その内部あるいは骨材結合材界面に存在する水隙, 空隙などの初期欠陥からの微視的ひびわれの発生から, 終局破壊(強度破壊の意, 以下同じ)にいたる過程における機構までをもすべて考慮に入れたものであろうが, 現段階ではこの過程を定量的に明確に説明しう一般的な破壊条件を求めることは不可能である。このため, 従来から, コンクリートの破壊条件は, 工学的に設計と関連づけて, 巨視的, 現象的に, 多軸応力場の下での終局破壊だけを対象として, 実験的に求められている。このようなアプローチは, 現段階においては非常に有効であろう。しかしながら, こ

れらの従来の多軸応力下のコンクリートの巨視的破壊条件に関する種々の研究や提案は, そのほとんどが特殊な場合または限られた範囲内でしか成立せず, 広範囲にわたり一般的な巨視的破壊条件として使用できるものではない。

著者らは, コンクリートの一般的な巨視的破壊条件を, 工学的に終局破壊を対象として求める方法を提案してきた。^{3)~8)} すなわち, コンクリート中の骨材の寸法効果が現われない程度の範囲にわたって一様応力状態が仮定できる場合には, 材料に対する巨視的等方均質の仮定が成立するため, 通常の載荷状態の下では, 一般的な巨視的破壊条件を, 三次元主応力空間内の一凸曲面, すなわち破壊曲面として表現することが可能であり, また実際に, セメントペースト, モルタル, 天然および人工軽量コンクリートの圧縮域における巨視的破壊条件を実験的に決定し, 破壊曲面の形状について検討を行ってきた。^{5)~10)}

本文は, これら多相材料の一般的な巨視的破壊条件について, 現在までの検討の結果, ならびに引張応力を含む領域における各種の実験結果について述べるとともに, これをもとにして, 実際の設計に応用する上で便利のように, コンクリートの破壊規準の近似的な表現法について述べ, 多軸応力を受けるコンクリート構造物の設計への基礎資料を与えることを目的とした

* 原稿受理 昭和47年9月20日

** 正 会 員 京都大学工学部 京都市左京区吉田本町

ものである。

2 巨視的破壊条件

2・1 破壊条件の基本的特性

コンクリートの破壊は、その構造組織に対してきわめて敏感である。ここで、破壊という語には、破壊の開始、伝ばおよび終局破壊（強度破壊）という一連の破壊過程がすべて含まれると解釈することとする。したがって、破壊の過程は対象とする材料の最も苛酷な応力、あるいはひずみ状態にある欠陥ないし介在物（潜在欠陥）周縁上の点からのひびわれの発生によって始まり、このひびわれあるいは応力の再配分に伴って他の場所に逐次的に新しく生ずるひびわれの成長、伝ばを経て、最終時に対象とする系の安定性を失なう（^{10)~12)}いわゆる終局破壊にいたると考えられる。しかしながら、いかなる条件の下でひびわれが発生し、成長するか、またそれはいかなる機構に支配されるかに関してはまだ不明確な点が多い。破壊の全過程を解析的に追求しようとすれば、与えられた境界条件の下で潜在欠陥を含む材料の刻々の釣り合い問題の解を見いだすことが必要となる。しかしながら、一般には対象とする材料の潜在欠陥の形状も分布も未定であり、またひびわれの発生、成長に伴って境界条件も刻々変化するので、この問題の厳密解を得ることは不可能に近い。

幸いなことに、対象とする材料が Drucker の意味で巨視的に安定でさえあれば、対象とする材料の境界値問題には一義的な解が存在することが保証されているので、¹³⁾¹⁴⁾潜在欠陥周辺の応力ないしひずみ状態は、この材料に作用する外荷重の関数として表わすことができる。とくに、通常の荷荷にみられるような、巨視的にみて一様応力場を生じるような短時間準静的外荷重群が作用する場合には、潜在欠陥ならびに破壊伝ば過程における刻々のひびわれ周辺の応力ないしひずみ状態は、巨視的な応力成分ないしひずみ成分の関数として表わされることになる。したがって、破壊過程全般を通じて、刻々の巨視的応力ないしひずみ成分が求められるならば、その刻々の状態は巨視的な応力ないしひずみ空間内の一点に対応して表わされることになる。したがって、これらの点の集合、すなわち、あらゆる多軸応力状態に対応した点、は曲面を形成することになる。このような曲面を破壊曲面と呼ぶ。

破壊曲面には、上述のように、材料の破壊開始、破壊伝ばおよび終局破壊に対応するものが考えられ、これらは、それぞれ、破壊開始曲面、逐次破壊曲面、終局破壊曲面と呼ばれる。

ぜい性破壊のように、対象とする材料の応力とひずみの関係が一義的に定められ得れば、上記の破壊曲面は応力のみの関数で表わされることになる。コンクリートの破壊曲面はこのような場合に相当するものと考え

えられる。

破壊曲面は、ぜい性破壊の場合でも一般には荷荷経路の影響を受け、したがって応力空間内に固定された曲面とはなり得ない。しかしながら、ある固定された荷荷経路、たとえば比例荷荷やこれに近い場合、あるいは定められた定順序荷荷の場合には、破壊曲面は主応力空間にほぼ固定されたものになると考えてよいであろう。以下では、このような場合のみを取り扱うこととする。なお、破壊曲面は、Drucker の安定性の解釈に基づいて、応力空間の座標原点を含む凸曲面であることが保証されている。³⁾¹⁴⁾さらに、巨視的に等方な材料では、その破壊曲面は静水圧線を軸とし、主応力相互間に互換性のある曲面、すなわち静水圧線を3重対称軸とするような曲面でなければならないことがわかる。³⁾⁴⁾¹⁰⁾

破壊条件を求めるということは、このような特性をもった破壊曲面を決定するということである。この破壊曲面は、次節で述べるように種々の形で表現することも可能であり、したがってもちろん表現されたおのおの破壊条件ということになる。

2・2 破壊条件とその表示法

破壊条件は、本質的には個々の材料に関して実験的に求められるべきものであり、一般化しえたものが破壊規準である。コンクリートに関しても、従来数多くの実験が行なわれ、種々の形で整理した破壊条件が提案されている。しかしながら、破壊の物理的意味に関しては未だ不明確であり、そのために、あるいは実験結果の表示法相互間の関係も充分理解されていないために、互いに矛盾した結果もみられるようである。したがって、ここで破壊条件の意味と破壊条件の表示法について略述しておくことも充分意義があると思われる。

いま、潜在欠陥を含む三次元物体を考えて、この物体に巨視的に一様な多軸応力状態を生ずるような荷荷が作用しているものとする。また、この荷荷は比例的に増加されるものとする。このような荷荷状態の下でこの物体内の最もひびわれの発生し易い欠陥は、中間主応力方向に平行な面（中間主応力面）内に潜在する偏平な二次元クラックであり、その応力集中度は中間主応力の影響をほとんど受けないことが知られている。¹⁵⁾破壊の開始は、このクラックの応力集中に起因すると考えられ、したがって、一様な最大および最小主応力の関数となり、中間主応力の影響をほとんど受けないと考えられる。比例荷荷あるいはこれに近い荷荷条件の下では、ひとたび発生したひびわれは、この中間主応力面内で成長し、あるいは、中間主応力面内に存在する他の欠陥からひびわれが発生すると考えられる。このような考え方は、破壊伝ば過程全般を通じてほぼ

適用されると考えられ、したがって、破壊伝ば過程はもちろん、終局破壊もまた、第一次近似としては、巨視的な一様最大および最小主応力の関数であると考えてよいであろう。このような考え方に基づいて、最大および最小主応力の関係で求められる破壊条件は、以下に述べるように、主応力空間内の曲面としても容易に表現することができる。

以下では、最大および最小主応力の関係で表わした破壊条件の例として、物理的意味の明確さという点から、一般化した Griffith 規準¹⁰⁾¹²⁾を選んで略述し、次にこれと等価な二、三の表示法を検討してみよう。ここで、一般 Griffith 規準は、破壊開始の条件を与えるにすぎないが、他の破壊条件に関してもこれと同様に種々の表示法が行なえることはもちろんである。

(1) 一般 Griffith 規準とその最大-最小主応力表示
長軸 $2a$ 、短軸 $2b$ の楕円のクラックを含む二次元無限板の無限遠から、一様主応力 σ_1 および σ_3 ($\sigma_1 \geq \sigma_3$ 、圧縮応力を正とする) が作用しているモデル (Griffith モデル) を対象とし、このクラックからのひびわれの発生は、クラック周縁上の引張応力に基づくものとする。若干の計算を行なうと、ひびわれ発生すなわち破壊開始の条件は、Fig. 1 に示すような一般 Griffith 規準で与えられることになる。¹¹⁾ Fig. 1 中の σ_c および σ_t は、それぞれ単軸圧縮強度および単軸引張強度を示し、また $\kappa_c \sigma_c$ 、 $\kappa_t \sigma_t$ はそれぞれ破壊開始時の単軸圧縮応力および単軸引張応力を意味するものである。したがって、 $0 < \kappa_c \leq 1$ 、 $0 < \kappa_t \leq 1$ である。 κ_c 、 κ_t は、一般には等しくなく、また応力状態によっても、あるいは載荷経路によっても異なってくるパラメータと考える方が妥当であろう。なお、Fig. 1 中の式において、 $b/a=0$ 、 $R=8$ 、 $\kappa_t=\kappa_c=1$ とすれば、Griffith が提案した規準が導かれる。

Fig. 1. The generalized Griffith criterion.

(2) 最大、最小主応力の和と差による表示

最大、最小主応力の代わりに、これらの和と差、すなわち $\sigma_m = (\sigma_1 + \sigma_3)/2$ 、 $\tau_m = (\sigma_1 - \sigma_3)/2$ を用いて、上述の一般 Griffith 規準を表示すると、Fig. 1 に示したようになる。この表示は、 $\sigma_1 - \sigma_3$ 座標系を 45° 左向きに回転したものを、 $\sigma_m - \tau_m$ 座標系とし、単軸圧縮強度に相当する点が座標点 $(1/2, 1/2)$ となるように、座標軸を選ばよいことになる。

(3) 八面体応力表示

一般 Griffith 規準を八面体せん断応力 τ_{oct} および八面体直応力 σ_{oct} で表示すると、Fig. 2 に示すようになる。ここに、 $r = \sqrt{3} \tau_{oct} = \{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2\}^{1/2}$ および $d = \sqrt{3} \sigma_{oct} = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/\sqrt{3}$ は、それぞれ静水圧線から破壊曲面 (次項表示法参照) までの距離、および静水圧線に垂直な平面 (等圧面) を表わすことになる。また、パラメータ m として、 $\sigma_2 = \sigma_3 + m(\sigma_1 - \sigma_2)$ 、($0 \leq m \leq 1$) で定義される定数を考えると、 $m=0$ はいわゆる三軸圧縮試験 ($\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$) に、また $m=1$ はいわゆる三軸伸張試験 ($\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$) に対応することになる。

- ①: $2\sqrt{2}(R-2+2\sqrt{R+1})d + (R-20-4\sqrt{R+1})r + \sqrt{6}(R+4+4\sqrt{R+1})\kappa_t\sigma_t = 0$
- ②: $2\sqrt{6}(R-2+2\sqrt{R+1})d - (R+6+8\sqrt{R+1})r + 3\sqrt{2}(R+4+4\sqrt{R+1})\kappa_t\sigma_t = 0$
- ③: $2\sqrt{2}(R-2+2\sqrt{R+1})\sqrt{1+m+m^2}d + \{(R-2+2\sqrt{R+1})(1-2m) - 6(3+\sqrt{R+1})\}r + \sqrt{6}(R+4+4\sqrt{R+1})\sqrt{1+m+m^2}\kappa_t\sigma_t = 0$

Fig. 2. The generalized Griffith criterion expressed in terms of octahedral stresses.

(4) 曲面表示

上記の m を、さらに連続的に変化させたものを主応力空間の曲面として表示すれば、破壊開始曲面 (拡張した Griffith 規準、 $\sigma_c = -8\sigma_t$ の場合) が求められる。その概形を Fig. 3 に示す。

(5) Rendulic 応力面および等圧面による破壊曲線の切口曲線の表示

Fig. 3 において、 σ_1 軸を含み、 σ_2 および σ_3 軸から等距離にある平面、すなわち Rendulic の応力面、および等圧面による破壊曲面の切口曲線の概形を描け

ばFig. 4 のようになる。

すでに述べたように、これらはすべて同一の規準を

Fig. 3. Schematic view of fracture initiation surface.

Fig. 4. Cross sections of the fracture initiation surface.

Fig. 5. Results of triaxial test expressed in terms of the sum and the difference of the maximum and the minimum principal stresses.

Fig. 6. Results of triaxial test expressed in terms of octahedral stresses.

Fig. 7. Results of triaxial test plotted on (a) Rendulic stress plane and (b) equipressure planes.

異なった形で表現したに過ぎないが、実際の実験結果を表わす場合には、表示方法によって、ばらつき之差、逆に言えば表示方法による精度が異なってくることに注意しなければならない。また、物理的意味の感覚的な分り易さも表示方法によって異なってくる。今まで

にも, 上記(2)の表示方法が多く用いられながらも, 破壊曲面的な概念が明らかにされなかった事実を考えると, 表示方法の分かり易さということも, 実験結果を整理し, 物理的な解釈を下す上では重要なことと考えられる。

以上の主要な破壊条件の表示方法に対応して, コンクリートの終局破壊の実験結果を表示した例を, Fig. 5, 6 および 7 に示す。

3 実験結果の総合

コンクリートの多軸応力下の強度試験は, 現在までに相当数行なわれており, この中にはセメントペースト, モルタルおよび人工軽量コンクリートも含まれる。二軸圧縮試験に関しては, 他にも詳細に述べられているため, ここでは著者らの行なった三軸圧縮試験に加えて, 試験データの明らかとなっている他の種々の三軸圧縮試験結果, ならびに引張り域を含む試験結果を収集し, 総合して表示する。これらの試験は, 試験方法, 試験条件, 供試体寸法, ならびに配合および強度に差はあるが, そのすべてを単軸圧縮強度に対する比として無次元化した応力表示を用いれば, これらを比較的良好に統一的に表わすことができる。

これらの種々の試験結果を一括して, 最大, 最小主応力の和と差との関係 (前記(2)の表示法) を用いて Fig. 8 に示す。試験方法, 供試体寸法, 配合ならびに単軸圧縮強度などは Table I に示すとおりである。

前述のように, 多軸応力下の強度を示すには種々の他の表現方法も用いられるが, ここでは表現が簡単化しようという点から, あえてこの表現方法によった。既述のことから, これをもとに破壊曲面を想定されたい。

Fig. 8 にみられるように, コンクリート, モルタル, セメントペーストの多軸応力下の強度試験結果は, これを無次元化して最大, 最小主応力の和と差との関係で表示すれば, 軽量コンクリートの場合を除きほぼひとつの曲線で近似され, これを通常の載荷範囲内でのコンクリートの一般的な巨視的破壊条件, すなわち破壊規準とすることが可能である。軽量コンクリートの場合には, 平均応力が単軸圧縮強度以下の場合の巨視的破壊規準は普通コンクリートのそれと全く同様であるが, 平均応力が単軸圧縮強度の 1.5 倍以上となると, 骨材界面のみならず骨材中にひびわれが進行するものと予測され, 破壊過程が異なってくるため, 高応力域では普通コンクリートのものと巨視的破壊規準に差を生じ, Fig. 8 においてこう配がゆるやかになる (破壊曲面の等圧面による切口曲線の形状が丸味をおびてくる)。

Fig. 8 中の曲線 I は Griffith の破壊規準を, $\sigma_c = -8\sigma_t$ として示したものである。元来 Griffith の破壊規準は, 材料内部の潜在欠陥からのひびわれ発生条件を示すものであり, 系の終局破壊に対応するもので

Table I. Collected results.

Authors	Mix proportions (C:W:S:G)	Uniaxial compressive strength (kg/cm ²)	Testing method	Remarks
Niwa Kobayashi Koyanagi ⁽⁴⁾⁽⁹⁾	1 : 0.45 : 1.34 : 1.43	298	Triaxial compression ($\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$)	Lightweight concrete MS=15 mm, 10.5 cm cubes
Kobayashi Koyanagi ⁽⁹⁾	1 : 0.44 : 2.05 : 2.06 1 : 0.82 : 4.91 : 4.72	436 149	Triaxial compression ($\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$)	Normal concrete MS=15 mm, 10.5 cm cubes
Kobayashi ⁽¹⁰⁾	1 : 0.60 : 2.00 : 0.00	405	Triaxial compression ($\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$)	Mortar Toyoura sand 10.5 cm cubes
Kobayashi ⁽¹⁰⁾	1 : 0.30 : 0.00 : 0.00	604	Triaxial compression ($\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$)	Cement paste, 10.5 cm cubes
Richart Brandtzaeg Brown ⁽¹⁶⁾	1 : 0.88 : 2.1 : 2.5 1 : 0.64 : 1.0 : 2.0 1 : 1.25 : 3.0 : 5.0	180 256 74	Triaxial compression ($\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$, $\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$)	MS=20 mm, 10 ϕ ×20 cm cyls.
Balmer ⁽¹⁷⁾	1 : 0.58 : ? : ?		Triaxial compression ($\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$)	15 ϕ ×30 cm cyls.
Akroyd ⁽¹⁸⁾	1 : 0.60 : 3.42 : 5.58	156, 121, 116	Triaxial compression ($\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$)	Various curing conds. MS=20 mm, 7.5 ϕ ×15 cm cyls.
Mills Zimmerman ⁽¹⁹⁾	1 : 0.66 : 3.28 : 2.16 1 : 0.58 : 2.80 : 1.83 1 : 0.49 : 2.27 : 1.51	234 274 366	Triaxial compression ($\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$)	MS=10 mm, 5.7 cm cubes
McHenry Karni ⁽²⁰⁾	1 : 0.77 : 4.6 : 4.0 1 : 0.56 : 2.9 : 3.1 1 : 0.46 : 1.9 : 2.5	220 370 445	Axial comp.-Int. pressure ($\sigma_2 = 0$)	MS=20 mm 35 ϕ ×60 cm hollow cyls. $d_t = 25$ cm, $t = 5$ cm
Bresler Pister ⁽²¹⁾	1 : 0.69 : 4.03 : 4.36 1 : 0.52 : 2.92 : 3.57 1 : 0.41 : 1.98 : 2.73	206 303 409	Axial comp.-Torque ($\sigma_2 = 0$)	MS=10 mm 22.5 ϕ ×75 cm tubes $d_t = 15$ cm, $t = 3.8$ cm
Goode Helmy ⁽²²⁾	1 : 0.40 : 1.4 : 2.1 1 : 0.45 : 1.6 : 2.4 1 : 0.55 : 2.0 : 3.0 1 : 0.65 : 3.0 : 4.5 1 : 0.95 : 3.8 : 5.7	335—378 333—339 197—306 165—179 151—158	Axial comp.-Torque ($\sigma_2 = 0$)	MS=10 mm 20 ϕ ×90 cm tubes $d_t = 15$ cm, $t = 2.5$ cm
Kupfer Hilsdorf Rusch ⁽²³⁾		190 315 590	Comp. (Tens)-Tension (σ_1 or $\sigma_2 = 0$)	MS=15 mm 20×20×5 cm slabs

Fig. 8. Collected results expressed in terms of the sum and the difference of the maximum and the minimum principal stresses.

はない。このため曲線Ⅰは強度試験の実験値とは一致せず、またそのままではコンクリートの終局破壊に対して適用することは困難である。すなわち、Griffithの規準はコンクリートの破壊過程の始点に対して適用されるものである。ここで、単軸圧縮試験を基準として、比例載荷を考え、破壊の開始点をかりに圧縮強度の50%の点とすれば、Griffithの規準は曲線Ⅱで表わされる。曲線ⅠとⅡとの関係は、比例載荷であるため、単軸圧縮載荷に相当する点 a は原点 O から 45° の角をなす直線上の a' 点へ、また曲線Ⅰ上の任意点 b はこれと原点 O とを結ぶ直線上の b' 点 ($\overline{Ob'} = \overline{Ob}/2$) へ移行する。

曲線Ⅱと実験結果を対比すれば、引張りを含む領域（座標点1,1以内）では、とくに引張応力の大なる領域において曲線Ⅱが実験点に近いが、単軸圧縮以上の領域では応力の増大につれて実験点は曲線Ⅱの2倍以上となる。ここで比例載荷を考えて、圧縮領域について実験値の平均値と曲線Ⅱとの比 α を求め、最大、最小主応力差の関係でFig. 9に示す。Fig. 9にみられるように、曲線Ⅱは応力レベルの増大につれて50%から次第に低下し、両者の差は増加する。この理由のひとつは、引張りの大きな領域ではひびわれの発生から終局破壊にいたる過程が短いのに対し、圧縮応力レベルが増大すると破壊過程が長くなるためであるが、さらに、ここでは単軸圧縮を基準として破壊の開始点を終局破壊の50%としているのに対し、実際には応力状態によりこの程度は異なり、応力レベルが増大すれば破壊の開始点も増加するものと考えられる。

Fig. 9. Parameter α vs. $(\sigma_1 - \sigma_3)/\sigma_c$.

ここで、圧縮域に対して、破壊過程をパラメタを用いて、Griffithの破壊規準を終局破壊に延長した次式において、 $k=1.0$ および $k=1.5$ とした曲線をそれぞれFig. 8中に曲線ⅢおよびⅣとして記入する。

$$(\sigma_1 - \sigma_3)^2 - (1+k)(\sigma_1 + \sigma_3)\sigma_c + k\sigma_c^2 = 0 \quad (1)$$

各種の強度試験結果はほぼこの間に入り、曲線Ⅲはそのほぼ下限を示す。このためコンクリートの破壊規準を数式化して表示するならば、近似的には $k=1.0 \sim 1.5$ として(1)式によればよい。しかしながら実験値の平均値は応力レベルの増大につれて(1)式をもとにすれば k が増大する傾向にあり、(1)式において応力レベルにより k の値を変化させるのか、あるいは前述のようにGriffithの破壊規準とFig. 9とを組合わせて、実験値そのものをコンクリートの破壊規準とすることも可能である。

4 設計への提言

コンクリートの破壊は、系内に存在する潜在欠陥周辺の応力集中によるひびわれの発生によって始まり、

その伝ば過程をへて終局破壊にいたり終止するものであるが、通常の比例載荷であれば、ひびわれの発生は中間主応力にはほとんど関係せず、最大、最小主応力面内に生じ、この面内において伝ばするものと考えられる。一方、前述のように、多軸応力をうけるコンクリートの巨視的破壊条件は、表現方法にともないばらつきのあるが、破壊曲面あるいはそれと等価な種々の表示法によって表わすことができる。このため、本文においてはコンクリートの巨視的破壊条件を、最も簡便な表示法として、Fig. 8に示すように単軸圧縮強度で無次元化して、最大、最小主応力の和と差との関係で示すこととした。

種々の多軸応力下のコンクリートの強度試験の結果は、Fig. 8に示すように最大、最小主応力の和と差との関係でほぼ一義的に表わされ、これをコンクリートの破壊規準とすることができる。これを数式的に表示するには、破壊の開始点に対応するGriffithの破壊規準と破壊過程の長さに対応する係数とを組合わせて、あるいは(1)式の形式でパラメータを適当に選ぶことにより近似的に表わすことが可能である。

ここで、構造設計の観点からみれば、上記の破壊規準に対して適当な材料安全率を考慮して設計応力値を定めればよい。その方法としては、Griffithの破壊規準をもとにして、応力レベルによる破壊過程の長さを考慮するのが最も適当であろう。

なお、注意すべきことは、前述の議論が、通常の短時間の静的でかつほぼ比例載荷に近い場合を扱ったものであり、それ以外の場合には別の考慮を払う必要がある。すなわち、載荷が比例載荷から大きくはずれる場合、たとえば過大な静水圧の載荷履歴を受けたのちに別の経路の載荷を受けるような場合には、初期ひびわれの発生する面と伝ばする面が異なるため、荷重履歴を考慮しなければならなくなる。また、変動荷重やクリープ破壊を生ずるような長期静的載荷を受ける場合には、それぞれの場合の破壊の開始点および破壊過程の長さを求めて破壊規準とする必要がある。

なお、引張応力の大きな領域においては、ひびわれの発生から終局破壊までの過程が短いため、設計において材料安全率を定める場合には、過大載荷との関連において充分注意しなければならない。

参 考 文 献

- 1) RILEM Intern. Symp., "The Deformation and The Rupture of Solids Subjected to Multiaxial Stresses", Cannes, Oct. 4-6 (1972).
- 2) Proc. Civil Eng. Mater. Conf., "Structure, Solid Mechanics and Engineering Design" Southampton, 1969, M. Te'eni (ed.), Wiley (1971).
- 3) 丹羽義次, 小林昭一, 材料, **16**, 1-7 (1967).
- 4) 岡田 清, 小柳 治, 材料, **20**, 2-12 (1971).
- 5) Niwa, Y., and S. Kobayashi, Memo. Faculty of Eng., Kyoto Univ., **29**, 1-15 (1967).
- 6) Niwa, Y., S. Kobayashi, and W. Koyanagi, Memo. Faculty of Eng., Kyoto Univ., **29**, 119-131 (1967).
- 7) 丹羽義次, 小柳 治, 小林昭一, 土木学会論文集, 143号, 28-35 (1967).
- 8) 小林昭一, 小柳 治, 材料 **16**, 897-902 (1967).
- 9) Kobayashi, S., and W. Koyanagi, RILEM Intern. Symp. I/9, Cannes, (1972).
- 10) Kobayashi, S., Intern. Conf. Mech. Behav. Mater., Kyoto, 1971, **4**, 1-11, JSMS (1972).
- 11) 小林昭一, 材料, **20**, 164-173 (1971).
- 12) 小林昭一, 岩石の変形・破壊特性, 第3回岩石の力学国内シンポジウム, 105-112 (1970).
- 13) Drucker, D.C., Proc. 1st U.S. Nat. Congr. Appl. Mech., 487-491 (1951).
- 14) Drucker, D.C., Plasticity in "Structural Mechanics", J. N. Goodier, and N. J. Hoff (ed.), 407-455, Pergamon (1960).
- 15) Sih, G.C., and H. Liebowitz, Mathematical Theories of Brittle Fracture, in "Fracture 2", H. Liebowitz (ed.) 67-190 Academic (1968).
- 16) Richart, F.E., A. Brandtzaeg, and R. Brown, Bull. **185**, Eng. Exp. Sta., Univ. of Illinois (1928).
- 17) Balmer, G.G., Bureau of Reclamation Rep. Sp-23 (1949).
- 18) Akroyd, T. N. W., Mag. Conc. Res., **13**, No. 39, 111-118 (1961).
- 19) Mills, L. L., and R. M. Zimmerman, J. ACI, **67**, 802-807 (1970).
- 20) McHenry, D., and J. Karni, J. ACI, **54**, 824-839 (1958).
- 21) Bresler, B., and K.S. Pister, J. ACI, **55**, 321-345 (1958).
- 22) Goode, C.D., and M. A. Helmy, Mag. Conc. Res., **19**, No. 59, 105-112 (1967).
- 23) Kupfer, H., H.K. Hilsdorf, and H. Rusch, J. ACI, **66**, 656-666 (1969).