切欠きがある場合の鋳鉄の引張破断強度について*

野 口 徹**

On the Tensile Rupture Strength of Notched Cast Iron

by

Toru NOGUCHI

(Faculty of Engineering, Hokkaido University, Sapporo)

Synopsis ;

Many works have so far been made on the problem of notch strength in engineering materials, but little on cast iron.

The author carried out some experiments on the notch strength of FC 25 class cast iron, using plate tensile specimens with notches of various degrees of sharpness, and discussed the experimental results. The finite element method was used to analyze the stress distribution for blunt notch.

The results obtained are summarized as follows :

(1) The rupture strength of cast iron was decreased by the notch in plate specimen. The criterion that the average stress of the notch section is constant was not valid.

(2) The rupture strength decreased with increasing the sharpness of notch, but showed a tendency to become almost constant in the region of sharp notch ($\rho < 0.5$ mm).

(3) The stress analysis by the finite element method for blunt notch ($\rho = 10, 15$ mm) showed that the notched specimen ruptured when the maximum axial stress under the notch reached the tensile strength of smooth specimen. That is to say, the maximum stress criterion was valid.

(4) Though the rupture condition for the sharper notch was not analyzed by the method taken in this paper, it was suggested that the rupture strength was influenced by the stress gradient besides the maximum stress.

(5) The tendency of saturation of strength in the region of sharp notch is thought to be due to the microscopic notch effect of graphite flakes.

(Received July 4, 1972)

1 緒 言

切欠きがある場合に材料がいかなる条件で破壊するかという問題は工学的にきわめて重要であり、多くの研究がなされている¹⁾。鋳鉄は構造材料として広く用いられている材料であるが、その内部に黒鉛片という微視的応力集中要素を含んでおり、その結果、応力-ひずみ曲線が立ち上がりからわん曲し明りょうな降伏点を示さない、あるいは弾性率およびポアソン比が応力の増加とともに減少するなど、鋼などに比べて力学的にはやや特殊な挙動を示す材料である。それゆえ、これに巨視的な切欠きがついた場合の破断強度に関してはほとんど研究例がない。中西は環状切欠きを付した FC15 級の鋳鉄の丸棒試験片について実験し、切欠きによる強度の低下はなく、切欠き底断面の平均応力が

平滑試験片の引張強度に達した時に破壊すると結論した。しかしこの破壊条件はすべての切欠き形状、材質に対してあてはまるものではない。著者は FC25 級のねずみ鋳鉄の平板試験片を用いて、切欠きによる引張破断強度の変化を実測し、さらに鈍い切欠きの場合について力学的に検討するために有限要素法による応力の解析を試みた。

なお、鋳鉄のように内部に微視的な切欠きを有する材料においては、その内部切欠き近傍における微視的な応力条件によって破壊機構を論ずることが可能であろうが、ここではそれらを含む鋳鉄を巨視的に連続体とみなしてこの問題を取り扱った。

2 実験方法

実験に供した試料は $180 \times 40 \times 20$ (mm) の板状に鋳れ込んだ片状黒鉛鋳鉄であり、その顕微鏡組織を Fig. 1 に示した。試料を 550°C で 90 分間焼なましした後、Fig.

* 原稿受理 昭和47年7月4日

** 正会員 北海道大学工学部 札幌市北区北13条西8丁目

Fig. 1. Microstructure of sample (no etching $\times 120 \times \frac{1}{8}$).

Specimen	A	B	C	D	E	F	G	H
Root rad. ρ	30	15	10	4	2	1	0.5	0.15

Notched plate specimen (mm)

Fig. 2. Dimensions of specimens.

2に示すような丸棒平滑試験片および平板切欠き試験片を製作した。平滑試験片の平行部および切欠き試験片の側面と切欠き底はエメリーペーパーで仕上げた。引張試験はロードセルタイプの10t万能材料試験機で行ない、引張速度は0.5mm/minとした。破断応力 σ_b は、破断荷重を切欠き底の最小断面積で除した値として計算した。

3 実験結果

平滑試験片の破断応力(引張強度) σ_t は28.5kg/mm²(3本の平均値、ばらつき範囲 ± 0.2 kg/mm²)であった。これを基準として切欠き引張試験の結果を整理したのがFig. 3である。Fig. 3のたて軸は切欠き感度比(NSR)⁴⁾ $=\sigma_b/\sigma_t$ 、すなわち切欠きによる破断強度の変化率である。横軸は弾性応力集中係数 α ⁵⁾である。各試験片形状に対する α の値はHeywoodの実験式によって求めた。ただし、 α はフックの法則に従う材料あるいは弾性範囲内における応力集中係数であり、鋳鉄はその応力-ひずみ関係が破断時まで直線的ではな

Fig. 3. Experimental results.

いから、この場合 α は物理的には応力集中係数としての意味をもたないけれども、ここでは切欠きの鋭さを表わす一種の無次元量として便宜的にこれを用いた。

Fig. 3に示すように、平板試験片においては切欠きによって破断強度は低下した。中西の結論のように、鋳鉄の破断が切欠き底断面の平均応力が一定値になった時に破断するという条件に従うのであれば、 α の値のいかんにかかわらずNSR=1.0となるべきであるが実験結果はそうっていない。鈍い切欠きの範囲においても破断強度はわずかながら低下した。切欠きが鋭くなるに従って強度の低下は顕著になり、 $\alpha=3\sim 4$ ($\rho=2\sim 1$)では平滑試験片の強度の約80%になった。しかし、さらに鋭い切欠きに対しては、破断強度は一定値に飽和する傾向を示した。

4 有限要素法による応力解析

前項の実験結果を理解するためには力学的な検討が必要であるが、鋳鉄のようなわん曲した応力-ひずみ関係を有する材料の切欠き底での応力分布を厳密に求めることは容易ではない。本報ではセカント係数を用いた全ひずみ理論⁶⁾を有限要素法に適用してこの問題を扱うことを試みた。

応力-ひずみ関係をセカント係数を用いて表示すると次のようになる。

$$\epsilon_x = \frac{1}{E_s} \{ \sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z) \}, \dots, \gamma_{xy} = \frac{1}{2G_s} \tau_{xy}, \quad (1)$$

E_s , G_s はそれぞれセカント係数表示のたておよび横弾性係数であり、

$$E_s = 2(1+\nu)G_s \quad (2)$$

なる関係が成り立つものとする。 ν はポアソン比で、全領域を通じて一定であると考える。

(1)式を偏差応力、偏差ひずみ成分で書き改めると、

$$\epsilon'_x = \frac{1}{E_s} (1+\nu) \sigma'_x, \dots, \gamma_{xy} = \frac{1}{2G_s} \tau_{xy}, \dots, \quad (3)$$

したがって(2)式を用いれば、

$$\epsilon'_x = \frac{1}{2G_s} \sigma'_x, \dots, \gamma_{xy} = \frac{1}{2G_s} \tau_{xy}, \dots, \quad (3')$$

すなわち、一般的には、

$$\epsilon'_{ij} = \frac{1}{2G_s} \sigma'_{ij} \quad (4)$$

一方、単軸引張りにおける材料の応力-ひずみ関係を Ramberg-Osgood 則によって近似し、Greenberg⁷⁾の表示した次式で表わす。

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E_o} \left[1 + \left(\frac{\sigma}{\sqrt{3} k} \right)^{2n} \right] \quad (5)$$

σ , ε は単軸引張りにおける応力およびひずみ, E_o は曲線の立ち上がりにおける傾き, k , n はそれぞれ材料定数である。引張方向を 1, それと直交する 2 方向を 2, 3 として(5)式を偏差応力, 偏差ひずみ成分で書き改めると,

$$\sigma_1' = \frac{2}{3} \sigma_1, \quad \sigma_2' = \sigma_3' = -\frac{1}{3} \sigma_1, \quad \varepsilon_1' = \frac{2}{3} (1+\nu) \varepsilon_1$$

および

$$J_2 = \frac{1}{2} (\sigma_1'^2 + \sigma_2'^2 + \sigma_3'^2) = \frac{1}{3} \sigma_1'^2$$

より,

$$\varepsilon_1' = \frac{(1+\nu)}{E_o} \left[1 + \left(\frac{J_2}{k^2} \right)^n \right] \sigma_1' \quad (6)$$

(6)式に対して

$$E_o = 2(1+\nu)G_o \quad (7)$$

を用いれば,

$$\varepsilon_1' = \frac{1}{2G_o} \left[1 + \left(\frac{J_2}{k^2} \right)^n \right] \sigma_1' \quad (8)$$

一般的には

$$\varepsilon_{ij}' = \frac{1}{2G_o} \left[1 + \left(\frac{J_2}{k^2} \right)^n \right] \sigma_{ij}' \quad (8')$$

(4)式と(8')式より

$$G_s = G_o / \left[1 + \left(\frac{J_2}{k^2} \right)^n \right] \quad (9)$$

(2)式と(7)式の関係を用いれば

$$E_s = E_o / \left[1 + \left(\frac{J_2}{k^2} \right)^n \right] \quad (10)$$

すなわち、単軸引張りにおける応力-ひずみ関係を(5)式によって表わし、各係数 E_o , k , n を定めるならば、ある応力状態 J_2 におけるセカント係数 E_s および G_s は(10)式および(9)式によって定められる。

以上の理論を有限要素法による数値計算に用いる。Fig. 4 に示すように、まず適当な小荷重 P_1 に対する各要素の応力を計算する。この場合、各要素の弾性率としてはすべて E_o および G_o を用いる。得られた応

Fig. 4. Schema of calculation method.

力値より J_2 の値を求め、(9), (10)式によって各要素のセカント係数 G_s および E_s を求める。次に、荷重を適当な増分 ΔP だけ増し、 $P_2 = P_1 + \Delta P$ に対する各要素の応力を、前段で求めたセカント係数を用いて計算する。以上の過程を順次繰り返すことによって、ある荷重 P に対する各要素の応力を決定することができる。厳密には各段ごとに収斂計算を行なうべきであるが、演算時間の関係および荷重増分 ΔP のとり方を適当にすることによって良好な近似解が得られるとの考えから、この場合には行なわなかった。

単軸引張試験によって得られた応力-ひずみ曲線を Fig. 5 に示した。曲線は(5)式によってきわめてよく近似され（最大誤差±1%程度）、各定数はそれぞれ、 $E_o = 1.29 \times 10^4 \text{ kg/mm}^2$, $k = 12.58 \text{ kg/mm}^2$, $n = 2.106$ であった。ポアソン比 ν は、鋳鉄の場合一般の延性材料と異なり、⁸⁾ 応力の増加とともに減少することが知られている。本実験に用いた試料について実測の結果、応力ゼロ近傍における $\nu = 0.25$ からしだいに減少し、 $\sigma = 20 \text{ kg/mm}^2$ 程度では $\nu = 0.15$ であった。それ以上の応力に対してはほぼこの値をとり一定であった。前項において ν は全領域で一定と仮定しており、今問題にしているのは破断点近傍における応力分布状態であ

Fig. 5. Stress-strain curve.

Fig. 6. Example of element division of notched plate specimen.

るから、ポアソン比として $\nu=0.15$ の値を用いた。また有限要素法の要素分割の一例をFig. 6に示した。計算は応力状態を平面応力状態として行なった。

なお、一般に弾塑性計算ではひずみ増分理論のほうが正しいとされているけれども、本論文では、比例負荷からの偏差が一定の条件を満足するような負荷経路の範囲内では全ひずみ理論による解もまた容認されるという Budiansky の結論に基づき、その条件を考慮して計算を進めた。

5 計算結果および考察

$\rho=15\text{ mm}$ および $\rho=10\text{ mm}$ の切欠きについて得られた計算結果をFig. 7に示した。横軸は切欠き底断面における平均応力 σ_n 、たて軸は応力集中係数 α_n 、すなわち、計算によって得られた切欠き底での最大軸方向応力 $\sigma_{\max}$ を平均応力 σ_n で除した値である。また切欠き底での応力分布の一例をFig. 8に示した。平均応力ゼロ近傍での応力集中係数は、 $\rho=15\text{ mm}$ および $\rho=10\text{ mm}$ の切欠きに対してそれぞれ 1.48 および 1.72 となり、これは第3項で用いた Heywood の実

Fig. 7. Relations between average stress σ_n and calculated stress concentration factor α_n and measured notch factor β_0 .

Fig. 8. Example of stress distribution at the notch-cross-section calculated by FEM.

験式から算定された弾性応力集中係数 1.50 および 1.70 とほぼ一致した。

平均応力が増加するに従って、応力-ひずみ関係の非線形の影響が顕著になり、応力集中係数 α_n は低下する。 α_n がおおむね 20 kg/mm^2 以上になると切欠き底での応力の計算値が乱れ始め、これに対して収斂計算を試みたが収斂しなかった。^{*1}しかしながら、切欠き底より約 1 mm 以上の部分においては計算される応力値の変動は小さく ($\pm 0.2\text{ kg/mm}^2$ 程度)、かつ Fig. 8 からわかるようにこの近傍における応力分布はほぼ直線的であるから、切欠き底における応力値は曲線の外挿値として求めてもさほどの誤差はないものと考え、この方法によった。外挿部分は直線とし、軸方向の平均応力が合うように $\sigma_{\max}$ を定めた。この部分については Fig. 7 および Fig. 8 において破線で表示した。

Fig. 7 から、平均応力 σ_n が増加し破断応力のレベルに達すると応力集中係数は 1.0 に近づくことがわかる。曲線の外挿によって推定される破断時の応力集中係数は $\rho=15\text{ mm}$ (破断応力 $\sigma_b=28.0\sim 28.2\text{ kg/mm}^2$) に対しては約 1.01, $\rho=10\text{ mm}$ (破断応力 $\sigma_b=27.0\sim 27.5\text{ kg/mm}^2$) に対しては約 1.05 である。

一方、Fig. 3 の実験結果から $\rho=15\text{ mm}$ および $\rho=10\text{ mm}$ に対する NSR 値はそれぞれ $0.982\sim 0.987$ および $0.947\sim 0.964$ である。したがってそれぞれにおける強度の低下割合 (静的切欠き係数 β_0) はそれらの逆数をとって、 $1.01\sim 1.02$ および $1.04\sim 1.06$ となる。これらの値は有限要素法による計算結果から推定された破断時の応力集中係数 α_n の値にほぼ一致する。

$$\alpha_n = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_n}, \quad \text{NSR} = \frac{\sigma_b}{\sigma_t}$$

であるから、破断時 ($\sigma_n = \sigma_b$) において

$$\alpha_n = \frac{1}{\text{NSR}}$$

が成り立つならば、

$$\frac{\sigma_{\max}}{\sigma_n} = \frac{\sigma_t}{\sigma_n}$$

したがって、

$$\sigma_{\max} = \sigma_t$$

すなわち、切欠き底における最大応力が、平滑試験片における引張強度に等しくなった時に試験片は破断するといえる。中西は環状切欠きを付した丸棒試験片に対して、鋳鉄は切欠きによって強度が変化せず、平均応力一定説が成り立つと結論したが、平板に鈍い ($\alpha=1.5\sim 1.7$) 両側切欠きがある場合の破断条件として

^{*1} 本解法においては応力-セカント係数系が一種のフィードバック回路になっており、これが振動を始めることによるものと思われる。

はむしろ最大応力一定の条件に近いことになる。ただし、厳密に切欠き底のただ一点のみの応力が引張強度 σ_t に達した時に破断するのか、あるいは切欠き底近傍のある小領域の応力の平均値が問題になるのかについては、応力分布の計算が破断点まで厳密になされていないこと、および材質のばらつきがわずかではあるが存在しきれないことなどからはっきりとした結論はだせない。また、この程度の鈍い切欠きの場合、破断時における切欠き底付近の応力分布はほとんど平坦 ($\alpha_n=1.01\sim1.05$) であるから、前記の2つの条件は破断荷重にはほとんど差を生じないものと思われる。

同様の計算を $\rho=4\text{ mm}$ の切欠きに対して行なった結果をFig. 7に示した。計算は応力状態を平面ひずみ状態として行なった。この場合、本論文で用いた解法をこの程度の鋭さの切欠きに対して破断点近傍まで適用することは困難であり、 $\sigma_n=18\text{ kg/mm}^2$ 程度で計算を打ち切った。しかしながら、 $\sigma_n-\alpha_n$ 曲線は、前述の $\rho=15, 10\text{ mm}$ の場合と同様の傾向を示すことがわかる。曲線の外挿によれば(その外挿のしかたによって異なるけれども) 破断時 ($\sigma_n=25.6\sim26.2\text{ kg/mm}^2$) における α_n の値は約 $1.15\sim1.2$ である。この値は実際の破断強度の低下割合 $1.09\sim1.11$ よりいくらか大きい。すなわち、試験片は切欠き底の最大応力が引張強度 σ_t に達する荷重よりも大きな荷重に耐えたことになる。このことは、前報で報告した¹⁰⁾はりの曲げによる破壊の場合に、はりは外皮の応力が引張強度に達すると考えられる荷重以上の荷重に耐えるのと同様の現象であって、応力こう配の影響と解釈される。しかしこの点については応力の計算法、外挿のしかた、材質のばらつき等の問題があるので、応力こう配の効果の存在の可能性を推量することにとどめ、今後の問題とした。

$\rho=2\text{ mm}$ 以下の鋭い切欠きについては、破断点近傍までの応力分布の変化を求める有効な手段がなく、破断の条件を力学的に検討することは困難であるが、傾向としては $\rho=4\text{ mm}$ の場合と同様のことがいえるであろう。また、大きな α の領域に対して破断強度がほぼ一定となる傾向があり、同様の実験結果が河本の¹²⁾実験および丸棒試験片を用いた著者の他の実験³⁾においても認められている。この問題に関しては鋳鉄の材質的な特性として、より微視的な立場からの検討が必要である。定性的な解釈としては、巨視的な切欠きの底半径が小さくなり、その基地に対する応力集中効果が分布黒鉛片による微視的応力集中効果と同程度になった場合には、巨視的な切欠きの鋭さの効果はここで頭打ちになる、すなわち破断強度はほぼ一定値になるものと考えることができる。

6 結 言

両側に種々の鋭さの切欠きを付けた FC25 級の鋳鉄の平板試験片を用いて、切欠きによる鋳鉄の引張破断強度の変化について実験し、その結果について考察した。鈍い切欠きについては有限要素法を用いて応力分布を求め応力的な検討を加えた。得られた結果は次のように要約することができる。

(1) 平板試験片においては鋳鉄の破断強度は切欠きによって低下する。切欠き底断面での平均応力一定 ($NSR=1.0$) の条件には従わない。鈍い切欠きにおいてもわずかではあるが破断強度の低下がある。

(2) 切欠きの鋭さとともに強度の低下は顕著になるが、切欠き底半径が 0.5 mm 程度以下では強度はほぼ一定となる傾向を示した。その値は本実験においては平滑試験片の引張強度の約73%であった。

(3) 有限要素法による解析の結果、鈍い切欠き(深さ 15 mm 、底半径 15 mm および 10 mm) においては、切欠き底の最大軸方向応力が平滑試験片の引張強度に達した時に破断する、すなわち、最大引張応力一定の条件が成り立つことがわかった。切欠きによる強度の低下がわずかであるのは、応力-ひずみ関係が非線型であるために破断時における切欠き底の応力分布がほとんど平坦になってしまうためである。

(4) より鋭い切欠きに対する破断条件は、本報で用いた解析法によっては確実に求められなかったけれども、破断強度には最大応力に加えて応力こう配の影響があることが推論された。

(5) ある程度以上小さな切欠き底半径に対して破断強度がほぼ一定になることに関しては黒鉛片による微視的切欠き効果の影響が支配的になるためと考える。

なお、(4)、(5)に関してはより微視的な観点からの力学的検討が必要である。

最後に、解法および有限要素法のプログラムについて、北大工学部石川博将助教授のご助言をいただいたことを記し謝意を表します。

(昭和47年5月30日 日本材料学会第21期総会学術講演会にて講演)

参 考 文 献

- 1) 前川一郎, 日本機械学会誌, **74**, 634 (1971).
- 2) 中西不二夫, 機械学会論文集, **17**, 61 (1951).
- 3) 野口 徹, 長岡金吾, 鋳物, **44**, 4 (1972).
- 4) 宮本 博, 構造材料の強度と破壊 **1**, p. 117, 118 (1971) 培風館
- 5) 西田正孝, 応力集中, p. 558 (1967) 森北出版
- 6) 石川博将, 機械学会論文集, **38**, 308 (1972).
- 7) Greenberg, H. J., Plasticity, p. 279 (1960) Pergamon Press
- 8) 植村益次, 機械学会論文集, **24**, 143 (1957).
- 9) Budiansky, B., Trans. ASME, Ser. E, **26-2**, 259 (1959).
- 10) 横堀武夫, 機械学会講演論文集, No. 720-1, 187 (1972).
- 11) 野口 徹, 材料, **20**, 214 (1971).
- 12) 河本 実, 材料試験, p. 34 (1966) 朝倉書店