一方向繊維強化プラスチックの力学的挙動*

白鳥英亮** 池上皓三** 服部敏雄***

Mechanical Behavior of Unidirectional Fiber Reinforced Plastics

by

Eiryō SHIRATORI, Kozo IKEGAMI

(The Research Laboratory of Precision Machinery
and Electronics, Tokyo Institute of Technology, Tokyo)

and Toshio HATTORI

(Graduate School of Tokyo Institute of Technology, Tokyo)

The linear viscoelastic constitutive equation of the unidirectional fiber reinforced plastics of rectangular array has been theoretically derived for the plane stress state. By applying the correspondence principle, the constitutive equation was obtained by the inverse Laplace transformation of the constitutive equation for elastic body in which elastic fibers were embedded. The linear viscoelastic failure criterion was also determined on the basis of the following two considerations, (1) the proportional limit stress for fiber, and (2) the stress causing the debonding between fiber and matrix. Experimental works of creep tests, stress relaxation tests, constant load rate tensile tests and constant strain rate tensile tests were conducted by using copper fiber-epoxy resin composite having various fiber volume fractions and fiber directions. A good agreement between the results calculated by the constitutive equation and the experimental results was observed in the low stress region where the linear viscoelastic behavior predominates. The experimental results of linear viscoelastic failure criterion show an analogous tendency to the calculated ones.

(Received Dec. 9, 1972)

1 緒 言

繊維強化材料は、繊維方向について強い力学的異方性をもつので、構造物内の応力分布に応じて、繊維の配向と密度を変えることにより、構造物の合理的な設計をすることができる。著者らは、複合材応用による構造物の最適設計の研究をすすめているが、それには繊維強化材料の構成方程式、強度則を確立しなければならない。本報告はその最も基本的な場合として、粘弾性特性を示す一方向繊維強化材の変形挙動を検討したものである。

従来、一方向繊維強化材料を巨視的に直交異方性弾性体とみなし、その異方性弾性係数を、繊維およびマトリックスの弾性係数と幾何学的因子（繊維の形状、配列、体積含有率）より決定する研究は、種々なされている^{1)~12)}。しかし、これらは、いずれも式が複雑であったり、図表で与えられたりしているため実用的な設計

問題には応用しにくい。

また、現在実用的に用いられている複合材には、いわゆる FRP にみられるように、変形が時間依存性をもつ高分子材料をマトリックスに用いたものが多い。このような異方性粘弾性材料の構成方程式^{13)~16)}についての理論的な検討は行なわれているが、実験結果を用いた系統的な検討は、あまり行なわれていないようである。そこで著者らは、実用的な設計問題への応用という見地に立って、長方形配列によって一方向強化された異方性弾性材料の弾性定数を近似モデルで計算し、この結果から弾性-線形粘弾性対応原理^{17),18)} (correspondence principle) を用いて粘弾性定数を計算した。つぎに硬銅線を強化繊維、エポキシ樹脂をマトリックスとする一方向繊維強化材による実験結果と比較した。また、得られた結果の適用限界についても検討した。

2 理 論

2・1 一方向繊維強化プラスチックの線形粘弾性変形における構成方程式

プラスチックをマトリックスとする複合材料の変形挙動は時間依存性を持ち、変形があまり大きくないところでは、線形粘弾性挙動を示すと考えられる。こ

* 本報を「線形粘弾性変形挙動とその線形破損基準（第1報）」(Linear Viscoelastic Behavior and its Failure Criterion, I) とする。

原稿受理 昭和47年12月9日

** 正 会 員 東京工業大学精密工学研究所 東京都目黒区大岡山

*** 学生会員 東京工業大学大学院 東京都目黒区大岡山

の場合、線形粘弾性問題は対応原理によりラプラス空間においては、直交異方性弾性体の構成方程式に対応する。すなわち、本報告で取り扱う繊維強化プラスチック板は、ラプラス空間においては弾性繊維と弾性マトリックスからなる直交異方性弾性板として扱うことができる。したがって、一方向繊維強化プラスチック板の線形粘弾性域における構成方程式は、ラプラス空間において得られた直交異方性弾性板の弾性定数を実空間に逆変換すれば得られる。

いま、直交異方性弾性板について、応力、ひずみ座標軸と異方性の主軸が一致する場合の平面応力状態での構成関係は、弾性定数 $\bar{E}_{11}$, $\bar{E}_{22}$, $\bar{E}_{12}$, $\bar{G}_{12}$ を用いて

$$\begin{pmatrix} \bar{\epsilon}_{11} \\ \bar{\epsilon}_{22} \\ \bar{\gamma}_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/\bar{E}_{11} & 1/\bar{E}_{12} & 0 \\ 1/\bar{E}_{12} & 1/\bar{E}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 1/\bar{G}_{12} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{\sigma}_{11} \\ \bar{\sigma}_{22} \\ \bar{\tau}_{12} \end{pmatrix} \quad (1)$$

で示される。ここで11方向は繊維方向を、22方向はこの直交異方性板上にあって、繊維に直角な方向を示す。また(1)式でバーはおのおのの関数のラプラス変換を示し、これらは線形粘弾性材料のラプラス空間における弾性定数、応力、およびひずみを表わすものとする。

Fig. 1. Coordinate system of the unidirectional reinforced plate.

これらの弾性定数は繊維、マトリックスおのおのの弾性定数、繊維密度、繊維の配列に関係する。そこでこれらの関係を次に示すようにして求めた。

(1) $\bar{E}_{11}$: 多くの解析、実験において、この値には複合則 (law of mixture) が、¹⁶⁾¹⁹⁾ 充分の精度をもって適用できることが確かめられている。よってここでも複合則で近似する。

$$\bar{E}_{11} = \bar{E}_f V_f + \bar{E}_m (1 - V_f) \quad (2)$$

ここで $\bar{E}_f$, $\bar{E}_m$ はそれぞれラプラス空間における繊維およびマトリックスの弾性率、 V_f は繊維の体積含有率である。

(2) $\bar{E}_{12}$: 繊維方向に引張ったときのポアソン比

($\bar{\nu}_{12}$) についても、 $\bar{E}_{11}$ と同様に複合則の妥当性が確かめられているので、ここにおいてもポアソン比 ($\bar{\nu}_{12}$) の複合則を用いて、

$$\bar{\nu}_{12} = \bar{\nu}_f V_f + \bar{\nu}_m (1 - V_f)$$

より

$$\bar{E}_{12} = -\bar{E}_{11} / \bar{\nu}_{12} = -\{\bar{E}_f V_f + \bar{E}_m (1 - V_f)\} / \{\bar{\nu}_f V_f + \bar{\nu}_m (1 - V_f)\} \quad (3)$$

となる。ここで $\bar{\nu}_f$, $\bar{\nu}_m$ はそれぞれ繊維およびマトリックスのラプラス空間でのポアソン比である。これらの値は、繊維およびマトリックスおのおのの一軸引張りの場合の応力、負荷方向ひずみ、負荷に直角方向のひずみをそれぞれ $\bar{\sigma}_f$, $\bar{\epsilon}_f$, $\bar{\epsilon}_{ft}$ および $\bar{\sigma}_m$, $\bar{\epsilon}_m$, $\bar{\epsilon}_{mt}$ で示すと、

$$\bar{\nu}_f = -\frac{\bar{\sigma}_f / \bar{\epsilon}_f}{\bar{\sigma}_f / \bar{\epsilon}_{ft}} = -\frac{\bar{\epsilon}_{ft}}{\bar{\epsilon}_f}, \quad \bar{\nu}_m = -\frac{\bar{\sigma}_m / \bar{\epsilon}_m}{\bar{\sigma}_m / \bar{\epsilon}_{mt}} = -\frac{\bar{\epsilon}_{mt}}{\bar{\epsilon}_m} \quad (4)$$

となる。

(3) $\bar{E}_{22}$: ランダム配列の場合は閉じた形の式で、^{1)~8)} また規則配列の場合は数値的に求められている。^{9)~12)} しかしいずれも複雑であったり、図表で与えられたりしているため、実際の構造物の応力解析には使いにくい。そこで長方形配列の場合の $\bar{E}_{22}$ の値を Fig. 2 に示すようなモデルを用いて計算した。Fig. 2(a) は一方向繊維強化材の、繊維の軸線に垂直な断面を示し、図の直径 d の円が繊維断面である。また破線で囲まれた長方形 (辺の長さが a および b) を、材料を構成する単位要素と考える。この単位要素内には、応力およびひずみの不均一分布が存在すると考えられるので、これをその領域内ではひずみが一様であると考えられるような4種の領域に分割し、これらの領域を Fig. 2(b) に示すような長方形と正方形で近似した。ここで図の領域Ⅳは、繊維の断面積に等しい面積をもつ正方形である。すなわち

$$\pi d^2 / 4 = c^2 \quad V_f = c^2 / ab.$$

いま22方向の引張りを考え、22方向の巨視的な応力とひずみをそれぞれ $\bar{\sigma}_{22}$, $\bar{\epsilon}_{22}$ とする。Fig. 2(b) のモデルについて、領域Ⅰの22方向の応力は、領域ⅡとⅣの応力を平均化したものに等しいと考えると

Fig. 2. Structural model for the unidirectional fiber reinforced composite of rectangular array.

*1 以下、関数値につけたバーはすべてラプラス空間における値を示すものとする。

$$\frac{2c}{a+c}\bar{\sigma}_{22}^{\text{IV}} + \frac{a-c}{a+c}\bar{\sigma}_{22}^{\text{II}} = \bar{\sigma}_{22}^{\text{I}} \quad (5)$$

を得る。ここで応力の記号の右肩の添字 I, II, III, IV は Fig. 2(b) のそれぞれの領域の値であることを示す。^{*2} 領域 I, II, IV を平均化した応力は、領域 I の応力と等しくなり、これと領域 III の応力と平均化すると、巨視的な応力に等しくなるから、

$$\frac{a+c}{2a}\bar{\sigma}_{22}^{\text{I}} + \frac{a-c}{2a}\bar{\sigma}_{22}^{\text{III}} = \bar{\sigma}_{22} \quad (6)$$

となる。また 11 方向の巨視的応力は 0 であるから

$$\frac{(a+c)(b-c)}{2}\bar{\sigma}_{11}^{\text{I}} + \frac{b(a-c)}{2}\bar{\sigma}_{11}^{\text{III}} + c^2\bar{\sigma}_{11}^{\text{IV}} = 0 \quad (7)$$

となる。ここで一般に $\bar{\sigma}_{22}^{\text{II}}$ がきわめて小さいこと、11 方向のひずみがかかなり小さいことより $\bar{\sigma}_{11}^{\text{II}} = 0$ としても大差ないと考えて、領域 II の応力 $\bar{\sigma}_{11}^{\text{II}}$ は省略した。

つぎに、この場合の各領域でのひずみについて考える。領域 II と IV の 22 方向のひずみは等しいと考えると

$$\bar{\varepsilon}_{22}^{\text{II}} = \bar{\varepsilon}_{22}^{\text{IV}} \quad (8)$$

を得る。領域 I, II, IV のひずみを平均化したものは領域 III のひずみに等しく、これは巨視的なひずみに対応すると考えると

$$\frac{b-c}{b}\bar{\varepsilon}_{22}^{\text{I}} + \frac{c}{b}\bar{\varepsilon}_{22}^{\text{II}} = \bar{\varepsilon}_{22}^{\text{III}} = \bar{\varepsilon}_{22} \quad (9)$$

を得る。領域 I, III, IV の 11 方向のひずみは等しいとし

$$\bar{\varepsilon}_{11}^{\text{I}} = \bar{\varepsilon}_{11}^{\text{III}} = \bar{\varepsilon}_{11}^{\text{IV}} \quad (10)$$

なお、(7)式のところで述べた理由より、領域 II の 11 方向のひずみ $\bar{\varepsilon}_{11}^{\text{II}}$ は、ここでは除外される。

(5)~(10)式を用いて

$$\bar{E}_{22} = \frac{\bar{\sigma}_{22}}{\bar{\varepsilon}_{22}} = \bar{E}_m \left\{ 1 + \frac{R \frac{a+c}{a} + \frac{a-c}{a}}{R \frac{\bar{E}_m (a+c)(b-c)}{\bar{E}_f c^2}} - \frac{2(1-\bar{\nu}_m^2)}{\frac{\bar{E}_m b(a-c)}{\bar{E}_f c^2} + 2(1-\bar{\nu}_m^2)} \right\} \quad (11)$$

を得る。ここで

$$R = \frac{\left(1 - \frac{(a+c)\bar{E}_m}{2c\bar{E}_f + (a-c)\bar{E}_m} \right) \frac{1}{\bar{E}_f} \left(\frac{a-c}{2c} \right)}{-\frac{c}{b} \left(1 - \frac{(a+c)\bar{E}_m}{2c\bar{E}_f + (a-c)\bar{E}_m} \right) \left(\frac{1}{\bar{E}_m} + \frac{1}{\bar{E}_f} \frac{(a+c)(b-c)}{2c^2} \right)} + \frac{1-\bar{\nu}_m^2}{\bar{E}_m} + \left(1 + \frac{c-b}{b} \bar{\nu}_m^2 \right) \frac{1}{\bar{\nu}_m \bar{E}_m}$$

であるが、 $\bar{E}_f \gg \bar{E}_m$ とすると $R \approx b/b-c$ となり (11) 式は近似的に

$$\bar{E}_{22} \approx \bar{E}_m \left\{ 1 + \frac{1 + \frac{c(a+c)}{a(b-c)} - (1-\bar{\nu}_m^2)}{\frac{\bar{E}_m ab}{\bar{E}_f c^2} + (1-\bar{\nu}_m^2)} \right\} \quad (12)$$

となる。

(4) $\bar{G}_{12}$: 12 方向の巨視的なせん断応力、せん断ひずみをそれぞれ $\bar{\tau}_{12}$, $\bar{\gamma}_{12}$ で示すと $\bar{E}_{22}$ の場合と同様に、Fig. 2 のモデルを用いて、(5)(6)(8)(9)式に対応する次のような式を得る。

$$\frac{2c}{a+c}\bar{\tau}_{12}^{\text{IV}} + \frac{a-c}{a+c}\bar{\tau}_{12}^{\text{II}} = \bar{\tau}_{12}^{\text{I}} \quad (13)$$

$$\frac{a+c}{2a}\bar{\tau}_{12}^{\text{I}} + \frac{a-c}{2a}\bar{\tau}_{12}^{\text{III}} = \bar{\tau}_{12} \quad (14)$$

$$\bar{\tau}_{12}^{\text{II}} = \bar{\tau}_{12}^{\text{IV}} \quad (15)$$

$$\frac{b-c}{b}\bar{\tau}_{12}^{\text{I}} + \frac{c}{b}\bar{\tau}_{12}^{\text{II}} = \bar{\tau}_{12}^{\text{III}} = \bar{\tau}_{12} \quad (16)$$

(13)~(16)式を用いると

$$\bar{G}_{12} = \frac{\bar{\tau}_{12}}{\bar{\gamma}_{12}} = \bar{G}_m \left[\frac{(2ab-ac+c^2)(2c\bar{G}_f/\bar{G}_m + a-c)}{2a\{(b-c)(2c\bar{G}_f/\bar{G}_m + a-c) + \frac{c(a-c)(a+c)}{c(a+c)}\}} \right] \quad (17)$$

が導かれる。(17)式で $\bar{G}_f$, $\bar{G}_m$ はそれぞれラプラス空間における繊維、およびマトリックスの剛性率を表わす。

(11), (12), (17)式において $a=b$ とおくと正方形配列の場合となるが、その計算結果と Tsai らのランダム配列に対する計算結果を比較した結果よく一致した。²⁰⁾²¹⁾

さて、(1)式は一方強化プラスチック材の、繊維方向と応力、ひずみ座標軸が一致する場合の構成方程式である。したがって座標軸が Fig. 1 のように繊維方向と任意の角度 θ をなす場合の構成方程式は、 $\cos \theta = l$, $\sin \theta = m$ とすると

$$\begin{pmatrix} \bar{\varepsilon}_x \\ \bar{\varepsilon}_y \\ \bar{\gamma}_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l^2 & m^2 & ml \\ m^2 & l^2 & -ml \\ -2ml & 2ml & l^2 - m^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/\bar{E}_{11} & 1/\bar{E}_{12} & 0 \\ 1/\bar{E}_{12} & 1/\bar{E}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 1/\bar{G}_{12} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{\sigma}_x \\ \bar{\sigma}_y \\ \bar{\tau}_{xy} \end{pmatrix} \quad (18)$$

で与えられる。

一般に強化繊維は弾性体であり、マトリックスはリラクゼーションモジュラスおよびクリープコンプライアンスが定数と、時間 t に関する指数関数の和で表わされる線形粘弾性体で近似されうるので、(2), (3), (11), (12), (17) 式の $\bar{E}_{11}$, $\bar{E}_{12}$, $\bar{E}_{22}$, $\bar{G}_{12}$ はいずれも定数 C_K ($K=0, 1, \dots, n$), S_K ($K=1, \dots, n$) とラプラス変換パラメータ S の分次数

$$C_0 + \frac{C_1}{S+S_1} + \frac{C_2}{S+S_2} + \dots + \frac{C_n}{S+S_n}$$

の形で表わされる。これらを(18)式に代入して得られる

*2 以下ひずみについてもこれに準ずる。

Fig. 4. Dimensions of uniaxial test specimen.

Fig. 5. Dimensions of biaxial test specimen.

実験としては、種々の繊維密度 ($V_f=0.0, 0.13, 0.25, 0.41, 1.0$) および荷重方向と繊維方向のなす角度 ($\theta=0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$) をもつ単軸試験片を用いて、クリープ試験、リラクゼーション試験、定荷重速度引張試験、定ひずみ速度引張試験を行った。また組合せ荷重試験片 ($V_f=0.13$) を用いて、定荷重速度による比例荷重試験も行なった。

応力は Fig. 4 の単軸荷重試験片に対しては、荷重を試験片の初期断面積で割って計算し、Fig. 5 の組合せ荷重試験片に生ずる応力は、この試験片のおおのの軸方向の、定ひずみ速度単軸引張試験の荷重-ひずみ関係が、単軸荷重試験片の定ひずみ速度引張試験の応力-ひずみ関係と一致するように定めた組合せ荷重試験片の相当断面積を用いて計算した。

3.2 実験結果

Fig. 6 から Fig. 13 に代表的な実験結果を示す。Fig. 6 は硬銅線 ($V_f=1.0$)、樹脂 ($V_f=0.0$)、およびその複合材の繊維方向の定ひずみ速度引張試験による応力-ひずみ関係である。Fig. 7 は樹脂の30分クリー

Fig. 6. Stress-strain curves under constant strain rate ($\theta=0^\circ$). Fig. 7. Creep-recovery curves ($V_f=0$). Fig. 8. Creep-recovery curves ($V_f=0.13$).

プ-30分回復試験の結果である。Fig. 8 と 9 は $V_f=0.13$ および $V_f=0.41$ の複合材から作った、種々の繊維方向をもつ単軸引張試験片についての30分クリープ-30分回復試験の結果である。Fig. 9 において shear と書き示されているものは、このような単軸引張クリープ試験での x-y 間のせん断ひずみに関するコンプライアンス値 $\gamma_{xy}(t)/\sigma_0$ をプロットしたものである。Fig. 10 は、この複合材料の線形領域、非線形領域の

Fig. 9. Creep-recovery curves ($V_f=0.41$).

Fig. 10. Creep compliance versus stress for various times ($V_f=0.13$, $\theta=30^\circ$).

Fig. 11. Stress-strain curves under constant load rate ($V_f=0.13$, $d\sigma/dt=0.01$ kg/mm² sec).

存在を確かめるために代表例として、 $V_f=0.13$, $\theta=30^\circ$ の単軸試験片に対し、種々の応力でクリープを行ない、クリープコンプライアンスと応力との関係をプロットしたものである。応力が小さい間はクリープコンプライアンスは応力に無関係で明らかに線形性を示すが、応力が大きくなると、非線形性をもつようになることがわかる。Fig. 11, 12 はそれぞれ Fig. 8, 9 と同じ試験片に対する定荷重速度引張試験の結果である。Fig. 13 は $V_f=0.13$ の組合せ負荷試験片に対する定荷重速度による比例負荷試験の結果である。この図の縦軸は図中に示してあるような応力の相当量で示し、横軸はおのおのの軸方向のひずみ成分を示す。

4 計算結果と実験結果との比較

Fig. 6 の $V_f=1.0$ の応力-ひずみ曲線より、実空間における強化繊維のクリープコンプライアンス $J_f(t)$ を

Fig. 12. Stress-strain curves under constant load rate ($V_f=0.41$, $d\sigma/dt=0.01$ kg/mm² sec).

Fig. 13. Equivalent stress-strain curves under biaxial loading with constant stress ratio ($V_f=0.13$).

$$J_f(t) = 1/11\,000 \text{ mm}^2/\text{kg}$$

と決め、ポアソン比 $\nu_f(t)$ については

$$\nu_f(t) = 0.330$$

と仮定した。また Fig. 7 よりマトリックスのクリープコンプライアンス $J_m(t)$ とポアソン比 $\nu_m(t)$ を

$$J_m(t) = 0.00363 - 0.00025e^{-2.0t} - 0.00050e^{-0.046t} \text{ mm}^2/\text{kg}$$

$$\nu_m(t) = 0.355$$

と定めた。ここで時間 t の単位は分である。これらをラプラス変換して、ラプラス空間における対応弾性定数を求めると、繊維については

$$\bar{E}_f = 1/S\bar{J}_f(\bar{t}) = 11\,000 \text{ (kg/mm}^2\text{)} \quad (27)$$

$$\bar{\nu}_f = S\bar{J}_f(\bar{t})\nu_f(\bar{t})/S\bar{J}_f(\bar{t}) = 0.330 \quad (28)$$

$$\bar{G}_f = \bar{E}_f/2(1+\bar{\nu}_f) = 4\,135 \text{ (kg/mm}^2\text{)} \quad (29)$$

マトリックスについては

$$\bar{E}_m = 1/S\bar{J}_m(\bar{t}) = 347 \frac{(S+2.0)(S+0.046)}{(S+2.17)(S+0.053)} \text{ (kg/mm}^2\text{)} \quad (30)$$

$$\bar{\nu}_m = S \bar{J}_m(t) \nu_m(t) / S \bar{J}_m(t) = 0.355 \quad (31)$$

$$\bar{G}_m = \frac{\bar{E}_m}{2(1+\bar{\nu}_m)} = 128 \frac{(S+2.0)(S+0.046)}{(S+2.17)(S+0.053)} \quad (32)$$

(kg/mm²)

となる。ここで S はラプラス変換パラメータである。

(27)~(32)式と、配列因子 a , b , c を(2), (3), (12), (17)式に代入して、ラプラス空間における複合材の弾性定数 $\bar{E}_{11}$, $\bar{E}_{22}$, $\bar{E}_{12}$, $\bar{G}_{12}$ を求める。つぎにこれらを(18)式に代入し、これをラプラス逆変換すれば実空間における線形粘弾性挙動が求まる。Fig. 7~9, 11~13には、これらの計算結果が細線で示されている。図からわかるように、変形があまり大きくない場合、実験値と計算値は比較的良好一致を示している。

Fig. 11~13 などの引張試験における応力-ひずみ関係の計算値は、ほとんど直線であり、また実験結果に

においても応力が小さい間はほぼ直線であるので、実験値が直線からずれ始める点を実測による線形性の限界点と考え、これらを(19)~(21), (26)式によって計算した結果と比較したのが Fig. 14 および 15 で、Fig. 14 は単軸負荷試験に対するもの、Fig. 15 は組合せ負荷試験の場合のものである。実験値と計算値の傾向はほぼ一致している。この計算には、Fig. 6 よりの繊維の比例限応力 $\sigma_f^* = 27.0 \text{ kg/mm}^2$, および定荷重速度引張試験に関する全実験結果の平均としての $\sigma_{eff}^* = 1.14 \text{ kg/mm}^2$ が使われている。また実験時間が比較的短かったため、(24), (25)式中の E_m , G_m は時間 $t=0$ でのクリープコンプライアンスの逆数（すなわち $t=0$ でのリラクゼーションモジュラス）で近似した。

5 結 言

本報告は、粘弾性挙動を示す方向繊維強化材の変形挙動を理論的、および実験的に検討したものである。プラスチックをマトリックス、金属線を強化材とする繊維強化複合材料の二次元直交異方性粘弾性構成方程式を、二次元直交異方性弾性定数と対応原理を用いて誘導した。この構成方程式による計算結果と実験結果を比較したところ、線形粘弾性挙動を示すと考えられる変形の小さいところでは、両者はほぼ一致した。

また、理論的に、変形の線形性の限界点についても検討を行ない、実験結果と比較したところ傾向がほぼ一致した。

(昭和47年10月18日 第20回レオロジー討論会にて講演)

参 考 文 献

- Whitney, J. M., and M. B. Riley, AIAA J., **4**, 1537 (1966).
- Hashin, Z., and B. W. Rosen, J. Appl. Mech., **31**, 223 (1964).
- Hill, R., J. Mech. Phys. Solid, **12**, 199 (1964).
- Hashin, Z., J. Mech. Phys. Solid, **13**, 119 (1965).
- Hill, R., J. Mech. Phys. Solid, **13**, 189 (1965).
- Tsai, S. W., NASA CR 71, (1964).
- Rosen, B. W., N. F. Dow, and Z. Hashin, NASA CR, 31 (1964).
- Ogorkiewitz, R. M., and A. A. M. Sayigh, J. Strain Analysis, **6**, 226 (1971).
- Tsai, S. W., D. F. Adams, and D. R. Doner, NASA CR, 620 (1966).
- Adams, D. F., D. R. Doner, and R. L. Thomas, AFML-TR, 67-96 (1967).
- Chen, P. E., and J. M. Lin, Material Research & Standards, **9**, No. 8, 29 (1969).
- 竹内 守, 楠本 詔, 材料, **19**, 750 (1970).
- Hashin, Z., AIAA J., **4**, 1411 (1966).
- Moehlenpah, A. E., O. Ishai, and A. T. Dibenedetto,

Fig. 14. Failure criterion of linear viscoelastic for uniaxial loading

Fig. 15. Failure criterion of linear viscoelastic for biaxial loading.

- Poly. Eng. Sci., **11**, No. 2, 129 (1971).
- 15) Lou, Y.C., and R.A. Schapery, J. Comp. Mat., **5**, 208 (1971).
 - 16) Ashton, J.E., J. Franklin Inst., **290**, 549 (1970).
 - 17) Bland, D.R., "The Theory of Linear Viscoelasticity", Chap. 4 (1960) Pergamon Press
 - 18) Flügge, W., "Viscoelasticity", p. 111 (1967) Blaisdell Publishing Company
 - 19) McDanel, D.L., R.W. Jech, and J.W. Weeton, Trans AIME, **233**, 636 (1965).
 - 20) Halpin, J.C., and S.W. Tsai, AFML TR, 67-432 (1967).
 - 21) 白鳥英亮, 他 2 名, 第20回レオロジー討論会前刷, 175 (1972).
 - 22) たとえば, Flügge, W., "Viscoelasticity", Chap 2 (1967) Blaisdell Publishing Company