重 疊 波 形 下 の 疲 労 強 度*

堀 川 武** 中 村 宏**

Fatigue Strength under Superposed Stress

by

Takeshi HORIKAWA and Hiroshi NAKAMURA

(Kawasaki Heavy Industry Co., Ltd., Akashi)

Fatigue tests under superposed stress have been considerably conducted in the past. The present authors also carried out the fatigue tests under the superposed stress on many engineering materials and proposed a fatigue life estimation method. But most of these investigations under the superposed stress have been concerned with the fatigue life reduction, and the studies on the mechanism of fatigue failure under the superposed stress are few.

It is the purpose of this paper to clarify the behavior of stress-strain response and plastic strain amplitude under the superposed stress.

Fatigue tests were conducted on two kinds of specimens made of cast steel under sinusoidal and superposed stress, and the stress-strain behavior was measured during the fatigue tests.

The experimental results are summarized as follows:

(1) When the plastic strain amplitude caused by the maximum stress amplitude (primary stress+secondary stress) and that by the secondary stress amplitude are taken into consideration, the experimental results under superposed stress agree with those under sinusoidal stress. But further investigations under the condition that the secondary stress amplitude is less than that of primary stress will be necessary to draw final conclusion.

(2) When the material elongates to the tension side under fatigue test (such as creep-wise), it is necessary to take account of such behavior into fatigue life estimation.

(Received Apr. 15, 1974)

1 緒 言

二重重畳波形下の疲労強度に関して従来から研究がなされている^{1)~7)}。一方著者らも機械、構造物の疲労寿命推定のために種々の材料につき研究を行ってきた。

これまでに発表されている実験結果、および著者らの結果をとりまとめると、等価繰返し数法による推定値に対して、ばらつきはあるが、傾向としてはこの方法で整理できる¹⁾²⁾。一方二重重畳波をレンジペア法的に頻度を読みとり、 $S-N$ 線図をコルテン・ドーラン流に修正して実機の疲労寿命を推定すると実例をかなり良く説明しうる⁸⁾。すなわち上記のようにして、工学的には材料の重畳波形下の特性を寿命推定に反映させうる。

これまでの重畳波形下の実験は波形による疲労寿命の低下に関するものが大部分であり、直接に疲労破壊の機構解明につながる研究は少ない。

一般に、一定応力振幅および変動応力振幅下での疲労試験結果は、試験中に材料が受ける荷重による応力-ひずみ履歴（以下ではヒステリシスループと表現する）から求めたエネルギーまたは塑性ひずみ幅 $\Delta \epsilon_p$ で整理するとかなり良く説明できることがわかっている。この事実はエネルギーまたは $\Delta \epsilon_p$ が疲労損傷に対して現時点ではかなり良い一義的關係をもっていることを意味する。しかし、 $\Delta \epsilon_p$ が存在しても繰返し数で 10^7 回以上でも破断しない場合や、巨視的尺度で測定した $\Delta \epsilon_p$ がほとんど認められない材料でも疲労破壊することがあるなど、必ずしも $\Delta \epsilon_p$ で説明しえない結果もあるが、本報では $\Delta \epsilon_p$ を疲労損傷の尺度と考えて、二重重畳波形下での $\Delta \epsilon_p$ を測定し、実験結果に考察を加えた。

2 実 験 方 法

実験に供した材料は普通鋳鋼，Cr-Mo 鋳鋼の2種類の材料である。^{*1} 化学成分，機械的性質を Table I, II

* 原稿受理 昭和49年4月15日

** 正 会 員 川崎重工(株)技術研究所 明石市川崎町

*1 ピストンクランクやシリンダカバーの材料としてははしはし用いられている¹⁴⁾。

Table. I. Chemical property of material.

Material	C	Si	Mn	P	S	Cr	Mo
Cast steel	0.27	0.43	0.67	0.028	0.023	—	—
Cr-Mo cast steel	0.28	0.44	0.69	0.009	0.005	0.95	0.26

Table. II. Mechanical property of material.

Material	Yield point (kg/mm ²)	Ultimate strength (kg/mm ²)	Reduction of area (%)	Elongation (%)
Cast steel	28	52	42	28
Cr-Mo cast steel	36.5	68	49	20

Fig. 1. Plane bending specimen.

Fig. 2. Push-pull specimen.

に示す。この2種類のうち、普通鉄鋼からはFig. 1に示す平面曲げ試験片を、CrMo 鉄鋼からはFig. 2に示す引張圧縮試験片を作製して実験に供した。

実験に用いた疲労試験機はシムク式平面曲げ疲労試験機(±2 kg-m)と電気油圧サーボ式引張圧縮疲労試験機(±10 ton)を用いた。一方試験波形は正弦波単独とFig. 3(a)~(c)に示す重畳波形である。すなわち(a)に示す両振り正弦波に正弦波が重畳した波形、(b)に示す両振り矩形波に正弦波が重畳した波形、(c)に示す片振り矩形波に正弦波が重畳し、休止の部分が存在する波形の3種類の二重重畳波である。これらの重畳波で一次波応力振幅を σ_1 、二次波応力振幅を σ_2 とす

Fig. 3. Schematic illustration of superposed stress.

る。

なお、本実験では二次波の重畳山数を n とし、応力比 m を次式で定める。

$$m = \sigma_2 / (\sigma_1 + \sigma_2) \quad (1)$$

重畳波形下の疲労試験はFig. 3(a)の波形のみで行ない、(b), (c)の波形ではヒステリシスループの挙動のみを調べるために実験を行なった。

ヒステリシスループの計測はFig. 4に示すようにして行なった。試験片表面にはたひずみゲージおよびねじり棒(ロードセルに相当)にはたひずみゲージからの出力を動ひずみ計によって増幅し、データレコーダに記録する。その後データレコーダの再生速度を1/16にして、X-Yレコーダにてループを記録した。ここでは試験片表面のひずみと試験片に作用する曲げモーメントから計算される公称応力とによるヒステリシスループが描けたことになる。

Fig. 4. Block diagram of measurement.

X-Yレコーダの追従性が遅いためデータレコーダを介して減速しているものであり、Fig. 3(b), (c)の波形は充分ゆっくり繰り返しているの、直接X-Yレコーダで記録した。なおFig. 4は平面曲げの場合を示したが、引張圧縮の場合も同様である。

Fig. 5はヒステリシスループの模式図である。塑性ひずみ幅 $\Delta \epsilon_p$ 、応力振幅 σ_a 、ひずみ振幅 ϵ_T を図示のように定めて実験結果を整理した。

Fig. 5. Schematic illustration of stress-strain response.

3 実験結果

3.1 正弦波単独での実験結果

Fig. 6, 7に応力振幅 σ_a と破断繰返し数 N をとり両対数線図で試験結果を示す。普通鉄鋼の結果はFig. 6に示すようであり、60 c/s, 1.5 c/s で実験を行な

Fig. 6. Experimental results under sinusoidal and superposed stress (cast steel).

Fig. 7. Experimental results under sinusoidal and superposed stress (Cr-Mo cast steel).

った。一方 Cr-Mo 鈎鋼では Fig. 7 に示すように 15 c/s, 0.5 c/s で実験を行なった。両材料とも低応力域で繰返し速度の効果が大きく、繰返し回数が同一応力レベルに対して低速度の場合が短くなっている。実験結果はほぼ直線にのると考えて良い。本実験では繰返し強度を問題にしているので、疲労限は求めていないが、ほぼ 20 kg/mm² 程度であろう。なお、重畳波形下の結果は次に述べる。

3・2 重畳波形下の実験結果

重畳波形(a)の普通鈎鋼についての結果を Fig. 6 に併記した。一次波、二次波の繰返し速度を 1.5 c/s, 30 c/s にとった。したがって重畳山数 n は 20 である。実験は $m=0.3$ にとり $\sigma_{\max} (= \sigma_1 + \sigma_2)$ を種々に変えて実験した。

実験結果は $\sigma_{\max}$ と一次波の破断回数 $\bar{N}$ で両対数線図で示した。実験点は直線にのるとみなせる。なお $m=1.0$ の二点鎖線は 60 c/s の正弦波単独の $S-N$ 線図を重畳山数 $n=20$ で除した線である。

Cr-Mo 鈎鋼の重畳波(a)の結果を Fig. 7 に示す。一次波、二次波の繰返し速度は 0.5 c/s, 15 c/s である。したがってこの実験では $n=30$ である。なお本実験では $m=0.3, 0.5, 0.7$ にとり、 $\sigma_{\max}$ を種々に変化させて実験を行なった。実験結果をみると、 $m=0.3, 0.5$ の結果は正弦波単独の場合と大差なく、材料のばらつきの範囲に入っている。一方 $m=0.7$ の結果は明らかに差があり、重畳波形下での破断回数は少なくなっている。実験点はほぼ直線にのると考えられる。

3・3 応力-ひずみ挙動の測定結果

Fig. 8. Hysteresis loop under superposed stress (cast steel).

Fig. 8 は普通鈎鋼、重畳波(a)でのヒステリシスループを示す。 $\sigma_{\max}$ による $\Delta \epsilon_p$ は明確に認められるが、二次波 σ_2 によるループは認めがたい。つぎに Cr-Mo 鈎鋼の結果について述べる。

Fig. 9 は正弦波単独での定荷重繰返しでのループの挙動を示す。応力振幅を漸増し、33.5 kg/mm² になった後、一定振幅で繰返しした結果である。繰返し回数は 60 回までとった。応力振幅の小さい時は直線的であり、ループは認められないが、少しずつループが現われ、33.5 kg/mm² ではかなり顕著なループとなっている。さらに繰返し数の増加につれて引張側での最大ひずみが漸増するが、圧縮側では少なく、30 回の繰返し時よりも 60 回の繰返し時が少なくなっている。このようにこの材料では、繰返しに伴い、ループの形は非対称になり、引張側にずれている。すなわち一種のクリープの様相を呈する。二点鎖線は $\sigma = E \cdot \epsilon$ の線を平行移動した線であり、比較のために示した。

Fig. 9. Hysteresis loop under sinusoidal stress (Cr-Mo cast steel).

Fig. 10 (a)~(c)に重畳波(a)でのループの例を示す。 $\sigma_{\max} = 34 \text{ kg/mm}^2$ にとり、 $m=0.3, 0.5, 0.7$ の場合を示した。 $m=0.3, 0.5$ では σ_2 によるループが顕著に現われず、 $m=0.7$ の場合は σ_2 によるループが認められる。

Fig. 11 は重畳波(b)のループの一例である。 $\sigma_{\max}$ によるループの他に σ_2 によってもループが認められ、

Fig. 10. (a)~(c) Hysteresis roop under superposed stress (Cr-Mo cast steel).

Fig. 11. Hysteresis roop under superposed stress (Cr-Mo cast steel).

繰り返しているうちに平均ひずみの正または負方向への増加に伴い σ_2 によるループはひずみの引張りおよび圧縮側へ移動しているのがわかる。なお、この図では σ_2 の1回目と10回目でのループの形が明らかになるように、途中での σ_2 のループは記録していない。

Fig. 12は重畳波(c)のループの一例を示す。図中の1~100は一次波の変動ブロック数を示す。すなわち、実験は100ブロックまで行なった。したがって各数字の位置がそれぞれのブロックでの荷重が零の時の残留ひずみ量を示す。1ブロック目の残留ひずみ量はかなり大きく、ブロック数が増すにつれて残留ひずみの増量は少なくなる。さらにこのブロックの変動(一次波の変動)に伴ってもループが現われる。この現象は一次波の変動が多い程疲労損傷が大きくなることを示している。一方 σ_2 によるループも現われている。ここでも σ_2 による途中のループは省略して記録した。さらに最大ひずみが漸次増大し、クリープ的な挙動を示している。

Fig. 11と12を比較すると、平均応力に相当する一次波が、両振りの場合と片振りの場合とで、変動によ

Fig. 12. Hysteresis roop under superposed stress (Cr-Mo cast steel).

るループの大きさがかなり異なり、Fig. 11のように両振りの時が大きく、片振り両振りの寿命の差について定性的な知見が得られる。

各波形についてのヒステリシスループの形を簡単に述べたが、つぎに重畳波(a)についての $\Delta\epsilon_p$ の挙動について述べる。

本実験は、平面曲げ条件下では定変形に近い負荷形式であり、引張圧縮は定荷重形式であるので、 $\Delta\epsilon_p$, ϵ_T 等は材料の軟化、硬化に伴って変化すると考えられる。Fig. 13は普通鋼での結果の一例である。繰返し数を横軸にとって整理した。 $\sigma_{max}=34\text{ kg/mm}^2$ の場合であるが、 $\Delta\epsilon_p$ は正弦波単独の場合よりも重畳波形下の場合が大きく、繰返しの初期に軟化現象がみられ、途中で硬化して $\Delta\epsilon_p$ が若干減少している。なお、図中で N_f は破断回数を示す。 σ , ϵ_T には著しい変化はない。

Fig. 13. Behaviours of σ , ϵ_T and $\Delta\epsilon_p$ on number of cycles (cast steel).

Fig. 14. Behaviours of $\Delta\epsilon_p$ on cycle ratio.

Fig. 14は CrMo 鋳鋼の引張圧縮下の結果を示す。この場合は $\Delta\epsilon_p$ のみの変化を各 $\sigma_{\max}$ について n/N で表わされる繰返し数比を横軸にとって示した。最初に軟化現象が現われ、 $n/N=10^{-2}$ 程度までは $\Delta\epsilon_p$ が著しく増加する。 10^{-2} 以後の変化は著しくなく、若干硬化して $\Delta\epsilon_p$ の減少が認められる。

実験結果について述べたが、これらの結果をさらにとりまとめて、若干の考察を加えてみる。

4 実験結果に対する考察

正弦波単独および重畳波形下の実験結果を σ_a , $\sigma_{\max}$ と N , $\bar{N}$ で整理すると両対数線図上でほぼ直線となったが、この直線の式はそれぞれ

$$N\sigma_a^a = K \quad (2)$$

$$\bar{N}\sigma_{\max}^{a'} = K' \quad (3)$$

と表わせる。著者らが以前から重畳波形下の実験結果の整理方法の一つとして等価繰返し数法²⁾を提案しているが、この場合の寿命比 α は次式となる。

$$\alpha = \bar{N}/N = (K'/K)\sigma_{\max}^{a-a'} \quad (4)$$

この式で $a=a'$ であれば $\alpha=K'/K$ となり、 α は応力レベルに依存しなくなる。 $a=a'$ であれば(2), (3)の S-N 線図は平行となるが、実験結果は必ずしも平行ではなく、 α は応力レベルに依存することになる。

以上は応力レベルと破断繰返し数についてみてみたが、つぎに重畳波形下での破断繰返し数の低下(低下しない場合もある)について $\Delta\epsilon_p$ の点から考えてみる。

$\Delta\epsilon_p$ の繰返し中での大きさはすでに述べたように一定でなく変化する。したがってここでは整理の都合上、 $\Delta\epsilon_p$ の繰返し数についての算術平均値 $\bar{\Delta\epsilon_p}$ で考えてみる。

Fig. 15, 16に普通鋳鋼および CrMo 鋳鋼の整理結果を示す。Fig. 15の普通鋳鋼の場合、正弦波単独と重畳波では明らかに2本の線となり、 $\bar{\Delta\epsilon_p}$ が同一レベルでも重畳波の破断回数をはるかに少なくなっている。Fig. 16の CrMo 鋳鋼の場合、 $m=0.3$ の結果はばらつきが大きく、正弦波単独と重畳波で一致する点もあるが、 $m=0.5$ と 0.7 は Fig. 15と同様に重畳波の結

Fig. 15. Relation between $\Delta\epsilon_p$ and number of cycles to failure (cast steel).

*2 $\sigma_a = \sigma_{\max}$ の時の寿命比を α としている。

Fig. 16. Relation between $\bar{\Delta\epsilon_p}$ and number of cycles to failure (Cr-Mo cast steel).

果は $\bar{\Delta\epsilon_p}$ で整理しても短寿命側となっている。

$\bar{\Delta\epsilon_p}$ で整理して正弦波と重畳波の結果が同一直線上にのれば両者の結果は $\bar{\Delta\epsilon_p}$ で説明できることになり、塑性ひずみ幅が疲労損傷の尺度と考えることになる。しかし、実験結果のうちには σ_2 によるループが認められない(普通鋳鋼 Fig. 8, CrMo 鋳鋼 Fig. 10(a)(b) 参照)にもかかわらず

(a) 普通鋳鋼は $\sigma_{\max}$, $\bar{\Delta\epsilon_p}$ で整理しても正弦波単独と重畳波の破断繰返し数は一致していない。

(b) CrMo 鋳鋼では $\sigma_{\max}$ で整理すると $m=0.3$, 0.5 は重畳波の結果は正弦波とばらつきの範囲で一致している(Fig. 7 参照)が $\bar{\Delta\epsilon_p}$ でみると $m=0.3$ で一致する結果もあるが、 $m=0.5$ では明らかに差がある(Fig. 16 参照)という結果になっている。

一方 CrMo 鋳鋼で $m=0.7$ の場合 Fig. 10(c)に示すように σ_2 によるループが存在している。したがって σ_2 による塑性ひずみ幅を重畳山数について加算し、この量を $\bar{\Delta\epsilon_p}$ に加え合わせると Fig. 16の “○” となり、正弦波単独の結果と良く合う。すなわち、この結果のみをみれば、重畳波形下の疲労も塑性ひずみ幅を疲労損傷の尺度と考えて良いことを支持する。したがってここでは上記考え方を認め(塑性ひずみ幅を尺度と考え) (a), (b)の問題点について考えてみる。

結論から先に述べると、ヒステリシスループ計測時の装置の分解能が充分でなかったことが考えられる。

Fig. 15において、たとえば 9×10^4 回でみると、重畳波の $\bar{\Delta\epsilon_p}$ は約 $2 \times 10^2 (\times 10^{-6})$ 、正弦波は約 $4 \times 10^2 (\times 10^{-6})$ であり、その差は $2 \times 10^2 (\times 10^{-6})$ である。この差を簡単のため重畳山数 $n=20$ で分担すると考えれば σ_2 の1回当たり $10 (\times 10^{-6})$ となる。一方 Fig. 16でも同様に $m=0.5$ の場合に 4×10^4 回でみると、重畳波で約 $6 \times 10^2 (\times 10^{-6})$ 、正弦波で約 $1.2 \times 10^3 (\times 10^{-6})$ である。したがってその差は $6 \times 10^2 (\times 10^{-6})$ である。この場合は $n=30$ であるのでその差の $6 \times 10^2 (\times 10^{-6})$ を σ_2 の1回当たりになると $20 (\times 10^{-6})$ となる。

σ_2 の 1 回当たり測定すべきひずみ量としては $\Delta \epsilon_p$ の 10% 以下となり, 全ひずみ $2\epsilon_T$ の数% 以下となる ($2\epsilon_T > \Delta \epsilon_p$ であるから). このように考えると本実験で用いた計測系では σ_2 によるループが十分に測定されていないことが考えられる. このように考えれば(a), (b)の点については一応の納得がいくが, 今後さらに実験を行ない, 特に σ_2 によるループを拡大して測定すること, およびばらつきの少ない材料を選ぶなどして検討する予定である.

Fig. 9, 11, 12 に応力-ひずみ挙動の例を示したが, CrMo 鋳鋼の定荷重繰返し下では, 引張側へのひずみの漸増がみられる. すなわち一種のクリープ的な伸びがみうけられた. この種の現象を疲労損傷に加味することが必要であると考えられる. この点については若干考察してみる.

塑性ひずみ幅 $\Delta \epsilon_p$ と破断回数 N との間には Manson-Coffin の式があり,⁹⁾

$$\Delta \epsilon_p N^\beta = C$$

を与えている. ここで単純引張りの場合を考えると,

$$\Delta \epsilon_p N^\beta = 2\epsilon_f / 4^\beta \quad (5)$$

となる. 一方 Sachs-Weiss¹⁰⁾ らは平均ひずみ ϵ_m が存在する場合は

$$\Delta \epsilon_p N^\beta = (2/4^\beta)(\epsilon_f - \epsilon_m) \quad (6)$$

を与えている (ここで β は常数, ϵ_f は破断延性).

一方著者の一人¹¹⁾¹²⁾ および白鳥¹³⁾ らは破壊までに累積されるエネルギー W と破断時の応力 σ_f はある関係があり,

$$W = f(\sigma_f) \quad (7)$$

を与えている. この式の意味は, 破断応力 σ_f が大きい時は W は小さくても良く, σ_f が小さい時は W は大きくなる. (詳細は原論文参照されたい) W がある値になっても作用応力が σ_f よりも小さい時には破壊しないことになり, 破断時の作用応力を規定する. すなわち応力変動に対する説明づけができる.

ヒステリシスループの大きさが材料に累積される損傷エネルギーを代表するものと考えれば, $\Delta \epsilon_p N^\beta$ はこの損傷エネルギーに相当する. すなわち $\Delta \epsilon_p N^\beta$ によって材料がある限界状態になっていると考えられる.

さて, 材料が応力の繰返しを受けて引張側へのひずみがクリープ的に増加する場合に対して(5)~(7)式からの類推により, 次式を考えてみる.

$$\Delta \epsilon_p N^\beta + (\epsilon_T)_{\max} = \epsilon_f \quad (8)$$

この式で $(\epsilon_T)_{\max}$ は破断時の引張側での最大ひずみであり, 破壊エネルギーに相当するものと考えられる. すなわち ϵ_f なる現象が生ずるには, 材料をある限界状態にするため限界エネルギー $[\Delta \epsilon_p N^\beta]$ (間接原因), と破壊エネルギー $[(\epsilon_T)_{\max}]$ (直接原因) が関係すると考えられる. (8)式を変形して

$$\epsilon_f - \Delta \epsilon_p N^\beta = (\epsilon_T)_{\max}$$

とすると, $(\epsilon_T)_{\max}$ が小さい時には, ϵ_f は材料によって一定であるので, 左辺の $\Delta \epsilon_p N^\beta$ が大きくなければならず, $(\epsilon_T)_{\max}$ が大きい時は左辺の $\Delta \epsilon_p N^\beta$ が小さくても良いことになり, (7)式のところでの説明と一致する.

なお, (8)式で単純引張りの場合は $\Delta \epsilon_p = 0$ と考え, $(\epsilon_T)_{\max} = \epsilon_f$ とする.

(8)式の是非については今後の実験結果によって検討しなければ不明であるが, いずれにしろ, クリープ的に増加する引張側へのひずみの効果を考慮した疲労損傷の尺度を必要とするであろう. これについては疲労とクリープの相互作用の研究がもっと進んでくれば明らかになると思われる.

5 結 言

重畳波形下の疲労寿命を検討する目的で, 普通鋳鋼および CrMo 鋳鋼で作った平面曲げおよび引張圧縮状態で正弦波単独と重畳波形下でヒステリシスループの計測を行なった. その結果次の結論を得た.

(1) 重畳波形下での塑性ひずみ幅としては, 最大応力によるものと, 二次波によるものを加算した値を用いれば, 正弦波単独での結果と一致する. ただし, 二次波振幅が小さい場合 ($m \leq 0.5$) については今後さらに検討しなければならない.

(2) 材料が応力繰返し中に引張側へクリープ的に伸びる場合, その効果を加味した疲労損傷の尺度が必要である.

(昭和48年11月22日 シンポジウム「疲労における最近の諸問題」にて講演)

参 考 文 献

- 1) 中村 宏, 堀川 武, 鎌田敬雄, 機誌, **75**, p. 207 (1972).
- 2) 中村 宏, 田中真一, 機誌, **73**, p. 1351 (1970).
- 3) 中村 宏, 田村伸二, 渡辺喜一, 材料試験, **10**, 972 (1961).
- 4) 山田敏郎, 北川 茂, 材料, **13**, 619 (1964).
- 5) 鯉淵興二, 機講論, No. 188, p. 61 (1968).
- 6) 田中道七, 機誌, **33**, p. 679 (1967).
- 7) 山本 茂, 今村成雄, 機講論, No. 720-1, p. 113 (1972).
- 8) 中村 宏, 蔦 紀夫, 堀川 武, 材料, **22**, 182 (1973).
- 9) Coffin, L. F., Jr., Trans. ASME, **76**, p. 931 (1954); S. S. Manson, NACA TN, 2933 (1953).
- 10) Sachs, G., and V. Weiss, Zeit. für Metallkunde, **53**, p. 37 (1962).
- 11) 中村 宏, 鉄道業務研究資料, **13-1**, p. 1 (1956).
- 12) 中村 宏, 堀川 武, 鎌田敬雄, 機講論, **700-12**, p. 137 (1970).
- 13) 小幡谷洋一, 白鳥英亮, 機講論, No. 213, p. 33 (1969).
- 14) 中村 宏, 田中真一共著, 機械の疲れ寿命算出法(1972) 養賢堂