硬鋼の繰返し応力-ひずみ関係およびヒステリシスループ形状に及ぼすひずみ履歴の影響*

河 本 実** 並 木 宏 徳** 堂 前 雅 夫***

The Effect of Strain History of S55C both on the Cyclic Stress-Strain Relation and on the Shape of Hysteresis Loop

by

Minoru KAWAMOTO, Hironori NAMIKI and Masao DOMAE

(Faculty of Engineering, Kyoto University, Kyoto)

The effects of strain history both on the cyclic stress-strain relation and on the shape of hysteresis loop have been investigated on annealed S55C by the constant strain amplitude tests with different mean strains and the incremental step tests. The results are summarized as follows:

(1) The cyclic stress-strain curves of the constant strain amplitude tests coincide with each other irrespective of the mean strain in the stationary state of fatigue process, or at a half of the fatigue life. They can be written as $\Delta\sigma = K\Delta\varepsilon_p^n$, where $K=338$ and $n=0.254$, when $\Delta\sigma$ is taken as the true stress range and $\Delta\varepsilon_p$ as the logarithmic plastic strain range.

The cyclic stress-strain relation in the incremental step tests also has a similar trend as above, being represented by the equation $\Delta\sigma = K\Delta\varepsilon_p^n$, $K=317$ and $n=0.232$, when the stationary state is considered to be at half of the number of blocks to failure.

(2) For the constant strain amplitude tests, the shape of hysteresis loop in the stationary state is represented, regardless of mean strain, as $\sigma^* = K\varepsilon_p^{n*}$, $K^* = K\Delta\varepsilon_p^{n-n*}$ and $n^* = 0.06\Delta\varepsilon_p^{-0.193}$, where σ^* and ε_p^* designate the true stress and the logarithmic plastic strain respectively, with the origin of the coordinates being located at one end of the hysteresis loop. On the other hand, for the incremental step tests, it is written as follows, since n^* is observed to be nearly constant;

$$\sigma^*/\Delta\sigma = (\varepsilon_p^*/\Delta\varepsilon_p)^{n*}, \quad n^* = 0.114$$

The equational difference of the shape of hysteresis loops in both cases has to be discussed carefully in view of some variations of the data obtained. However it may be considered very useful to adopt the latter equation for the incremental step tests, since the mechanical behavior of the material is fully defined from three constants of K , n and n^* , which are easily obtained from one specimen.

(Received July 22, 1974)

1 緒 言

動的負荷を受ける構造物の応力解析あるいは疲労寿命の評価に際しては、対象とする材料の応力-ひずみ関係を数式化する必要がある。しかし応力-ひずみ関係は、材料の種類あるいは状態により異なる上に、それまで受けたひずみ履歴に依存する。

このうち特にひずみ履歴の影響に関しては実験方法が確立されていないこともあって不明な点が多い。

ここではひずみ履歴の影響を明らかにするために、構造用部材として一般に用いられている S55C 鋼を用

い、基礎的な次の 2 点について調べた。

(a) ひずみ範囲は一定であるが、平均ひずみがある場合。これはひずみ変動の原点移動が材料特性にどのような影響を及ぼすかを調べるものである。

(b) ひずみ範囲を規則的に変化させるが、原点は変わらない場合。

そして結果を繰返し応力-ひずみ曲線とヒステリシスループ形状のそれぞれについて数式化した。

2 実験方法

2-1 試験片

供試材料の化学成分を Table I に、機械的性質を、Table II に示す。試験片は Fig. 1 の形状寸法に機械加工後、試験部をエメリー仕上げし、さらにバフ研摩

* 原稿受理 昭和49年7月22日

** 正会員 京都大学工学部 京都市左京区吉田本町

*** 学生会員 京都大学工学部 京都市左京区吉田本町

Table I. Chemical compositions (%).

C	Si	Mn	P	S
0.54	0.24	0.81	0.022	0.017

Table II. Mechanical properties.

σ_{us} (kg/mm ²)	σ_{is} (kg/mm ²)	σ_B (kg/mm ²)	σ_T (kg/mm ²)	ϕ (%)	ψ (%)
41.8	37.4	70.3	115.9	21.0	46.8

Fig. 1. Test specimen.

を施してから, 830°C30 分間の真空焼なましを行なった。

2.2 ひずみ繰返し試験

河本・田中式熱疲労試験機の本体を用いて径方向全ひずみ範囲一定の定ひずみ試験を行なった。試験片の径方向ひずみは試験片試験部をはさむようにセットした馬蹄形ばねの変形量をばねに貼付したひずみゲージにより検出し, 疲労試験の前後に検定を行なった。

荷重は試験片上部のロードセルにより検出し, 荷重-径方向ひずみ関係をX-Y記録計に記録した。なお繰返し速度はクロスヘッド速度一定で行なったので, ひずみ範囲により異なり, 軸方向ひずみ速度でおよそ0.1/minであった。荷重-径方向変形量を真応力-軸方向ひずみへ変換するのは塑性変形により体積変化は起こらないとして次式を用いた。

$$\bar{\sigma} = \frac{4W}{\pi(d_0 + \Delta d)^2}, \quad \bar{\epsilon}_e = \frac{\bar{\sigma}}{E} \quad (1)$$

$$\bar{\epsilon}_p = -2 \left\{ \ln \left(\frac{d_0 + \Delta d}{d_0} \right) + \frac{\nu \bar{\sigma}}{E} \right\} \quad (2)$$

$$\bar{\epsilon} = \bar{\epsilon}_p + \bar{\epsilon}_e = -2 \ln \left(\frac{d_0 + \Delta d}{d_0} \right) + (1 - 2\nu) \frac{\bar{\sigma}}{E} \quad (3)$$

ここで, W : 軸方向荷重 (kg)

d_0 : 試験片変形前の直径 (mm)

Δd : 径方向変形量 (mm)

$\bar{\sigma}$: (軸方向) 真応力 (kg/mm²)

$\bar{\epsilon}_e$: (軸方向) 弾性ひずみ

$\bar{\epsilon}_p$: (軸方向対数) 塑性ひずみ

$\bar{\epsilon}$: (軸方向対数) 全ひずみ

E : 弾性係数=21 000 kg/mm²

ν : ポアソン比=0.3

なお簡単のため, 以後軸方向真応力は真応力とする等, () 内は省略して表現することにする。

平均ひずみ $\bar{\epsilon}_m$ は全ひずみの最大値および最小値より,

$$\bar{\epsilon}_m = \frac{\bar{\epsilon}_{\max} + \bar{\epsilon}_{\min}}{2} \quad (4)$$

とし, 塑性ひずみ範囲, 弾性ひずみ範囲および真応力範囲はそれぞれ $\Delta \bar{\epsilon}_p$, $\Delta \bar{\epsilon}_e$ および $\Delta \bar{\sigma}$ で表わした。

疲労試験においては繰返しに伴い応力が変化するので, 径方向変形量が一定でも軸方向全ひずみは変化する。しかしこの影響はわずかであるので無視した。ヒステリシスループの解析に際してはX-Y記録計から読み取った荷重-径方向変形量を(1)および(2)式を用いて真応力-塑性ひずみの関係に変換し, さらに Fig. 2 のように座標原点をヒステリシスループの端に移動した $\bar{\sigma}^* - \bar{\epsilon}_p^*$ 座標系を用いた。

Fig. 2. Schematic stress-strain diagram.

3 実験結果および考察

3.1 繰返し応力-ひずみ曲線について

3.1.1 ひずみ繰返しに伴う応力の変化 Fig. 3 は完全両振り定ひずみ試験における疲労過程の真応力の变化で, 真応力は繰返しの初期に急増した後, 増加の割合は低下する。Fig. 4 は平均ひずみがある場合の一例として $\bar{\epsilon}_m = 16\%$ のときの真応力变化を示す。平均ひずみ方向の正の真応力は繰返しの初期に急激に減少した後, 減少の割合は低下するが, 負の真応力はほぼ一定かやや減少する傾向を示している。これらの結果は材料の加工硬化に異方性があることを示している。疲労寿命の1/2の繰返し数を疲労の定常状態とする

Fig. 3. Variation of maximum and minimum stresses under constant reversed straining.

Fig. 4. Variation of maximum and minimum stresses under constant strain amplitude test with mean strain.

と、平均ひずみがある場合もない場合も正負の応力値は大体等しくなり、ひずみ繰返しとともに応力の正負方向の加工硬化の程度は等しくなることがわかる。

3・1・2 疲労寿命 Table III に疲労試験結果をまとめて示す。Fig. 5 はこのうち定常状態における塑性ひずみ範囲および弾性ひずみ範囲と破断寿命との関係を示した図で、Manson-Coffin 式

$$\Delta \bar{\epsilon}_p N_f^{k_p} = C_p, \quad \Delta \bar{\epsilon}_e N_f^{k_e} = C_e \quad (5)$$

が成立している。Table IV に(5)式の各係数を最小自乗法により求めた結果を示す。Fig. 5 において実線で示したのは $\bar{\epsilon}_m = 0.0\%$ の場合について最小自乗法で近

Fig. 5. Fatigue life as a function of elastic or plastic strain range.

Table IV. Coefficient of power function.

$\bar{\epsilon}_m$ (%)	C_p	k_p	C_e	k_e	n	K
0.0	0.541	0.496	0.0137	0.128	0.258	337.2
6.0	0.309	0.411	0.0124	0.117	0.285	363.9
10.0	0.450	0.483	0.0132	0.123	0.255	339.7
16.0	0.475	0.519	0.0121	0.103	0.198	294.5
-6.0	0.465	0.478	0.0125	0.110	0.230	313.1
-9.5	0.267	0.391	0.0108	0.092	0.234	309.0
-15.0	0.365	0.443	0.0129	0.118	0.266	354.3
Ave.	0.392	0.456	0.0127	0.116	0.254	338.3

Table III. Summary of cyclic data.

$\bar{\epsilon}_m$ (%)	$\Delta \bar{\epsilon}_{pa}$ (%)	N_f	n^*	K^*
0.0	8.52	40	0.0987	229.5
	5.42	100	0.1026	211.2
	3.77	241	0.1102	198.3
	2.68	489	0.1341	221.6
	2.01	659	0.1415	226.8
	1.67	1084	0.1263	189.3
6.0	5.92	54	0.1156	225.1
	4.51	110	0.1191	216.6
	2.89	352	0.1234	210.7
	1.72	1067	0.1243	187.0
10.0	5.75	70	0.1038	221.4
	5.31	92	0.0982	208.2
	4.39	114	0.1091	220.5
	2.97	277	0.1258	221.1
	2.21	521	0.1209	202.3
16.0	4.62	98	0.1053	214.8
	3.31	136	0.1213	225.5
	2.80	285	0.1249	238.8
	1.70	361	0.1403	224.4
-6.0	5.57	83	0.0917	206.8
	4.23	157	0.1314	225.6
	2.53	437	0.1135	201.2
-9.5	5.27	57	0.1060	205.0
	4.12	142	0.1110	222.0
	2.51	387	0.1128	190.2
-15.0	5.21	82	0.0944	214.5
	3.93	149	0.1214	219.2
	2.43	455	0.1096	197.9

似した直線である。

Fig. 5 より平均ひずみにより疲労寿命は低下し、特に平均ひずみが正の場合に低下の程度が著しいことが認められる。低サイクル疲労においては平均ひずみの正負は疲労寿命に関係しないとする大路らの考え方は本材料においては成立しないようであるが、平均ひずみの小さい領域では明確でない。

3・1・3 繰返し応力-ひずみ曲線 繰返し応力-ひずみ曲線が

$$\Delta \bar{\sigma} = K \Delta \bar{\epsilon}_p^n \quad (6)$$

の形で表わせるとして、定数 K および n を求めた結果を Table IV に示す。平均ひずみがある場合も含め、Fig. 6 に $\Delta \bar{\sigma}$ と $\Delta \bar{\epsilon}_p$ との関係を両対数座標で示す。幾分バラツキがあるが、繰返し応力-ひずみ曲線は平均ひずみによらないと結論できよう。

さて、Landgraf らは繰返し応力-ひずみ曲線を求める簡便な方法として 1 本の試験片を用いたひずみ範囲増減試験 (Incremental step test) を推奨している。これは Fig. 7 に模式的に示すようなひずみ範囲増減サイクルを繰り返す方法であり、2 ないし 3 ブロック繰り返せば定常状態の繰返し応力-ひずみ曲線が得られるとしている。

Fig. 6. Relation between true stress range and plastic strain range of stable state under constant strain amplitude test.

Fig. 7. Schematic representation of strain control in incremental step test.

本実験においてはひずみ範囲の大きい領域を対象としているので、3ブロック繰り返した後、4ブロック目に疲労破壊するように増減ステップの大きさを決定して試験を行なった。この結果は Fig. 8 に示すように、同一ブロック内におけるひずみ範囲増加過程とひずみ範囲減少過程の間の差異およびブロック毎の差異がかなり存在する。しかし、Fig. 8 に一部実験点を示すように、個々の繰返し応力-ひずみ曲線は両対数で良好な直線関係を有しており、繰返し応力-ひずみ曲線を(6)式の形で示すことの正当性を支持している。

また Endo⁴⁾らの SAE 4340 steel, Ti-8Al-1Mo-1V および 2024-T4 Al. の定ひずみ疲労試験結果をみると、 $\Delta\bar{\epsilon}_p-N_f$ および $\Delta\bar{\epsilon}_e-N_f$ 関係の両対数座標上での直線性は悪いのに対し、これらの材料の $\Delta\bar{\sigma}-\Delta\bar{\epsilon}_p$ 関係の両対数座標上での直線性は良好であることが示されてお

Fig. 8. Variation of cyclic stress-strain curve during incremental step test.

り、(6)式の n は(5)式の k_p あるいは k_e より安定した材料定数であるといえよう。

しかし、 $\Delta\bar{\sigma}-\Delta\bar{\epsilon}_p$ 関係が材料に関係なく(6)式の形で表わされるとはいえないようで、山田らによると、 α -黄銅、純銅および S10C 焼なまし材において繰返し応力-ひずみ関係が両対数座標上で1本の直線ではなく、塑性ひずみ範囲が 0.5~1% の位置で折れ曲がる2本の直線となることを示している。しかし注目すべきことに、同材料におけるひずみ範囲増減試験結果は折れ曲がらず1本の直線となるとしており、これらの材料が著しい加工硬化特性を示し、定常状態がほとんどないことも繰返し応力-ひずみ関係が両対数座標上で直線とならないことと関係しているのかもしれない。

Fig. 6 にひずみ範囲増減試験における疲労寿命の1/2、すなわち2ブロック目のひずみ範囲増加および減少過程の繰返し応力-ひずみ関係を2本の破線で示してあるが、定ひずみ試験結果は2本の破線の周囲に分散しており、定常状態で比較するとひずみ履歴の影響は現われないといえよう。

しかし、Landgraf³⁾らの実験結果をみると、塑性ひずみ範囲が小さい領域で、ひずみ範囲増減試験と定ひずみ試験との間に差異が生ずることがあることがみてとれる。よって対象とするひずみ範囲が広いときには繰返し応力-ひずみ関係を幾つかのひずみ範囲に分割して求める必要がある。なお、ひずみ範囲増加過程と減少過程における繰返し応力-ひずみ曲線が異なるのはヒステリシスループ形状が1本の曲線でないため、すなわち繰返し応力-ひずみ曲線とヒステリシスループの形状が一致しないことが主な理由である。

3・2 ヒステリシスループ形状について

3・2・1 定ひずみ試験におけるヒステリシスループ形状 Fig. 9 に完全両振り定ひずみ試験における定常状態のヒステリシスループの形状例を、ヒステリシスループの圧縮側端を原点とした座標系 $\bar{\sigma}^*-\bar{\epsilon}_p^*$ を用いて示す。このような座標系を用いたのは、実働荷重

Fig. 9. Hysteresis loop shapes in stable state under constant reversed straining.

Fig. 10. Hysteresis loop shapes in stable state on log-log scale under constant reversed straining.

解析にも容易に応用可能とするためである。

Fig. 10 は Fig. 9 の引張半サイクルについて両対数座標で示したもので、ヒステリシスループは本座標系で良好な直線性を示し、次式の形式で示される。

$$\bar{\sigma}^* = K^* \bar{\epsilon}_p^{n^*} \quad (7)$$

Fig. 9 の実線はヒステリシスループの引張半サイクルを(7)式の形で近似し、ヒステリシスループの中心に对称に描いた曲線で、圧縮半サイクルの場合にも実験値とよく一致していることから、ヒステリシスループは中心に関して対称とみなしうる。

Fig. 11 は平均ひずみがある場合のヒステリシスループ形状例で、Fig. 10 の完全両振り定ひずみ試験の場合と同様、ヒステリシスループは(7)式の形で示される。

しかし、Fig. 10 および 11 より明らかなように、(7)式の n^* および K^* は一定でなく、Table III に数値を示したように塑性ひずみ範囲に影響される。Fig. 12 は n^* の塑性ひずみ範囲依存性を示したもので、バラツキはあるが、平均ひずみの有無によらず、 n^* と $\Delta \bar{\epsilon}_p$ とは両対数座標ではほぼ直線関係を有し、最小自乗法により、

Fig. 11. Hysteresis loop shapes in stable state on log-log scale under constant strain amplitude test with mean strain.

Fig. 12. Relation between strain hardening coefficient and plastic strain range under constant strain amplitude test.

$$n^* = 0.06 \Delta \bar{\epsilon}_p^{-0.193} \quad (8)$$

(6)(7)および(8)式より

$$K^* = K \Delta \bar{\epsilon}_p^{n-n^*} \quad (9)$$

となり、定ひずみ試験より求められる K および n を用いて、任意の塑性ひずみ範囲における定常状態のヒステリシスループ形状は、

$$\bar{\sigma}^* = K \Delta \bar{\epsilon}_p^{n-n^*} \bar{\epsilon}_p^{n^*} \quad (10)$$

で表わされる。Fig. 13 は K^* と塑性ひずみ範囲の関係を示したもので、図中破線は(9)式である。バラツキは大きい、実験結果は(9)式と同傾向にあることがみてとれる。

Fig. 13. Relation between strength coefficient and plastic strain range under constant strain amplitude test.

さて平ら⁶⁾はS15C焼なまし材を用いて実験した結果、ヒステリシスループ形状は $\bar{\sigma}^* - \bar{\epsilon}_p^*$ 両対数座標上で2本の直線から成り、それぞれの直線の傾きの塑性ひずみ範囲依存性は少なく、また折れ曲がり点の塑性ひずみ範囲⁷⁾依存性は少ないことを見だしている。またMoreen⁷⁾も1100Al.を用いて平らと同様な結果を得ている。

これらの結果よりヒステリシスループの形状が $\bar{\sigma}^* - \bar{\epsilon}_p^*$ 両対数座標上で一本の直線となる場合と2本の直線からなる折れ線となる場合のあることがわかる。しかし、このことの理由については不明であり、今後研究の必要があろう。

3・2・2 ひずみ範囲増減試験におけるヒステリシスループ形状 Fig. 14 はひずみ範囲増減試験におけるヒステリシスループの一例として2ブロック目のひずみ範囲増加過程における引張半サイクルのヒステリシスループを $\bar{\sigma}^* - \bar{\epsilon}_p^*$ 両対数座標上に示したものである。ループ形状は良好な直線性を示し、やはり(7)式の形で示される。

このときの n^* の塑性ひずみ範囲依存性を調べたのが Fig. 15 であり、Fig. 12 のと比べると n^* の塑性ひずみ範囲依存性は小さい。しかしブロック毎の差異は認められ、繰返しが進むとともに n^* の値は小さくなっている。このときの K^* を Fig. 16 に示すが、Fig. 13 の場合と異なりバラツキが少ない上に塑性ひ

Fig. 14. Hysteresis loop shapes under incremental step test on log-log scale (2nd block, strain increasing process).

Fig. 15. Strain hardening coefficient-plastic strain range plots under incremental step test.

Fig. 16. Strength coefficient-plastic strain range plots under incremental step test.

ずみ範囲に依存することが明らかにみてとれ、またブロック毎の差異も存在する。Fig. 15 および16から本材料はひずみ繰返しに伴い加工硬化して最大応力が上昇するとともに、加工硬化係数が減少してヒステリシスループの形状がふくらみ、完全弾塑性体に近づいていく。

さて定常状態として先と同じく2ブロック目のヒステリシスループ形状を数式化してみよう。 n^* はわずかながら塑性ひずみ範囲に依存するが、一定とみなして平均値を求めると、 $n^*=0.114$ が得られる。 n^* が一定の場合、ヒステリシスループは容易に無次元化され、次式で示される。

$$\frac{\bar{\sigma}^*}{\Delta \bar{\sigma}} = \left(\frac{\bar{\epsilon}_p^*}{\Delta \bar{\epsilon}_p} \right)^{n^*}, \quad n^*=0.114 \quad (11)$$

したがってこの場合、材料定数3つ、すなわち繰返し応力-ひずみ曲線 $\Delta \bar{\sigma} = K(\Delta \bar{\epsilon}_p)^n$ の K , n およびヒステリシスループ形状を規定する n^* で本材料の応力-ひずみ関係を規定できる。

4 結 言

S55C焼なまし材を用いて繰返し応力-ひずみ曲線およびヒステリシスループ形状に及ぼすひずみ履歴の影響を調べるために、定ひずみ試験（平均ひずみ $\bar{\epsilon}_m = 16.0, 10.0, 6.0, 0.0, -6.0, -9.5$ および -15.0% の7段階、塑性ひずみ範囲約2~6%）および、ひずみ・範囲増減試験を行ない、以下の結果を得た。

(1) 定ひずみ試験における疲労過程の定常状態（疲労寿命の1/2の繰返し数）の繰返し応力-ひずみ曲線は平均ひずみによらずほぼ一致し、

$$\Delta \bar{\sigma} = K \Delta \bar{\epsilon}_p^n, \quad K=338, \quad n=0.254$$

で表わされる。ここで $\Delta \bar{\sigma}$ および $\Delta \bar{\epsilon}_p$ は真応力範囲および対数塑性ひずみ範囲である。

また、ひずみ範囲増減試験における破断ブロック数の1/2ブロック目を定常状態とみなし、定常状態におけるひずみ範囲増加過程と減少過程における繰返し応力-ひずみ曲線の平均を求めると、

$$\Delta \bar{\sigma} = K \Delta \bar{\epsilon}_p^n, \quad K=317, \quad n=0.232$$

となり定ひずみ試験結果とほぼ一致した。

(2) 定常状態のヒステリシスループ形状は定ひずみ試験においては平均ひずみによらず、ほぼ

$$\bar{\sigma}^* = K^* \bar{\epsilon}_p^{n^*}, \quad K^* = K \Delta \bar{\epsilon}_p^{n-n^*},$$

$$n^* = 0.06 \Delta \bar{\epsilon}_p^{-0.193}$$

の関係で示された。なお $\bar{\sigma}^*$ および $\bar{\epsilon}_p^*$ は真応力および対数塑性ひずみで座標原点をヒステリシスループの一端としたものである。

これに対し、ひずみ範囲増減試験においては n^* がほぼ一定とみなせるので、ヒステリシスループ形状は次のように無次元化して表わしうる。

$$\bar{\sigma}^* / \Delta \bar{\sigma} = (\bar{\epsilon}_p^* / \Delta \bar{\epsilon}_p)^{n^*}, \quad n^*=0.114$$

このように定ひずみ試験とひずみ範囲増減試験とはヒステリシスループ形状に差異はあるが、実験結果にはいくらかバラツキがあり、さらにデータの蓄積が必要である。しかし、ヒステリシスループ形状としてひずみ範囲増減試験より求められた式を用いれば、材料の応力-ひずみ関係はわずか三つの材料定数 K , n および n^* により定められ、しかも上記3定数は1本の試験片のひずみ範囲増減試験より求められることになり、実用上有利であろう。

(昭和49年5月21日 日本材料学会第23期総会学術講演会にて講演)

参 考 文 献

- 1) 河本 実, 田中道七, 野中寿夫, 機論, **30**, 209, 19 (1964).
- 2) Ohji, K., W.R. Miller, and J. Marin, J. of Basic Engg., 801 (1966).
- 3) Landgraf, R. W., J. Morrow, and T. Endo, J. of Materials, JMLSA, **4**, 176 (1969).
- 4) Endo, T., and J. Morrow, J. of Materials, JMLSA, **4**, 159 (1969).
- 5) 山田敏郎, 幡中憲治, 広瀬勇次, 材料, **22**, 335 (1973).
- 6) 平 修二, 後藤 徹, 黒部利次, 葛西靖正, 材料, **21**, 83 (1972).
- 7) Moreen, H. A., J. of Basic Engg., 126 (1970).