粒子沈降を考慮した定圧回分濾過特性*

佐藤 輝 昭** 渡 辺 治 夫** 小 幡 英 二**

Batch Constant Pressure Filtrating Characteristics Considering Particle Sedimentation

by

Teruaki SATO, Haruo WATANABE and Eiji OBATA

(Muroran Institute of Technology)

It is necessary to take particle sedimentation into account, especially in the case of a gravitational pressure filtration.

The time for filtrating the slurry which has the settling tendency was found to be longer than that without sedimentation, because the filter cake is formed immediately and the maximum cake resistance is attained before the completion of filtration.

The ratio of filtrating duration to the duration necessary for filtrating the instantaneously settled slurry has been defined as τ and the following formula has been obtained to express the general filtrating characteristics, which agree well with the experimental results in the batch constant pressure filtration.

$$\tau = \frac{1}{\phi} \left[\frac{1 + \psi + \phi \psi}{\phi} \left\{ \exp \left(\frac{\phi}{1 + \psi} \cdot \frac{V}{V_E} \right) - 1 \right\} - \frac{V}{V_E} \right]$$

(Received Feb. 26, 1975)

1 緒 言

スラリー中の固体粒子が流体密度より大きな密度を有し、流体との密度差によって沈降するならば、固体粒子の沈降のない場合よりも濾滓が短時間に形成され濾過時間が長くなる。ここでは、スラリー中の固体粒子の沈降を考慮して、濾過所要時間を、固体粒子が濾過操作開始後ただちに濾滓を形成する場合の最大濾過時間と比較して解析し、実験的に検討した結果をのべる。

2 理 論¹⁾

粘度 μ (g/cm·sec) の濾液が、断面積 A (cm²)、厚さ dL (cm) の濾滓素片内を dt (sec) 間に dV (cm³) 流れるとき、濾過線速度 $dV/Adt = u$ (cm/sec) と濾滓による濾液の圧力降下 Δp_c (dyn/cm²) の関係は流速が小さければ、D'Arcy の式で次のように与えられる。

$$\frac{dV}{Adt} = k_c \frac{\Delta p_c}{Adt} \equiv \frac{\Delta p_c}{\alpha_c \mu dL} \quad (1)$$

k_c は濾滓の透過率 (cm²)、 α_c は濾滓比抵抗 (cm⁻²) である。(1)式を $p_c = 0$ で $L = 0$ として積分すると(2)式を得る。

$$\Delta p_c = \alpha_c \mu L \frac{dV}{Adt} \quad (2)$$

厚さ L_m (cm) の濾材による濾液の圧力降下 Δp_m (dyn/cm²) は同様に(3)式で与えられる。

$$\Delta p_m = \frac{L_m \mu}{k_m} \frac{dV}{Adt} \equiv K_m \mu \frac{dV}{Adt} \quad (3)$$

k_m は濾材の透過率 (cm²)、 K_m は濾材抵抗係数 (cm⁻¹) である。

濾滓と濾材による全圧力降下 Δp は(2)式と(3)式とから次式で表わされる。

$$\Delta p = \mu (\alpha_c L + K_m) \frac{dV}{Adt} \quad (4)$$

Fig. 1 において、 V を濾液容積、 c (cm³-solid/cm³-slurry) を容積分率濃度、添字 s はスラリー、 c は濾滓、0 は初期を表わすとする、濾過筒で次の固体収支が成立する。

$$V_0 c_0 = V_0 c_s - V_s c_s = c_s (V + V_c^*) \quad (5)$$

$V_c = LA$ の関係から時間 t における濾滓厚さ L は(6)式となる。

$$L = \frac{c_s}{c_c - c_s} \frac{V}{A} \equiv \kappa \frac{V}{A} \quad (6)$$

固体粒子がすべて沈降して最終濾滓厚さ L_E になるまでに得られる濾液量を V_1 とすると、 L_E は(6)式よ

* 原稿受理 昭和50年2月26日

** 室蘭工業大学 室蘭市水元町

Fig. 1. Solid material balance in a filter vessel at time t .

り次式のようになる。

$$L_E = \kappa \frac{V_1}{A} \quad (7)$$

(6)式はスラリー中の粒子が沈降しないとして得られるが、(7)式は粒子が沈降する場合でも得られる。濾過線速度 $u = dV/dt$ と(6)および(4)式から次式が得られる。

$$4p = u\mu \left(\frac{\alpha_c \kappa V}{A} + K_m \right) \quad (8)$$

ここで無次元数 Ψ を、濾材での圧力降下に対する最終濾滓生成後の濾滓での圧力降下の比として(2)(3)式より次のように定義する。

$$\Psi = \frac{4p_m}{(4p_c)_{L=L_E}} = \frac{K_m}{\alpha_c L_E} \quad (9)$$

Ψ は濾材による圧力降下の影響を表わすものである。

最終濾過線速度 u_E は、濾滓厚さが L_E となるときにの濾液量 V_1 と濾過終了時の V_E の間におけるもので、(8)式から次式となる。

$$u_E = \frac{4p}{\alpha_c \mu L_E (1 + \Psi)} \quad (10)$$

また、無次元数 ϕ を最終濾滓生成後の濾過線速度 u_E と、静止流体中の粒子群沈降速度 v (cm/sec) との比として(11)式のように表わす。

$$\phi = \frac{v}{u_E} = \frac{v \alpha_c \mu L_E (1 + \Psi)}{4p} \quad (11)$$

スラリー中の粒子が回分沈降速度 v で沈降する場合、濾過容器壁に対する粒子の相対沈降速度 w は(12)式で表わされる。

$$w = u + v \quad (12)$$

さらに濾滓生成速度 dL/dt は、(13)式で与えられる。

$$\frac{dL}{dt} = \kappa w \quad (13)$$

(4)(12)式と(13)式より次式を得る。

$$\frac{dL}{dt} = \kappa \left\{ \mu (\alpha_c + K_m) + v \right\} \quad (14)$$

(14)式を $t=0$ で $L=0$ として積分し、整理すると次式を得る。

$$t = \frac{L_E}{v\kappa} \left\{ \frac{L}{L_E} - \frac{1+\Psi}{\phi} \ln \left(1 + \frac{L\phi}{L_E(1+\Psi+\phi\Psi)} \right) \right\} \quad (15)$$

(4)式と(14)式より t を消去し、 $L=0$ で $V=0$ として積分すると次式を得る。

$$V = \frac{A4p}{v\alpha_c\kappa\mu} \ln \left(1 + \frac{v\alpha_c\mu L}{4p + v\mu K_m} \right) \quad (16)$$

(7)式と(16)式から無次元数 V/V_1 は次のようになる。

$$\frac{V}{V_1} = \frac{1+\Psi}{\phi} \ln \left\{ 1 + \frac{L\phi}{L_E(1+\Psi+\phi\Psi)} \right\} \quad (17)$$

2・1 粒子が瞬間的に沈降する ($v=\infty$) 場合の無次元濾過時間

スラリー中の粒子が瞬時に沈降する場合には、濾過開始と同時に濾滓厚さ L が L_E となる。また濾過線速度 u も u_E となり、定圧下では一定速度で濾液が得られる。(4)式に $L=L_E$ を代入し、 $t=0$ で $V=0$ として積分すると次式を得る。

$$t = \frac{\alpha_c \mu L_E (1 + \Psi)}{A4p} V \quad (18)$$

濾過終了時間 t_E は、濾液量 V が V_E のときで(19)式で表わされる。

$$t_{E,\phi=\infty} = \frac{\alpha_c \mu L_E (1 + \Psi)}{A4p} V_E \quad (19)$$

ここで無次元濾過時間 τ を、濾過時間 t と $v=\infty$ における濾過終了時間 $t_{E,\phi=\infty}$ の比として定義する。

$$\tau = \frac{t}{t_{E,\phi=\infty}} = \frac{V}{V_E} \quad (20)$$

濾液量 V が V_E となったときに無次元濾過終了時間 $\tau_E=1$ となる。

2・2 粒子が沈降しない ($v=0$) の場合の無次元濾過時間

スラリー中の粒子が沈降せず均一に分散している場合で、(12)式は $w=u$ となる。濾滓生成速度は、(14)式で $v=0$ として得られるから、 $t=0$ で $L=0$ として積分すると次式を得る。

$$t = \frac{\mu}{\kappa 4p} \left(\frac{\alpha_c L^2}{2} + K_m L \right) \quad (21)$$

(21)式を(6)式の関係を用いて整理すると、濾過時間 t と濾液量 V の関係式が得られる。これがルースの濾過方程式に相当する。

$$t = \frac{\alpha_c \mu \kappa V_E^2}{2A^2 4p} \left\{ \left(\frac{V}{V_E} \right)^2 + 2\Psi \left(\frac{V}{V_E} \right) \right\} \quad (22)$$

(20)式で定義される無次元濾過時間 τ は、(19)と(22)式より次のようになる。

$$\tau = \frac{1}{2(1+\Psi)} \left\{ \left(\frac{V}{V_E} \right)^2 + 2\Psi \left(\frac{V}{V_E} \right) \right\} \quad (23)$$

これはルースの濾過式を無次元化したものに相当する。無次元濾過終了時間 τ_E は、上式で $V=V_E$ として $\tau_E = (1+2\Psi)/2(1+\Psi)$ となる。

2・3 粒子が沈降する ($0 < v < \infty$) 場合の濾過時間

一般のスラリーに対する τ は(15)と(19)式より次式で表わされる。

$$\tau = \frac{1}{\phi} \left[\frac{1+\psi+\phi\psi}{\phi} \left\{ \exp \left(\frac{\phi}{1+\psi} \frac{V}{V_E} \right) - 1 \right\} - \frac{V}{V_E} \right] \quad (24)$$

(24)式は汙過操作で、スラリー中の粒子が沈降している間 ($L \leq L_E$, $V \leq V_1$) は成立し、沈降終了後は $\phi = \infty$ の場合に相当する定圧定速汉過となる。スラリー中の粒子がすべて沈降して、最終汉滓厚さになるまでに得られる汉液量を V_1 とすると V_1 は、汉滓厚さ $L = L_E$ として(17)式より得られる。

$$V_1 = V_E \frac{1+\psi}{\phi} \ln \left(1 + \frac{\phi}{1+\psi+\phi\psi} \right) \quad (25)$$

同様に(15)式より V_1 を得るまでの時間 t_1 が求められる。

$$t_1 = \frac{V_E}{vA} \left\{ 1 + \frac{1+\psi}{\phi} \ln \left(1 + \frac{\phi}{1+\psi+\phi\psi} \right) \right\} \quad (26)$$

$0 < \nu < \infty$ の場合には τ と V の関係は、 V_1 までは(24)式その後 V_E までは(20)式に等しい傾きの直線で表わされることになる。

無次元汉過時間 τ と無次元汉液量 V/V_E の関係を、Fig. 2 に示す。一般のスラリーは $\phi = 0$ と $\phi = \infty$ の線の中間にはいる。 $V/V_E = 1$ の点からそれぞれの ϕ の値によって汉過所要時間が求められる。無次元汉過終了時間 τ_E と定数 ϕ の関係を、 ψ をパラメータとして Fig. 3 に示す。 ϕ の値が大きいくほど粒子沈降の影響により τ_E の値が大きくなることが認められる。

Fig. 2. Dimensionless filtration time τ vs dimensionless filtrate V/V_E with $\psi = 0.1$, $\Delta p = \text{const}$

Fig. 3. Constant τ_E vs constant ϕ

3 実験装置および実験方法

試料は精製炭酸カルシウム、木粉、でんぷんを水にけんたくさせたスラリーを用いた。試料粒子の特性を Table I に示す。

実験装置のフローシートを Fig. 4 に示す。かく拌タンク 2 で調製されたスラリーは、ポンプ 1 で流量調節コック 3 を通して、ヘッドタンク 7 に供給され、過剰スラリーは 2 へオーバーフローさせ循環させた。スラリー温度は 5 で、また濃度は 6 からサンプリングして測定した。7 より汉過筒 9 にスラリーを供給する。汉過筒の詳細を Fig. 5 に示す。汉材は 250 μ のアクリルビーズを固めた板で空げき率はほぼ 0.4、厚さ 20 mm の上に東洋汉紙 No. 5 B の定量汉紙を二枚重

Table I Characteristics of particles in slurry

Slurry	Key	Density (g/cm ³)	Particle diameter (μ)
Limestone	□	2.73	61 under
Starch	○	1.83	38~43
Cellulose	△	1.73	61 under

Fig. 4. Schematic diagram of experimental apparatus.

Fig. 5. Detail of filter vessel

Table II Experimental data and calculated values.

Slurry & key	Applied filtration pressure $\Delta p(\text{dyn/cm}^2)$	Slurry concentration $C_s(-)$	Cake concentration $C_c(-)$	Final filtration rate $u_E(\text{cm/sec})$	Specific cake resistance $\alpha_c(\text{cm}^2)$	Constant $\phi = \frac{v}{u_E}$	Constant $\psi = \frac{\Delta p m}{\alpha_c L_E}$
Limestone □	4 707 10	0 0323	0 541	1 393 10	2.904 10	2.62	0 0034
	2.942 10	0 0470	0 531	0 702 10	2 207 10	2 79	0 0018
	1 961 10	0 0486	0 527	0 570 10	1 993 10	3 29	0 0025
Starch ○	2.879 10	0 0560	0 371	6 472 10	0.883 10	1 62	0 486
	1 893 10	0 0619	0 386	4 525 10	0 818 10	1 47	0 595
	0.986 10	0 0699	0 424	1 578 10	1 434 10	2 23	0 347
Cellulose △	2 986 10	0 0188	0 116	1 647 10	1 271 10	0 942	2 705
	1.946 10	0 0182	0 114	0 968 10	2 101 10	1 763	1 530
	0 986 10	0 0180	0 110	0.410 10	2 410 10	4 021	1 585

ねた。三方コック10を切り換え、コンプレッサ16よりバルブ15を調節して濾過筒下方から空気を送入し、スラリーをかく拌してから実験を開始するようにしてある。濾液量は目盛付ガラス管11で測定した。濾過筒内の圧力は一定に保持し、圧力計13で、またゲージ圧力が 1 kg/cm^2 未満の場合は水銀マンオメータ 14 で測定した。

4 実験結果と考察

濾材抵抗係数は水の定圧透過実験より求めた $K_m = 1.31 \times 10^{-8} \text{ cm}^{-1}$ を用いた。濾材厚さは 2 cm であるから、濾材容積基準比抵抗は $6.54 \times 10 \text{ cm}^{-2}$ となる。実験条件と実験結果を Table II に示す。V対tをプロットし、スラリー中の粒子の沈降が終了し濾滓厚さが一定となった時の直線の傾きから求めた u_E を Table II に示してある。

Fig. 6 に実験値と(24)式による計算値とを比較した数例を示す。実線は計算値である。Fig. 6 から知られるように実験値と、(25)式から計算して得た値はほぼ一致し濾過終了時間 t_E を(24)式より推定できるといえよう。

この実験では Table II に示すように、 α_c は炭酸カルシウムスラリーでは Δp の増加にほぼ比例して増加し、でんぷんスラリーもばらつきはあるがほぼ Δp に比例し、圧縮性濾滓であることが認められる。これに対し、木粉の α_c は逆に Δp に反比例する傾向が認

められる。これは木粉濾滓の空げき率 $\varepsilon = 1 - c_c$ はほぼ 0.9 ででんぷんや炭酸カルシウムに比べて加圧により凝集を促進し通過しやすいと考えられる。

5 結 言

スラリー中の粒子沈降を考慮した無次元式(24)を導き、実験結果とほぼ一致した。この場合炭酸カルシウムとでんぷんの試料は圧縮性を示したが、木粉濾滓では圧縮性は負を示した。

使 用 記 号

- A : 濾過筒断面積 (cm²)
- c : 容積分率濃度 (cm³-solid/cm³-slurry)
- K_m : 濾材抵抗係数 (cm⁻¹)
- k : 透過率 (cm²)
- L : 厚さ (cm)
- Δp : 圧力降下 (dyn/cm²)
- t : 濾過時間 (sec)
- u : 濾過線速度 (cm/sec)
- V : 濾液容積 (cm³)
- v : 固体粒子回分沈降速度 (cm/sec)
- w : 濾過筒壁に対する粒子沈降速度 (cm/sec)
- α_c : 容積基準濾滓比抵抗 (cm⁻²)
- μ : 粘度 (g/cm²·sec)
- κ : 濾液を濾滓体積に換算する無次元数 (6)式
- τ : 無次元濾過時間 (20)式
- ϕ : 粒子群沈降速度に関する無次元数 (11)式
- ψ : 濾材の圧力降下に関する無次元数 (9)式

添 字

- c : 濾滓
- m : 濾材
- E : 最終
- s : スラリー
- 0 : 初期
- 1 : 固体粒子がすべて分離されるまで

(昭和49年10月4日 第12回粉体に関する討論会にて講演)

参 考 文 献

- 1) Straumann, R., Chem. Ing. Tech., **35**, 715 (1963).

Fig. 6. τ vs. V/V_E with experimental date and calculated values.