横衝突を受けるアクリル梁に作用する荷重とそれに伴う応力*

川 建 和 雄** 石 井 秀 夫** 篠 崎 高 茂***

Load and Stress of Acrylate Beam Subjected to Lateral Impact

by

Kazuo KAWATATE, Hideo ISHII and Takashige SHINOZAKI

(Research Institute for Applied Mechanics, Kyushu University, Fukuoka)

An acrylate beam of $10 \times 10 \times 55$ mm with a notch was subjected to lateral impact at supports 40 mm apart in distance by using a steel hammer of 0.615 kg in weight sliding on an air bearing runway. The impact velocity ranged from 0.9 to 1.4 mm/ms. The notch sizes were 1, 2, and 5 mm in depth with each 1 mm bottom radius. The displacement of the hammer was measured as a function of time by the optical interferometry. From the result, the time dependence of load on the specimen was estimated. The theory of contact was successfully utilized to calculate the magnitude of the load. Also the stress in the specimen was obtained by means of the photoelastic method using a multi-giant-pulse laser as a light source.

The time to the initiation of crack in the specimen, measured from the instance of the first contact of the hammer, ranged from 500 to 900 μ s depending upon the notch sizes. On the other hand, the duration from crack initiation to fracture was almost constant and was estimated about 50 μ s irrespectively of the notch dimensions. As was known before, the impact value calculated on the basis of the kinematic energy of the hammer varied as the notch size changed. However, nearly the same number of isochromatic fringes was observed at the notch bottom for all specimens at the moment of crack appearance. By using a photoelastic sensitivity -0.0527 mm/kg, the stress was calculated to be in the range of 8 to 9 kg/mm².

(Received July 14, 1975)

1 緒 言

高分子固体材料の耐衝撃特性を表わす一つの目安として、周知のように、Charpy 衝撃試験が行なわれる。これは、この試験法が比較的簡便に行なえるという特長および長年にわたって鉄鋼材料について採用されてきた実績に基づくものと考えられる。一方、これまた周知のように、得られた衝撃値の有する材料力学的意義が明確でないという難点があり、これを除去するために、たとえば我が国においても、プラスチックのCharpy 衝撃試験についての研究がなされてきた。これらの諸点を踏まえて、本報告では、高分子固体材料に横衝撃が加わる際の力学的機構を明らかにする緒を見いだすために行なった実験について述べる。光弾性撮影と光干渉法を用いて、衝突を受けるアクリル梁のき裂発生あるいは破断にいたるまでの時間を計測するとともに、その間に作用する荷重と生ずる応力を求め

たものである。

2 実験方法

2.1 供試片

市販のポリメチルメタクリレートから3種類の切欠き試験片を準備した。すなわち、高さ $h=10$ mm, 幅 $a=10$ mm^{*1}, 長さ $L=55$ mm の供試片に、先端半径 $r=1$ mm をもつ、深さ $d=1, 2$ および 5 mm の切欠きをつけた。このうち、 $d=2$ mm のものは JIS Charpy 試験第3号試験片である。Fig.1 参照。後述の衝突

Fig. 1. Specimen and hammer.

* 原稿受理 昭和50年7月14日

** 正 会 員 九州大学応用力学研究所 福岡市東区箱崎

*** 九州大学応用力学研究所 福岡市東区箱崎

*1 板厚方向を幅とした。

子, 鋼槌, との接触を電氣的に検出するために, 切欠き部の反対側に, 導電塗料を塗り銅線を接着した。

2・2 負荷装置

空気式滑動台^{*2}を用いて, 鋼槌を試片に衝突させた。この滑動台は全長 2m, アルミ合金製である。中空正方形断面 45×45 mm をもち, 上方 2 面には空気噴出用に直径 1 mm の穴が 2 列に並んであけられている。Fig. 2 参照。端末から 300 mm 離して光弾性計測用に直径 10 mm の穴をあけた。これには中空鋼管をはめこんで, 空気が漏れるのを防いだ。またこの部分両側に供試片支持用鋼製台を設けた。その間隔 $l=40$ mm かつ鋼槌先端中央部が供試片前面に直角に当たるようにした。これを角度 $2^{\circ}55'$ 傾けて置き, 電気掃除器 100 V・620W により端末から送気した。

Fig. 2. Hole spacing of air bearing runway.

2・3 鋼槌

鋼槌を乗せるとただちに滑り始める。走行距離を 700 から 1470 mm まで変えると, 衝突時の速度が 0.87 から 1.38 mm/ms と変わる。鋼槌は, Charpy 衝撃試験と同じく, 先端半径 $R=1$ mm となるように製作した。その上面には, 速度検出用に, 13 mm 離して押ピン 2 個, および変位検出用に, 頂角 $\theta=3^{\circ}35'$ のアクリル板を接着した。また下面には, 滑動台に合わせて形を整えたアクリル板を接着した。主要寸法は, 全長 220, 幅 10, 高さ 17 各 mm である。その全重量 $W=0.615$ kg であった。供試片との接触を検出するために, 後尾に銅線を接着した。

2・4 光弾性

供試片中の応力およびき裂発生を知るために, 光弾性法により計測した。光源はマルチジャイアントパルスレーザを用いた。波長 $6943 \text{ \AA}$, スパイク閃光振動数 200 kHz である。これは平面偏光している。光路に四分の一波長板 2 個および解析器 1 個を設けた。

2・5 撮影

日立製植村式流しカメラ SP1 のスリット部を除いて用いた。撮影は暗室状態で行った。撮影機に入射した光は回転鏡により反射, 回転中心から約 500 mm のところに置かれた Kodak 2475 フィルムを露光する。鏡の回転速度 20 000 rpm とし, フィルム上の光通過速度は $2 \text{ mm}/\mu\text{s}$ であった。

*2 Univ. Minnesota の Hartman 教授の実験室において, 1968 年夏, 著者の一人はこの種装置を最初にみた。

2・6 実験手順

鋼槌と供試片の接触により形成される回路の電圧をカウンタのトリガ信号とする。一方, 供試片の前面から 123 mm の地点に設けられた光电検出器が鋼槌上の前部押ピンの通過を感知すると, その出力信号はレーザ電源部に入る。さらに, これはデジタル設定の遅延回路を経て, ある任意の時間遅らせて, レーザの Q スイッチを駆動する。そのときシンクロスコープをトリガするとともに, カウンタの停止信号としても利用される。レーザ光のスパイク発振状態は, 光電子増倍管を経て, シンクロスコープに導かれ, ポラロイドフィルム上に記録される。Fig. 3 参照。

Fig. 3. Schematic diagram of measuring system.

鋼槌の定点通過から任意の時間遅らせて撮影を開始することにより, 撮影時間 0.3 ms 内にき裂発生および破壊を記録することが可能となった。鋼槌と供試片の初期接触から Q スイッチ駆動までの時間は, カウンタにより計測する。Q スイッチ始動からフィルム上に最初のコマが生ずるまでの時間は, ポラロイド上の発光スパイクの大きさとフィルム上の像の明暗を比較することにより, 判明する。また, 撮影結果から, 衝突からき裂発生までの時間 t_c および破断までの時間 t_f を知ることができる。Fig. 4 参照。

鋼槌の衝突時の速度は, 走行距離によって変わるので, あらかじめ試験をし, 校正表を作っておく。また, 鋼槌が供試片に衝突, 負荷, 破断する間の一連の動き

Fig. 4. Sequence of measurements.

を知るために、干渉計用光路を設けた。すなわち、楔状アクリル板の通過による干渉縞の濃淡を、光電子増倍管によりシンクロスコープに導き、ポラロイドフィルムに記録した。これから、鋼槌の変位の時間的推移がわかる。さらに、供試片支持部から 80 mm 後方の地点に設けられた光電検出器を用いて、鋼槌上の 2 個の押ピンの通過に必要な時間を計測した。これを用いて、供試片支持位置での速度を推定し、供試片破断直後の鋼槌の速度とした。

3 結 果

3・1 き裂発生および破断までの時間と吸収エネルギーの関係

衝突時および破断直後の鋼槌の運動のエネルギーの差を試片の最小断面積で除したものを、すなわち単位断面積当たりの吸収エネルギーは、Fig. 5 に示すように、切欠き深さ d によって異なる。切欠き深さが大きいと、

Fig. 5. Impact value related to time to crack initiation and fracture.

衝突速度 v_0 に関係なく、吸収エネルギーは小さい。同図によれば、き裂発生までの時間 t_c はかなりの幅をもっているけれども、一定の衝突速度に対して切欠き深さが大きいほど、あるいは一定の切欠き深さに対して衝突速度が大きいほど、き裂発生までの時間は短くなるということが認められる。これは、たとえば後の場合でいうと、衝突速度が大きいと梁に作用する荷重の増大する割合が大きく、比較的短時間内にき裂発生条件に到達することを反映しているものと考えられる。

一方、き裂発生から破断にいたる時間 $t_f - t_c$ は、衝突速度および切欠き深さ、したがって吸収エネルギーの大小に見掛け上関係なく、略一定の値 $40 \sim 50 \mu s$ をとることが判明する。このことは、Fig. 6 に示すように、

Fig. 6. Time variation of crack length.

き裂が成長しその先端が自由面に近づくにつれて、成長速度を減ずることと密接に関連している。また、き裂成長に伴い供試片の剛性が低下することによって、梁に作用する荷重が減少することも影響しているかもしれない。いずれにせよ、一旦き裂が発生すれば、短時間のうちに供試片は破断する。大きめに見積っても、き裂発生から破断にいたる時間は、き裂発生までの時間の10%以下である： $(t_f - t_c)/t_c \leq 0.1$ 。

これらの結果から、衝撃値の大小は、主として、き裂発生までの過程に依存することが推論される。横衝突を受ける梁の挙動を支配する力学的機構を理解するためには、近來鋼材について行なわれている instrumented impact testing⁶⁾ におけると同様に、荷重の変化、特に衝突からき裂発生にいたるそれを追求することが急務であることを確認した。

3・2 供試片に作用する荷重

さて、Fig. 7 は、2・6 に述べたように、鋼槌の変位を計測するために、光干渉法により得られた縞の濃淡を光電子増倍管によりシンクロスコープに導きポラロイドフィルムに記録した一例である。これは、切欠

Fig. 7. Example of trace of fringes of interferometry to measure passage of hammer.

*3 荷重方法が異なるけれども、PMMAを用いた Kanninen⁵⁾の実験にも、このことがみられる。

Fig. 8. Optical path of interferometry.

きなし試片について, 衝突速度 $v_0 = 1.38 \text{ mm/ms}$ において得られたものである。縦軸は縞の濃淡, 横軸は時間を表わす。ここで, Fig. 8 に示すように, 楔状アクリル板の x だけ離れた 2 地点における光路差を計算すると,

$$4D = 2x \sin \theta \frac{n^2 - 1}{n \cos \theta + \sqrt{1 - n^2 \sin^2 \theta}} \quad (1)$$

となる。ただし, 楔の頂角 $\theta = 3^\circ 35'$, 屈折率 $n = 1.492$ である。光源には, 波長 $\lambda = 6328 \text{ \AA}$ の He-Ne ガスレーザを用いた。ここで, $\lambda = 4D$ とおけば, 楔が

$$x_0 = \frac{\lambda}{n^2 - 1} \cdot \frac{n \cos \theta + \sqrt{1 - n^2 \sin^2 \theta}}{2 \sin \theta} = 0.01026 \text{ mm} \quad (2)$$

移動すると, 1 縞の変化が現われることがわかる。したがって, Fig. 7 の輝線の山と山の間隔に相当する時間内に, 鋼槌は x_0 だけ移動したことになる。

さて, Fig. 9 には, $d = 5 \text{ mm}$, $v_0 = 1.05 \text{ mm/ms}$ のとき得られた鋼槌の変位 s の計測値を○印で示した。

Fig. 9. Passage and velocity of hammer together with load on specimen.

この結果を, 最小 2 乗法を用いて, $s = A \sin \Omega t$ の形に表わし, それを実線で示した。すなわち, 計測値を s_i , $t_i (i = 1, 2, \dots, n)$ として, $(s_i - A \sin \Omega t_i)^2$ の i についての総和が最小となるような A および Ω を求めると,

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^n s_i \sin \Omega t_i - A \sum_{i=1}^n \sin^2 \Omega t_i &= 0 \\ \sum_{i=1}^n s_i t_i \cos \Omega t_i - A \sum_{i=1}^n t_i \sin \Omega t_i \cos \Omega t_i &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^n s_i t_i \cos \Omega t_i - A \sum_{i=1}^n t_i \sin \Omega t_i \cos \Omega t_i &= 0 \end{aligned} \right\}$$

を得るから, これを変形して次式

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n s_i \sin \Omega t_i \sum_{i=1}^n t_i \sin \Omega t_i \cos \Omega t_i \\ - \sum_{i=1}^n s_i t_i \cos \Omega t_i \sum_{i=1}^n \sin^2 \Omega t_i &= 0, \end{aligned} \quad (4)$$

$$A = \frac{\sum_{i=1}^n s_i \sin \Omega t_i}{\sum_{i=1}^n \sin^2 \Omega t_i} \quad (5)$$

を導く。まず Newton-Raphson 法により(4)式を解いて Ω を求め, ついで(5)式から A を計算した。この例では, $A = 0.9348 \text{ mm}$, $\Omega = 1.1366 \text{ rad/ms}$ であった。また, これを微分して求めた鋼槌の速度 $v = A \Omega \cos \Omega t$ および試片に作用する荷重 $P = W g^{-1} A \Omega^2 \sin \Omega t$ を同様に図中に示した。そこで●印は 2・6 に述べた方法による, 速度 v の計測値である。

この荷重は次のようにして近似的に計算することができる。たとえば, 試片中の応力波伝ば速度を 2000 mm/ms とすれば, 試片厚 10 mm であるから, 応力波の往復に要する時間は 0.01 ms となる。これはすでに 3・1 でみたき裂発生までの時間, たとえば 0.5 ms に比して充分小さい。衝突時に発生した応力波は, き裂発生までの間に, 試片中を 50 往復することになり, 反射の度に応力波は符号を変えるから, その影響は無視しても差し支えないものと考えられる。速度 v_0 で試片に衝突した鋼槌の変位を s で表わし, 試片から受ける荷重を P とすれば,

$$s = v_0 t - \frac{g}{W} \int_0^t P(\tau) (t - \tau) d\tau \quad (6)$$

である⁷⁾。この間の試片中央部のたわみを w_0 とすれば, 弾性接触論の結果を用いて,

$$\begin{aligned} s - w_0 &= \frac{1 - \nu^2}{E} \frac{P}{a} \frac{2}{\pi} \left[1.8864 \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{\pi}{16} \frac{1}{R} \frac{E}{1 - \nu^2} \frac{a^3}{P} \right) \right] \end{aligned} \quad (7)$$

を得る⁸⁾⁹⁾。ここに, アクリル材の縦弾性係数 $E = 300 \text{ kg/mm}^2$, Poisson 比 $\nu = 0.4$, 鋼槌の先端半径 $R = 1 \text{ mm}$, 試片との接触幅 $a = 10 \text{ mm}$ である。たわみは梁理論から求める。切欠きの部分は, 慣性モーメント I , I' , I と変化する段付梁に置き換えて近似する。Fig. 10 参照。結局

$$w_0 = \frac{P l^3 C}{48 E I}, \quad C = \frac{I}{I'} \left\{ 1 - \left(1 - \frac{l'}{l} \right)^3 \right\} + \left(1 - \frac{l'}{l} \right)^3 \quad (8)$$

を得る。ここに, 梁の支点間の長さ $l = 40 \text{ mm}$, 切欠き幅 $l' = 2r = 2 \text{ mm}$, 幅 $a = 10 \text{ mm}$, 高さ $h = 10 \text{ mm}$, 切欠き深さ d として, $I = a h^3 / 12 = 833.3 \text{ mm}^4$, $I' = a (h - d)^3 / 12$ である。(6)(7)および(8)式から s および w_0 を消去すると,

Fig. 10. Variable section beam used to derive eq. (8).

$$\begin{aligned} v_0 t - \frac{g}{W} \int_0^t P(\tau)(t-\tau) d\tau - \frac{P l^3 C}{48 E I} \\ = \frac{1-\nu^2}{E} \frac{P}{a} \frac{2}{\pi} \left[1.8864 + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{\pi}{16} \frac{1}{R} \frac{E}{1-\nu^2} \frac{a^3}{P} \right) \right] \end{aligned} \quad (9)$$

P に関する積分方程式が得られる。近似解を

$$P = K \sin \lambda t \quad (10)$$

と置き、前式(9)へ代入すると、

$$\begin{aligned} v_0 t - \frac{gK}{W\lambda} t + \frac{gK}{W\lambda^2} \sin \lambda t - \frac{K l^3 C}{48 E I} \sin \lambda t \\ = \frac{1-\nu^2}{E} \frac{K}{a} \frac{2}{\pi} \sin \lambda t \left[1.8864 + \frac{1}{2} \ln \frac{1}{8} \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{\pi}{2} \frac{a^3}{R} \frac{E}{1-\nu^2} \frac{1}{K} \right) - \frac{1}{2} \ln \sin \lambda t \right] \end{aligned} \quad (11)$$

となる。右辺括弧の中の後項を無視する^{*4}。結局、 t に関する線型項および正弦項の各係数を比較することにより、

$$\begin{aligned} \left(\frac{\lambda v_0}{g} \right)^2 = \frac{v_0^2}{g} \frac{R}{a^2} \cdot \frac{\pi}{2} \frac{a^3}{R} \frac{E}{1-\nu^2} \frac{1}{W} / \\ \left[0.8467 + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{\pi}{2} \frac{a^3}{R} \frac{E}{1-\nu^2} \frac{1}{W} \right) \right. \\ \left. - \frac{1}{4} \ln \left(\frac{\lambda v_0}{g} \right)^2 + \frac{\pi C}{96(1-\nu^2)} \frac{l^3 a}{I} \right] \end{aligned} \quad (12)$$

$$K = W \frac{\lambda v_0}{g} \quad (13)$$

Fig. 11. Effect of neglecting term $\ln \sin \lambda t$ in eq. (11).

*4 その妥当性は、たとえば $v_0=1$ mm/ms および $d=0$ mm とし、かつこれまでに述べた諸数値を用いて、後式(9)および(9)により求めた数値に基づいて得られた Fig. 11 によって、ほぼ確かめられる。今述べた諸数値を用いると、同図中 $A=5.3167$ である。

を得る。たとえば、 $\lambda v_0/g=1$ から出発して、繰返し計算により(12)から、 $\lambda v_0/g$ したがって λ を定める。それを用いて(13)から K を求める。このようにして計算した荷重を、Fig. 9 中に、一点鎖線で示す。この場合、 $v_0=1.063$ mm/ms を用いて、 $K=78.2$ kg、 $\lambda=1.1720$ rad/ms であった。実験により求めた値と良い一致を示している。

3.3 切欠き底の応力

撮影結果の一例を Fig. 12 に示す。これは $d=2$ mm、 $v_0=1.05$ mm/ms について得られたものである。上側左から右へ接触後 687, 712, 717, 下に移り左から右へ 722, 727, 737 μ s の状態である。図中矢印はき裂先端の位置を表わす。この例では、712 μ s において、き裂が発生している。また Fig. 13 には、き裂発生直前の写真を $d=1, 2$ および 5 mm の場合について示した。

切欠き底等色線縞次数の時間的変化を Fig. 14 に示す。あわせて同図中には、静的に得られた光弾性感度 -0.0527 mm/kg を用いて換算した応力軸を描いた。図中塗りつぶした印はき裂発生時の値を示す。すでに Fig. 13 に示したように、いずれの切欠き深さについても、ほぼ同じ値となっている。これから、き裂発生時の応力は、切欠き深さ d に関係なく、 $8\sim 9$ kg/mm² であることがわかる。

4 結 語

(1) 横衝突を受けるアクリル梁にき裂が発生するまでの時間は、一定の衝突速度に対して切欠き深さが大きいほど、一定の切欠き深さに対して衝突速度が大きいほど、短くなる。き裂発生から破断にいたるまでの時間は略一定、本報告で採用した $10 \times 10 \times 55$ 各 mm、支点間距離 40 mm の試片では、切欠き深さ 1, 2, 5 mm、先端半径 1 mm に関係なく、 $40\sim 50$ μ s であった。

(2) 衝突からき裂発生までに、試片に作用する荷重を求めた。弾性接触論と梁理論を用いて、この荷重を計算する方法を述べた。計算結果は実測結果と良い一致を示した。

(3) き裂発生時の切欠き底等色線縞次数は、切欠き深さに無関係に、略一定であった。静的な場合に得られた光弾性感度を用いて、近似的に、応力に換算すると、 $8\sim 9$ kg/mm² であった。なお、動的補正および荷重との関係については、今後の研究にまところ大である。

謝 辞

本研究を行なうに当たり、応用力学研究所樋口正一教授から、材料の選択を初めとする、多大の有益な指示を賜わった。高速度カメラ、シンクロスコープの使用については、北島一徳教授、二神光次助教授、およ

Fig. 12. Sequence of isochromatic fringes, $d=2$ mm and $v_0=1.05$ mm/ms. Patterns presented at 687, 712, 717 (from left to right of upper), 722, 727, and 737 (lower) each in μ s after collision.

Fig. 13. Isochromatic fringes close to crack initiation, $d=1, 2$, and 5 mm.

Fig. 14. Time variation of number of isochromatic fringes and stress at notch.

び村岡克紀助教授の高配をいただいた。マルチジャイ

アントパルスレーザは、昭和47年度文部省特別研究費により購入した。本研究の一部は、昭和49年度文部省科学研究費(奨励研究A)により行なった。数値計算には、九州大学大型計算機センターのFACOM230-75を用いた。ここに記して、厚く感謝の意を表す。

(昭和50年5月21日 日本材料学会第24期総会学術講演会にて講演)

参 考 文 献

- 1) Nielsen, L. E., (小野木重治訳), “高分子の力学的性質”, p.120 (1965) 化学同人
- 2) 植村幸生, 日本機械学会論文集, **39**, 1203 (1973).

- 3) 植村幸生, 日本機械学会論文集, **39**, 2975 (1973). STP 563, ASTM
- 4) 植村幸生, 日本機械学会論文集, **40**, 2161 (1974). 7) Timoshenko, S., and D. H. Young, "Vibration Problems in Engineering", p.413 (1961) D. Van Nostrand
- 5) Kanninen, M. F., A. R. Rosenfield, and R. G. Hoagland, "Deformation and Fracture of High Polymers", p.1474 (1972) Fast Fracture in PMMA, Plenum, New York 8) Lundberg, G., Forschung, **10**, 201 (1937).
- 6) Ireland, D.R., "Instrumented Impact Testing", p. 3 (1974) Procedures and Problems Associated with Reliable Control of the Instrumented Impact Test, 9) 戸部俊美, 日本機械学会論文集, **25**, 1165 (1959).
- 10) 樋口正一, 九州大学応用力学研究所報, **40**, 402 (1973).
- 11) Lennertz, J., Ingenieur-Archiv, **8**, 37 (1937).