焼入れ・焼もどし過程の応力解析*

井 上 達 雄** 原 口 賢 一*** 木 村 茂 人****

Stress Analysis during Quenching and Tempering

by

Tatsuo INOUE

(Faculty of Engineering, Kyoto University, Kyoto)

Kenichi HARAGUCHI

(Sumitomo Light Metal Industries, Ltd., Nagoya)

and Shigeto KIMURA

(Fujitsu Ltd., Kawasaki)

Analyses of stresses in the process of heat treatment of steel, especially quenching and tempering, are made from the viewpoint of the theories of plasticity and creep.

The effect of martensitic transformation during quenching is taken into consideration by introducing an unsteady thermal expansion coefficient which depends on both temperature and cooling rate. A method to predict the initiation of quenching crack is also presented.

In order to analyze the process of tempering, the flow rule of creep is given by regarding the creep function as a potential, which is the function of stress, creep strain, temperature and time, and then an equilibrium equation is formulated by the finite element technique. It is concluded that this creep analysis is useful to predict the stress relief mechanism during the tempering process.

(Received Aug. 25, 1975)

1 緒 言

鋼を焼入れした場合、熱応力や変態応力のため残留応力が生じたり、場合によっては焼割れが起こることがある。このため、油や水などの冷却剤の温度を調節したり、さらに、焼入材を再び炉中で加熱して焼もどしを行なう、残留応力を除去したり、組織の調整を行なうのがふつうである。これらの操作は、従来主として現場の経験にたよることが多く、試行錯誤によらざるを得ないのが現状である。

このような熱処理の過程を解析的に検討し、適切な焼入条件を設定する試みとして、筆者らは、先に、変態応力を考慮した焼入れ時の弾塑性熱応力解析を有限要素法で行なう方法を提案し、実験によってこの妥当性を確認した。この場合、ふつう近似的に一定とみなされる熱膨張係数 α を、伸び-温度線図、いわゆる dilatation curve から判断して、 $\alpha = \alpha(T, \dot{T})$ のように、

温度 T と冷却速度 $\dot{T}$ の関数としてとらえ、弾塑性熱応力の他に、変態応力を含めることができるように定式化し、有限要素法におけるつりあい方程式を与えた。

本論文では、さらに焼割れを防止する方法を確立する一助として、割れの発生基準を設定し、とくにこれが起こる場合には、引続いて焼入れ時に生じた残留応力を低減するために、焼もどしの過程を力学的に解析しようとしたものである。ここでは、焼もどしの過程がクリープに支配されるとして、単軸クリープデータを用いて、残留応力が減少する過程を解析する。また、既報ではふれなかったが、焼入れの際、鋼の温度が変態点を通過するとき変態熱が生じ、これが温度分布に少なからぬ影響を与えることから、本論文では温度分布の解析にあたっては、これを考慮に入れることとした。

以上の焼入れ・焼割れ・焼もどしの過程の解析の妥当性を確かめるため、12 Cr 鋼を用いて二、三の実験を行ない、計算結果と比較検討した。

2 解 析

* 原稿受理 昭和50年8月25日

** 正 会 員 京都大学工学部 京都市左京区吉田本町

*** 住友軽金属工業(株) 名古屋市港区千年

**** 富士通(株) 川崎市中原区上小田中

2・1 変態熱を考慮した熱伝導解析

物体内部での熱発生を q とするとき, 熱伝導方程式は次のようになる。

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T}{\partial x_i \partial x_i} + q \quad (1)$$

ここに, T : 温度, t : 時間, ρ : 密度, C : 比熱, k : 熱伝導率である。時間を固定して, (1)式および境界条件に対する範囲関数の停留条件を用いると, 節点温度 $\{T\}$ を与える方程式は次のようになる。

$$\{Q\} = [H]\{T\} - \{Q\}_q - [P]\{\dot{T}\} \quad (2)$$

ここに,

$$\{\dot{T}\} = \frac{\partial}{\partial t} \{T\} \quad (3)$$

この連立一次方程式を解いて各要素を構成する節点温度 $\{T\}^e$ が求められると, 要素内部の温度は

$$T = \{M\}^T \{T\}^e \quad (4)$$

によって与えられることになる。

(2)式において, $\{Q\}$ は構造力学のつりあい方程式における等価節点力に相当するもので, 内部の節点については 0 となる。 $[H]$, $\{Q\}_q$, $[P]$ は, 各要素について次のように与えられるマトリックスを全体に重ね合わせたものである。

$$[H]^e = \int_v k [\tilde{M}]^T [\tilde{M}] dv, \quad [\tilde{M}] = \left[\frac{\partial}{\partial x_i} M_j \right] \quad (5)$$

$$\{Q\}_q^e = - \int_v q \{M\} dv \quad (6)$$

$$[P]^e = \int_v \rho C \{M\}^T \{M\} dv \quad (7)$$

ところで, 物体内部で発熱がない場合には, (2)式の右边第 2 項 $\{Q\}_q$ を 0 とおいて, (2)式の $\{\dot{T}\}$ を時間に対して差分表示したものを, 初期条件を用いて逐次解いていけば求める温度分布が得られるが, 変態による熱発生 q がある場合には, その温度段階のみに $\{Q\}_q$ を加えてやれば, 変態熱を考慮した温度分布が得られることになる。

2・2 焼入れの応力解析

焼入れの解析については既報に詳しく述べたので, ここでは簡単に記すにとどめる。緒言にも述べたように, 熱膨張係数 α を

$$\alpha = \alpha(T, \dot{T}) \quad (8)$$

のように, 温度 T と冷却速度 $\dot{T}$ の関数とおくと, 弾塑性の応力増分 $\{d\sigma\}$ - ひずみ増分 $\{d\varepsilon\}$ 関係は

$$\begin{aligned} \{d\sigma\} = [D^p] & \left[\{d\varepsilon\} - \{\alpha\} dT - T \left(\left\{ \frac{\partial \alpha}{\partial T} \right\} dT \right. \right. \\ & \left. \left. + \left\{ \frac{\partial \alpha}{\partial \dot{T}} \right\} d\dot{T} \right) \right] - \frac{1}{S} \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\} \frac{\partial F}{\partial T} dT \end{aligned} \quad (9)$$

となる。ここに, F は一般に応力 σ_{ij} , 塑性ひずみ ε_{ij}^p , および温度 T の関数

$$F(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p, T) = 0 \quad (10)$$

として与えられる降伏関数であり, S は

$$S = \frac{1}{2G\hat{G}} + \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}, \quad \hat{G} = - \frac{1}{\left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T \left\{ \frac{\partial F}{\partial \varepsilon^p} \right\}} \quad (11)$$

である。これらの式において, $\{\sigma\}$, $\{\varepsilon\}$, $\{\alpha\}$ などは

$$\left. \begin{aligned} \{\sigma\}^T &= \{\sigma_x \sigma_y \sigma_z \tau_{xy} \tau_{yz} \tau_{zx}\} \\ \{\varepsilon\}^T &= \{\varepsilon_x \varepsilon_y \varepsilon_z \gamma_{xy} \gamma_{yz} \gamma_{zx}\} \\ \{\alpha\}^T &= \{\alpha \alpha \alpha 0 0 0\} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

である。

したがって, (9)式を用いると, 変位増分 $\{du\}$ を与えるつりあい方程式は

$$\{dL\} + \{dL\}_T + \{dL\}_F + \{dL\}_q = [K]\{du\} \quad (13)$$

となる。ここに, $[K]$ は各要素の剛性マトリックス

$$[K]^e = \int_v [B]^T [D^p] [B] dv \quad (14)$$

を全体に重ね合わせたものであって, $[B]$ はひずみ増分 $\{d\varepsilon\}$ と要素の節点変位増分 $\{du\}^e$ の関係

$$\{d\varepsilon\} = [B]\{du\}^e \quad (15)$$

の係数マトリックスである。また, $\{dL\}$, $\{dL\}_T$, $\{dL\}_F$ は外荷増分, 熱膨張による等価節点力増分および降伏関数が温度依存性を有することに起因する節点力増分であり, $\{dL\}_q$ が変態を考慮したために導入された等価節点力増分であって, 各要素について次のように表わされる。

$$\{dL\}_T^e = \int_v [B]^T [D^p] \{\alpha\} dT dv \quad (16)$$

$$\{dL\}_F^e = \int_v [B]^T \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\} \frac{1}{S} \frac{\partial F}{\partial T} dT dv \quad (17)$$

$$\{dL\}_q^e = \int_v [B]^T [D^p] T \left(\left\{ \frac{\partial \alpha}{\partial T} \right\} dT + \left\{ \frac{\partial \alpha}{\partial \dot{T}} \right\} d\dot{T} \right) dv \quad (18)$$

したがって, (13)式を解くことによって, 変態を考慮に入れた変位, ひずみおよび応力の分布が求められることになる。

2・3 焼割れ発生の判定

前節の方法によって焼入れ過程の応力分布が求められるが, 物体全体が冷却剤の温度に一致し, この過程が終了するまでに, 応力ないしはひずみがある基準に達すると焼割れが発生すると考えられる。き裂の発生については, 厳密には破壊力学的な立場から考察しなければならないが, ここでは簡単のため次のように取り扱うことにする。

焼割れが発生するのは, 有限要素の相当応力が, その温度における破断応力に一致するときであると考え, あらかじめ, 種々の温度における引張試験結果から, 破断応力を温度の関数として与えて, プログラムに組み入れた。

2・4 焼もどしの応力解析

さて, 焼もどしは, 時間とともに物体中の応力およ

びひずみが変化する現象であるが、これには、鋼を高温に保持するために生ずる応力緩和、すなわちクリープによるものと、金属学的な組織変化によるものに分けられる。後者の寄与を力学的に考察するには今後の検討にまねばならないが、比較的高温でかつ短時間で焼もどしが行なわれる場合には、クリープの寄与に比してかなり小さいと考え、ここでは、前者のみを考慮に入れることにする。

2・4・1 クリープの過程の構成式 クリープの構成式については、従来、等方理論がほとんどであって、塑性における降伏関数のように異方性をも考慮できる考え方がほとんど見あたらない。ここでは、塑性の降伏関数、塑性ポテンシャル理論と同様の取り扱いをクリープに適用することにする。

いま、クリープを支配する関数をクリープ関数とよび、これは応力 σ_{ij} 、クリープひずみ ε_{ij}^c 、温度 T および時間 t によって規定されるとする。すなわち

$$C(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^c, T, t) = 0 \quad (19)$$

このクリープ関数は塑性変形における降伏関数に相当するものと考えてよいが、塑性変形に対しては除荷(unloading)の過程⁶⁾が存在するのに対して、クリープ関数については除荷の場合も、負荷と全く同様に応力空間で応力点は常にクリープ曲面上に存在すると考える。すなわち

$$dC = \frac{\partial C}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} + \frac{\partial C}{\partial \varepsilon_{ij}^c} d\varepsilon_{ij}^c + \frac{\partial C}{\partial T} dT + \frac{\partial C}{\partial t} dt = 0 \quad (20)$$

(19)式のクリープ関数の形が決まると、塑性ポテンシャル理論に対応して、クリープにおける流れ則が C をポテンシャルとして

$$d\varepsilon_{ij}^c = A^c \frac{\partial C}{\partial \sigma_{ij}} \quad (21)$$

で定められるとみなす。(21)式を(20)式に代入して定数

A^c を決めると、結局(21)式は次のように表わされる。

$$d\varepsilon_{ij}^c = \hat{G}^c \left(\frac{\partial C}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} + \frac{\partial C}{\partial T} dT + \frac{\partial C}{\partial t} dt \right) \frac{\partial C}{\partial \sigma_{ij}} \quad (22)$$

ここに

$$\hat{G}^c = - \frac{1}{\frac{\partial C}{\partial \sigma_{mn}} \frac{\partial C}{\partial \varepsilon_{mn}^c}} \quad (23)$$

全ひずみ増分 $d\varepsilon_{ij}$ が、弾性ひずみ増分 $d\varepsilon_{ij}^e$ 、熱ひずみ増分 $d\varepsilon_{ij}^T$ および上で求めたクリープひずみ増分の和であるとする、次式が得られる。

$$\begin{aligned} d\varepsilon_{ij} &= d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^T + d\varepsilon_{ij}^c \\ &= \frac{1}{2G} \left(d\sigma_{ij} - \delta_{ij} \frac{\nu}{1+\nu} d\sigma_{kk} \right) + \delta_{ij} \alpha dT \\ &\quad + \hat{G}^c \left(\frac{\partial C}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} + \frac{\partial C}{\partial T} dT + \frac{\partial C}{\partial t} dt \right) \frac{\partial C}{\partial \sigma_{ij}} \end{aligned} \quad (24)$$

クリープ変形中、体積ひずみが一定の条件

$$d\varepsilon_{kk}^c = A^c \frac{\partial C}{\partial \sigma_{kk}} = 0 \quad (25)$$

を用いて、(24)式を応力増分について解くと次式を得る。

$$\begin{aligned} d\sigma_{ij} &= 2G \left(d\varepsilon_{ij} + \delta_{ij} \frac{\nu}{1-2\nu} d\varepsilon_{kk} - \delta_{ij} \frac{1+\nu}{1-2\nu} \alpha dT \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{S^c} \frac{\partial C}{\partial \sigma_{pq}} d\varepsilon_{pq}^c \frac{\partial C}{\partial \sigma_{ij}} \right) \\ &\quad - \frac{1}{S^c} \left(\frac{\partial C}{\partial T} dT + \frac{\partial C}{\partial t} dt \right) \frac{\partial C}{\partial \sigma_{ij}} \end{aligned} \quad (26)$$

ここに、

$$S^c = \frac{1}{2G\hat{G}^c} + \frac{\partial C}{\partial \sigma_{mn}} \frac{\partial C}{\partial \sigma_{mn}} \quad (27)$$

これを弾塑性の場合の構成式(9)にならってマトリックス表示すると次のようになる。

$$\begin{aligned} \{d\sigma\} &= [D^c] (\{d\varepsilon\} - \{\alpha\} dT) \\ &\quad - \frac{1}{S^c} \left(\frac{\partial C}{\partial T} dT + \frac{\partial C}{\partial t} dt \right) \left\{ \frac{\partial C}{\partial \sigma} \right\} \end{aligned} \quad (28)$$

ここに、 $[D^c]$ は弾性マトリックス $[D^e]$ を用いて次のような形で与えられる。

$$[D^c] = [D^e] - \frac{2G}{S^c} \begin{pmatrix} \left(\frac{\partial C}{\partial \sigma_x} \right)^2 & \frac{\partial C}{\partial \sigma_x} \frac{\partial C}{\partial \sigma_y} \left(\frac{\partial C}{\partial \sigma_y} \right)^2 & \frac{\partial C}{\partial \sigma_x} \frac{\partial C}{\partial \sigma_z} \left(\frac{\partial C}{\partial \sigma_z} \right)^2 & \frac{\partial C}{\partial \sigma_x} \frac{\partial C}{\partial \tau_{xy}} \left(\frac{\partial C}{\partial \tau_{xy}} \right)^2 & \frac{\partial C}{\partial \sigma_x} \frac{\partial C}{\partial \tau_{yz}} \left(\frac{\partial C}{\partial \tau_{yz}} \right)^2 & \frac{\partial C}{\partial \sigma_x} \frac{\partial C}{\partial \tau_{zx}} \left(\frac{\partial C}{\partial \tau_{zx}} \right)^2 \\ \frac{\partial C}{\partial \sigma_x} \frac{\partial C}{\partial \sigma_y} \left(\frac{\partial C}{\partial \sigma_y} \right)^2 & \left(\frac{\partial C}{\partial \sigma_y} \right)^2 & \frac{\partial C}{\partial \sigma_y} \frac{\partial C}{\partial \sigma_z} \left(\frac{\partial C}{\partial \sigma_z} \right)^2 & \frac{\partial C}{\partial \sigma_y} \frac{\partial C}{\partial \tau_{xy}} \left(\frac{\partial C}{\partial \tau_{xy}} \right)^2 & \frac{\partial C}{\partial \sigma_y} \frac{\partial C}{\partial \tau_{yz}} \left(\frac{\partial C}{\partial \tau_{yz}} \right)^2 & \frac{\partial C}{\partial \sigma_y} \frac{\partial C}{\partial \tau_{zx}} \left(\frac{\partial C}{\partial \tau_{zx}} \right)^2 \\ \frac{\partial C}{\partial \sigma_x} \frac{\partial C}{\partial \sigma_z} \left(\frac{\partial C}{\partial \sigma_z} \right)^2 & \frac{\partial C}{\partial \sigma_y} \frac{\partial C}{\partial \sigma_z} \left(\frac{\partial C}{\partial \sigma_z} \right)^2 & \left(\frac{\partial C}{\partial \sigma_z} \right)^2 & \frac{\partial C}{\partial \sigma_z} \frac{\partial C}{\partial \tau_{xy}} \left(\frac{\partial C}{\partial \tau_{xy}} \right)^2 & \frac{\partial C}{\partial \sigma_z} \frac{\partial C}{\partial \tau_{yz}} \left(\frac{\partial C}{\partial \tau_{yz}} \right)^2 & \frac{\partial C}{\partial \sigma_z} \frac{\partial C}{\partial \tau_{zx}} \left(\frac{\partial C}{\partial \tau_{zx}} \right)^2 \\ \frac{\partial C}{\partial \sigma_x} \frac{\partial C}{\partial \tau_{xy}} \left(\frac{\partial C}{\partial \tau_{xy}} \right)^2 & \frac{\partial C}{\partial \sigma_y} \frac{\partial C}{\partial \tau_{xy}} \left(\frac{\partial C}{\partial \tau_{xy}} \right)^2 & \frac{\partial C}{\partial \sigma_z} \frac{\partial C}{\partial \tau_{xy}} \left(\frac{\partial C}{\partial \tau_{xy}} \right)^2 & \left(\frac{\partial C}{\partial \tau_{xy}} \right)^2 & \frac{\partial C}{\partial \tau_{xy}} \frac{\partial C}{\partial \tau_{yz}} \left(\frac{\partial C}{\partial \tau_{yz}} \right)^2 & \frac{\partial C}{\partial \tau_{xy}} \frac{\partial C}{\partial \tau_{zx}} \left(\frac{\partial C}{\partial \tau_{zx}} \right)^2 \\ \frac{\partial C}{\partial \sigma_x} \frac{\partial C}{\partial \tau_{yz}} \left(\frac{\partial C}{\partial \tau_{yz}} \right)^2 & \frac{\partial C}{\partial \sigma_y} \frac{\partial C}{\partial \tau_{yz}} \left(\frac{\partial C}{\partial \tau_{yz}} \right)^2 & \frac{\partial C}{\partial \sigma_z} \frac{\partial C}{\partial \tau_{yz}} \left(\frac{\partial C}{\partial \tau_{yz}} \right)^2 & \frac{\partial C}{\partial \tau_{xy}} \frac{\partial C}{\partial \tau_{yz}} \left(\frac{\partial C}{\partial \tau_{yz}} \right)^2 & \left(\frac{\partial C}{\partial \tau_{yz}} \right)^2 & \frac{\partial C}{\partial \tau_{yz}} \frac{\partial C}{\partial \tau_{zx}} \left(\frac{\partial C}{\partial \tau_{zx}} \right)^2 \\ \frac{\partial C}{\partial \sigma_x} \frac{\partial C}{\partial \tau_{zx}} \left(\frac{\partial C}{\partial \tau_{zx}} \right)^2 & \frac{\partial C}{\partial \sigma_y} \frac{\partial C}{\partial \tau_{zx}} \left(\frac{\partial C}{\partial \tau_{zx}} \right)^2 & \frac{\partial C}{\partial \sigma_z} \frac{\partial C}{\partial \tau_{zx}} \left(\frac{\partial C}{\partial \tau_{zx}} \right)^2 & \frac{\partial C}{\partial \tau_{xy}} \frac{\partial C}{\partial \tau_{zx}} \left(\frac{\partial C}{\partial \tau_{zx}} \right)^2 & \frac{\partial C}{\partial \tau_{yz}} \frac{\partial C}{\partial \tau_{zx}} \left(\frac{\partial C}{\partial \tau_{zx}} \right)^2 & \left(\frac{\partial C}{\partial \tau_{zx}} \right)^2 \end{pmatrix} \quad (\text{対 称}) \quad (29)$$

2・4・2 つりあい方程式 仮想仕事の原理を適用し、(28)式の構成式を用いると、1個の要素に対するつりあい方程式として次式が得られる。

$$\{dL\}^e + \{dL\}_T^e + \{dL\}_o^e + \{dL\}_t^e = [K]^e \{du\}^e \quad (30)$$

ここで、 $[K]^e$ は

$$[K]^e = \int_v [B]^T [D^c] [B] dv \quad (31)$$

で与えられる剛性マトリックスであって、 $\{dL\}^e$ は外荷重増分、 $\{dL\}_T^e$ は熱膨張による等価節点力、 $\{dL\}_o^e$ および $\{dL\}_t^e$ はクリープ関数 C がそれぞれ温度およ

び時間依存性を有するために生ずる等価節点力であって、次のように表わされる。

$$\{dL\}_T = \int [B]^T [D^e] \{\alpha\} dT dv \quad (32)$$

$$\{dL\}_c = \int [B]^T \left\{ \frac{\partial C}{\partial \sigma} \right\} \frac{1}{S^e} \frac{\partial C}{\partial T} dT dv \quad (33)$$

$$\{dL\}_t = \int [B]^T \left\{ \frac{\partial C}{\partial \sigma} \right\} \frac{1}{S^e} \frac{\partial C}{\partial t} dt dv \quad (34)$$

したがって、(30)式を系全体に重ね合わせて得られる式

$$\{dL\} + \{dL\}_T + \{dL\}_c + \{dL\}_t = [K] \{du\} \quad (35)$$

を適当な境界条件の下で解くことによって、変位、ひずみおよび応力などを求めることができる。

まえにも述べたように、塑性変形の場合と異なり、クリープ変形の場合には除荷の過程を特別に区別する必要がないので、(35)式の解がそのまま残留応力の変化を表わすと考えてよい。

3 結果と考察

以上の解析方法の妥当性を検討するため、二、三の実験を行ない計算結果との比較を行なった。

用いた材料は 12 Cr 鋼で、この材料の伸び-温度線図を Fig. 1 に示してある。図からわかるように、実線で表わす遅い冷却速度と破線の速い冷却速度の差異はほとんどなく、低い冷却速度でもマルテンサイト変態が起こる。したがって、以下の計算では熱膨張係数 α は温度 T のみに依存し、冷却速度 $\dot{T}$ には依存しないものとして取り扱った。

Fig. 1. Dilatation curve.

3・1 変態熱を考慮した温度分布

マルテンサイト変態によって発生する変態熱は(1)式の q で定義されるが、この値を正確に推定するのはきわめて困難である。ここでは、French による実験値を用い、 $q = 0.1 \times 10^{-2} \text{ kcal/mm}^3$ とした。

これを用いて後述する $\phi 40$ の丸棒の水焼入時の温度を求めたところ Fig. 2 の結果が得られた。ここで、境界条件として与える鋼と水の熱伝達係数は、物体表面の温度変化を計測して解析結果と一致するような値を試行錯誤で求めた。図において実線で示す結果は、

Fig. 2. Variation of temperature during the process of quenching.

Fig. 3. Variation of stress during the process of quenching.

このように実際の温度変化に一致するもので、熱発生 q を無視した破線の結果とかなりの隔りがある。とくに、棒の中心では、変態熱の影響は大きいことがわかる。

Fig. 3 は、このようにして求めた温度分布に従って、2・2節で述べた方法で焼入過程の応力解析を行なった一例であり、破線のように変態熱 q を無視すると、これを考慮に入れた実線の結果とかなりの差異があり、変態熱の応力分布に及ぼす影響もかなり大きいことがわかる。

3・2 焼入れおよび焼割れの結果

焼入れ時の応力解析と焼割れ発生の推定法の妥当性を検討するために、Fig. 4 に示す試験片の水焼入実験を行なった。Fig. 5 は種々の温度で行なった引張試験の結果であって、図中の×印は破断点を示す。2・3節で述べたように、有限要素の相当応力が Fig. 5 に示

Fig. 4. Test specimen employed for quenching.

Fig. 5. Stress-strain relation of material.

す各温度の破断応力と一致したとき焼割れが発生するとして計算を行なった。

Fig. 6 は、1200℃ から水焼入れを行なった場合の結果であって、図で crack と記した部分に円周状のき裂が生じている。また、図には相当応力の分布を示した。この結果の妥当性は、Fig. 7 の写真から確認された。

Fig. 6. Stress distribution in the specimen with the location of crack initiation.

Fig. 7. Photograph showing the circumferential cracking.

3・3 焼もどし過程の応力分布

焼もどしの解析と実験については、Fig. 8 に示す中実丸棒を対象にした。ここで、簡単のため棒は充分長いとして平面ひずみの条件を適用して計算を行なった。Fig. 9 は、900℃ から水焼入れを約 30 sec 行ない、その後空中に放置した場合の残留応力分布であって、図中の ○印および ●印は、X線による測定結果である。X線による応力測定は、島津製X線応力測定装置 SMX-50 (管電圧：30 kV、管電流：10 mA、ターゲット：Cr-Kα線)を用いている。以下では、このように

Fig. 8. Test specimen employed for tempering.

Fig. 9. Stress distribution after quenching.

900℃から水焼入れを 30 sec 行ない、ただちに 400℃で焼もどしを行なった過程を追跡することにする。

ところで、(19)式のクリープ関数としては、簡単のため Mises 型のものを用い、

$$C = \frac{1}{2} \sigma'_{ij} \sigma'_{ij} - \kappa = 0 \quad (36)$$

とおくことにする。ここに、 σ'_{ij} は偏差応力、 κ は塑性変形の加工硬化パラメータに対応するもので

$$\kappa = \frac{1}{3} \bar{\sigma}(\bar{\epsilon}^c, T)^2 \quad (37)$$

のように、相当クリープひずみ $\bar{\epsilon}^c$ と温度 T の関数で与えられる相当応力 $\bar{\sigma}$ によって与えられる。クリープによる応力緩和の過程については、焼入れによる弾塑性変形によってかなりの硬化が行なわれているとみなし、クリープにおける遷移領域を無視して、定常クリープ領域のみを

$$\dot{\epsilon}^c = h_0 \exp\left(-\frac{Q}{T+273}\right) \sigma^m t \quad (h_0, Q, m: \text{定数}) \quad (38)$$

と表わし、静クリープ曲線からこれらの定数を定め、この応力 σ を (36) 式に適用した。

Fig. 10 (a)および(b)は、それぞれ 2 hr および充分長時間 (実際には約 50 hr) 経た後の試験片中の応力分布を、X線による測定結果とあわせて示したものである。Fig. 9 に比して時間とともに応力の緩和が起こっていることが明らかである。Fig. 11 には、このような400℃で焼もどしを行なった結果を、500℃の場合と併記したもので、丸棒表面の相当応力が減少していく様子がわかる。

Fig. 10. Stress distribution during tempering.

Fig. 11. Dependence of temperature on the variation of stress during tempering.

4 結 言

鋼の焼入れおよびそれに伴って生ずる焼割れ, さらに焼もどしの過程を力学的に考察するための定式化を行ない, 二, 三の実験結果と比較して次の結論を得た.

(1) マルテンサイト変態に伴う変態熱を考慮した温度分布の解析を行なう方法を与え, その計算結果から,

変態熱は温度および応力の分布にかなり大きな影響を与えることが明らかになった.

(2) 種々の温度における引張試験の破断応力に, 有限要素の相当応力が一致したとき焼割れが生ずるとして, 焼割れ発生の場所が予測できる.

(3) 焼もどしの過程がクリープに支配されているとみなして, 有限要素法による応力解析の手法を示し, 計算と実験の結果を比較したところ良好な一致をみた.

おわりに, 本研究を行なうにあたって有益な助言をいただいた京都大学工学部山田敏郎教授, 田村今男教授にお礼申し上げるとともに, 実験材料とその基礎データの提供をいただいた(株)神戸製鋼所中央研究所および熱処理の実験に協力された京都府中小企業総合指導所に謝意を表するものである.

(昭和50年5月21日 日本材料学会第24期総会学術講演会にて講演)

参 考 文 献

- 1) Inoue, T., and K. Tanaka, Int. J. Mech. Sci., **17**, 361 (1975).
- 2) 井上達雄, 田中喜久昭, 材料, **22**, 218 (1973).
- 3) 井上達雄, 材料, **21**, 236 (1972).
- 4) 井上達雄, 塑性と加工, **14**, 823 (1973).
- 5) 井上達雄, 機械設計, **18**, 111 (1974).
- 6) たとえば, Fung, Y. C., Foundation of Solid Mechanics (1965) Prentice-Hall; (邦訳) 大橋義夫, 村上澄男, 神谷紀生訳, 固体の力学/理論 (1970) 培風館
- 7) French, H. J., Trans. A.S.S.T., **17**, 646 (1930).