2 軸応力下における疲労挙動について*

佐 賀 二 郎** 三 好 良 夫**

林 真 琴*** 岡 田 一 比 古****

Fatigue Behavior under Biaxial Stress

by

Jiro SAGA, Yoshio MIYOSHI, Makoto HAYASHI
(Faculty of Engineering Science, Osaka University, Toyonaka)
and Kazuhiko OKADA
(Kobe Steel Co., Ltd., Kobe)

The thin-walled cylindrical specimens subjected to internal pressure were fatigued in tension-compression, in order to study the fatigue behavior under the biaxial stress condition. The results are summarized as follows :

(1) The circumferential stress increases the fatigue strength, while the tensile mean stress decreases it. But the fatigue limit is nearly constant independently of the stress condition.

(2) The number of cycles to form cracks detectable at the external surface decreases with increasing tensile stress on the maximum shear stress plane. Although the specimen is approximately under the biaxial stress condition, the radial stress should be taken into consideration for the crack initiation.

(3) The fatigue crack propagation rate is expressed by a power function of the stress intensity range. But the exponent and constant vary with the stress condition.

(4) The plastic zone size ahead of the crack tip, ξ , observed with an optical microscope has a close relation with the crack propagation rate, but is independent of the stress condition and the crack length:

$$da/dN = 1.65 \times 10^{-8} \xi^{1.54}$$

(5) The relation between the plastic zone size ahead of the crack tip, ξ^* , obtained by the modified Dugdale's model and the crack propagation rate is given by the following function.

$$da/dN = 1.24 \times 10^{-10} \xi^{*1.88}$$

(Received June 19, 1976)

1 緒 言

多軸応力下における金属材料の疲労挙動を解明することは極めて重要であるが、応力条件の設定が困難なため、多軸応力下の疲労に関する研究は必ずしも多くない¹⁾²⁾。従来行われてきた多軸応力下の疲労試験はいずれも破断までの繰返し数が 10^4 回程度以下の低繰返し数疲労であって、高繰返し数疲労に関する研究はほとんどない。

均一な2軸応力状態を得る方法としては、薄肉円筒試験片を用い、繰返し内外圧と繰返し軸方向荷重を負

荷する疲労試験が最も理想的である。そこで本研究ではまず薄肉円筒試験片に一定内圧と軸方向繰返し荷重を負荷して疲労試験を行い、2軸応力下の疲労挙動を調べた。

2 実 験 方 法

使用した材料は0.23% C 低炭素鋼で化学成分および焼なまし状態での機械的性質を Table I に示す。Fig. 1 に試験片の寸法形状を示す。(a)は薄肉円筒平滑試験片、(b)は平板平滑試験片、(c)は円孔横穴を有する薄肉円筒切欠き試験片である。試験片は所定の形状に切削加工後、薄肉円筒試験片の外表面および平板試験片の表面はバフ研磨仕上げを行い、薄肉円筒試験片の内表面はリーマ仕上げを行った。その後真空炉中で830℃40分の焼なましを行った。薄肉円筒切欠き試験片はそ

* 原稿受理 昭和51年6月19日

** 正 会 員 大阪大学基礎工学部 豊中市待兼山町

*** 学生会員 大阪大学大学院 豊中市待兼山町

**** (株)神戸製鋼所 神戸市葦合区脇浜町

Table I. Chemical composition (%) and mechanical properties.

C	Si	Mn	P	S	Cu	Ni	Cr
0.23	0.24	0.44	0.012	0.029	0.02	0.02	0.03
Yield stress σ_Y (kg/mm ²)		Tensile strength σ_B (kg/mm ²)		Elongation (%)		Reduction of area (%)	
25.5		40.3		45.0		67.3

(a) Thin-walled cylindrical plain specimen
 (b) Plain plate specimen
 (c) Thin-walled cylindrical notched specimen
 (ρ : radius of hole notch)

Fig. 1. Dimension of fatigue specimens.

Fig. 2. Schematic illustration of fatigue test machine with internal pressure system and relay circuit for auto-stopping.

の後更に電解研磨を行った。

薄肉円筒試験片に一定内圧と軸方向繰返し荷重を負荷して疲労試験を行えるように設計製作した。油圧回路とリレー回路を有する遠心力引張圧縮疲労試験機の概要を Fig. 2 に示す。疲労試験機の性能は繰返し荷重が 1 000 kg、平均荷重が ± 400 kg であり、繰返し速度は 1 960 cpm である。圧力媒体としては疲労挙動に及ぼす化学的作用が充分小さいとされるスピンドル油 No. 150 を使用した。

き裂長さは試験機を止め、試験片表面にアセチルセルロース膜を貼ってき裂のレプリカを作り、これを 100 倍の読取り顕微鏡で測定した。

3 実験結果およびその検討

3・1 平滑材の疲労挙動

疲労寿命を後述のき裂伝ば曲線においてき裂長さ零に外そうした応力繰返し数、すなわち、き裂が外表面に達した繰返し数で定義すると、軸方向平均応力零で行った平滑材における応力振幅 σ_{sa} と疲労寿命 N の関係は Fig. 3 のようになる。同図には単軸荷重下における疲労挙動との比較のために行った平板平滑試験片の破断寿命と応力振幅の関係を合せて示した。内圧 P を 0, 60, 200 kg/cm² の 3 段階に変えた場合、疲労寿命は時間強度領域においては内圧が高いほど長い。しかし疲労限は内圧によらずほぼ一定で 13.8 kg/mm² である。

Fig. 3. S-N curves for plain specimens.

疲労損傷、とくにき裂が発生するまでの損傷はX線や顕微鏡を用いた観察結果によると、平均応力の正負にかかわらず同じで応力振幅によるとされている。ここでいう疲労寿命は内表面にき裂が発生するまでの期間と、それが外表面にまで伝ばするまでの期間を含んでいる。そのため実験結果はせん断応力振幅では説明できず、これには別の応力状態を考慮に入れる必要があると考えられる。そこで同一せん断応力振幅での応力状態を比較した。Fig. 4 (a)(b)は $\sigma_{sa}=15$ kg/mm² の場合の θ - z 面、 r - z 面の応力状態を示すモールドであ

Fig. 4. Stress condition expressed by Mohr's stress circle, $\sigma_{za} = 15.0 \text{ kg/mm}^2$.

る。ただし破面観察の結果から、き裂は内表面から発生することがわかっているので内表面における応力を示した。一般に薄肉円筒では θ - z 面での2軸応力状態が近似できるが、 θ - z 面および微視的なき裂発生に対

して有効なすべり変形を生ずると考えられる内表面に垂直な r - z 面のせん断応力振幅はいずれも 15 kg/mm^2 であり、これで疲労寿命を説明することはできない。内表面における微視的なき裂発生はせん断応力振幅によると思われるが、巨視的なき裂発生および伝ばにはき裂面に垂直に働く引張応力が重要であると考え、 r - z 面での最大せん断応力面に垂直に作用する最大引張応力を比較したところ、Fig. 4 (b)中に示したように、その最大引張応力が高いほど疲労寿命は短い。

このように薄肉円筒は近似的には2軸応力状態であるが、き裂発生に対しては半径方向応力 σ_r を考慮に入れなければならない、またき裂が外表面に達するまでに要する応力繰返し数は自由表面に垂直な r - z 面での最大せん断応力面に垂直に作用する最大引張応力に依

Fig. 5. Crack propagation curves for plain specimens, $\sigma_{za} = 14.1 \text{ kg/mm}^2$.

Fig. 6. Scanning electron micrographs of fracture surface.

存するように思われる。

応力振幅 $\sigma_{za}=14.1 \text{ kg/mm}^2$ 、内圧 $P=60, 200 \text{ kg/mm}^2$ の場合のき裂伝ば曲線を Fig.5 に示す。ここで繰返し数はき裂長さ $l/2=0.6 \text{ mm}$ 以後の値である。図より明らかなように内圧が高いほどき裂伝ば速度は小さい。Fig.6 に破面の走査電顕写真を示す。(a)のプラトー境界の方向からわかるように、き裂は内表面から発生し、半径方向に進展するとともに円周方向にも進展する。き裂が外表面に達するまではき裂前縁はほぼ半だ円形状である。半だ円き裂の長軸は円周方向、短軸は半径方向であり、内圧が高いほど軸比が減少して半円に近づく。これは円周応力によって円周方向のき裂進展が抑制されることを示している。き裂は外表面に達した後は軸方向にほぼ垂直な面内を円周方向へ進展する。そして破面には(b), (c)に示すような明りょうなストリーションが観察される。ストリーション間隔は内圧が高いほど小さく、き裂伝ば速度とよい対応をなしている。

3・2 切欠き材の疲労挙動

内表面にシールを施した円孔横穴を有する薄肉円筒切欠き試験片を用いて、円周応力 σ_θ を $0, 6 \text{ kg/mm}^2$ 、軸方向平均応力 σ_{zm} を $0, 3 \text{ kg/mm}^2$ に選び、これらを4とおりに組み合わせて疲労試験を行った。光学顕微鏡観察によると、き裂は 0.1 mm 程度の長さになると認められるようになる。このときの繰返し数を疲労寿命 N として応力振幅 σ_{za} との関係を表すと Fig.7 のようになる。疲労寿命は円周応力と平均応力の影響を受けている。疲労寿命の短い順から並べると ($\sigma_\theta=0 \text{ kg/mm}^2$, $\sigma_{zm}=3 \text{ kg/mm}^2$), ($\sigma_\theta=6 \text{ kg/mm}^2$, $\sigma_{zm}=3 \text{ kg/mm}^2$), ($\sigma_\theta=\sigma_{zm}=0 \text{ kg/mm}^2$), ($\sigma_\theta=6 \text{ kg/mm}^2$, $\sigma_{zm}=0 \text{ kg/mm}^2$) のようになる。平滑材の結果によるとき裂が外表面に達するまでの繰返し数は最大せん断応力面の引張応力に依存していた。同様に応力集中を考慮に入れたその引張応力の最大値 $\sigma_{\max}$ と N を比較すると Table II のようになる。ただしき裂は円孔部の最小断面から発生するので、そこでの応力を示した。表から明らかなように、 $\sigma_{\max}$ が大きいほど N は短い。

Fig. 7. S-N curves for notched specimens.

Table II. Relation between maximum tensile stress on maximum shear stress plane and number of cycles to crack detectable at external surface.

σ_{za}	σ_θ	σ_{zm}	$\sigma_{\max}$	N
14.5	0	3	26.3	2.3×10^4
14.3	6	3	23.0	2.6×10^4
14.2	0	0	21.3	4.4×10^4
14.2	6	0	18.2	5.5×10^4

(kg/mm^2)

Fig. 8. S-N_f curves for notched specimens.

また疲労寿命が破断寿命に占める割合はいずれの場合も30~40%程度である。Fig.8 に応力振幅 σ_{za} と破断寿命 N_f との関係を示す。時間強度領域においては円周応力は疲労強度を上昇させ、引張平均応力は疲労強度を低下させる。しかし疲労限は σ_θ および σ_{zm} の影響をほとんど受けず一定で 7.8 kg/mm^2 である。

Fig.9 に応力振幅 $\sigma_{za}=10.6 \text{ kg/mm}^2$ を加えた場合のき裂伝ば曲線を示す。ここでき裂長さ l は円孔底からの測定値であり、繰返し数は $l=0.2 \text{ mm}$ 以後の値である。円周応力はき裂伝ば速度を低下させ、引張平均応力はき裂伝ば速度を上昇させることがわかる。つぎにき裂伝ば速度と応力拡大係数範囲との関係を調べた。応力拡大係数範囲 $4K$ の値としては Feddersen が中央き裂 $2a$ を有する有限幅 W の平板に引張応力が作

Fig. 9. Crack propagation curves for notched specimens, l , crack length from notch root.

用する場合に対して提案した式により $\Delta K = \Delta \sigma \sqrt{\pi a} [\sec(\pi a/W)]^{1/2}$ を用いた。ここで板幅 W の代りに薄肉円筒の円周長さ πd を用い、 $a = l + \rho$ である。Fig. 10 は $\sigma_\theta = \sigma_{zm} = 0 \text{ kg/mm}^2$ の場合の伝ば速度 da/dN と ΔK の関係である。他の応力条件の場合もほぼ同様な傾向を示しており、 da/dN と ΔK は両対数グラフ上で直線近似すると Fig. 11 のようになり、それぞれ次式で表される。

Fig. 10. Relation between crack propagation rate and stress intensity range, $\sigma_\theta = \sigma_{zm} = 0 \text{ kg/mm}^2$, $a = l + \rho$.

Fig. 11. Relation between crack propagation rate and stress intensity range.

- (1) $\sigma_\theta = \sigma_{zm} = 0 \text{ kg/mm}^2$ の場合

$$da/dN = 7.91 \times 10^{-12} \Delta K^{3.72} \quad (1)$$
- (2) $\sigma_\theta = 6 \text{ kg/mm}^2$, $\sigma_{zm} = 0 \text{ kg/mm}^2$ の場合

$$da/dN = 1.76 \times 10^{-13} \Delta K^{4.45} \quad (2)$$
- (3) $\sigma_\theta = 0 \text{ kg/mm}^2$, $\sigma_{zm} = 3 \text{ kg/mm}^2$ の場合

$$da/dN = 3.59 \times 10^{-11} \Delta K^{3.59} \quad (3)$$
- (4) $\sigma_\theta = 6 \text{ kg/mm}^2$, $\sigma_{zm} = 3 \text{ kg/mm}^2$ の場合

$$da/dN = 9.62 \times 10^{-12} \Delta K^{3.71} \quad (4)$$

このようにいずれの場合にも伝ば速度は応力拡大係数

範囲のべき関数で表されるが、その指数は円周応力がある場合に大きく、引張平均応力がある場合に小さい。そして係数はその逆になっている。

元来応力拡大係数はき裂先端の弾性応力分布をもとにして定義されたもので、き裂先端近傍の塑性変形挙動は考慮されていない。繰返し応力が降伏応力に比して大きく、したがって疲労き裂先端における塑性域が大きい場合にはその適用が必ずしも適当でないことが指摘されている。そしてこのような場合には疲労き裂先端の塑性域の大きさを用いると、き裂伝ば速度は応力振幅やき裂長さに依存しない式で整理されることが報告されている。そこで光学顕微鏡によりき裂先端近傍の組織観察を行った。Fig. 12 は応力振幅 $\sigma_{za} = 10.4 \text{ kg/mm}^2$ 、円周応力 $\sigma_\theta = 0 \text{ kg/mm}^2$ 、平均応力 $\sigma_{zm} = 0 \text{ kg/mm}^2$ を負荷した場合のき裂先端近傍の光学顕微鏡写真である。(a) はき裂長さ $a = 1.330 \text{ mm}$ 、き裂伝ば速度 $da/dN = 9.00 \times 10^{-6} \text{ mm/cycle}$ 、(b) は $a = 1.693 \text{ mm}$ 、 $da/dN = 1.11 \times 10^{-5} \text{ mm/cycle}$ である。これらの図において、き裂先端近傍にはき裂方向とき裂に垂直な方向にすべり帯が広がっているのが認められ、その

(a) $a = 1.330 \text{ mm}$, $da/dN = 9.00 \times 10^{-6} \text{ mm/cycle}$, $\xi = 55 \mu$

(b) $a = 1.693 \text{ mm}$, $da/dN = 1.11 \times 10^{-5} \text{ mm/cycle}$, $\xi = 62 \mu$

Fig. 12. Optical micrographs in the vicinity of crack tip, $\sigma_{za} = 10.4 \text{ kg/mm}^2$, $\sigma_\theta = \sigma_{zm} = 0 \text{ kg/mm}^2$, where ξ stands for plastic zone size ahead of crack tip.

すべり帯の領域はき裂伝ば速度の大きい(b)の方が大きく広がっている。つぎにこのように光学顕微鏡ですべり帯の認められる範囲をき裂先端の塑性域として、その大きさとき裂伝ば速度との関係を求めた。ここで塑性域の大きさとしてはき裂先端から進行方向に広がっているすべり帯領域の大きさ ξ を測定した。実際の測定例を Fig. 12 中に |—| 印で示したが、(a)では55 μ 、(b)では62 μ である。Fig. 13 は塑性域の大きさ ξ とき裂伝ば速度の関係を示すものである。このように両者

Fig. 13. Relation between crack propagation rate and ξ .

の関係は応力条件、き裂長さとも無関係に両対数グラフ上で直線近似され、次式のように表される。

$$da/dN = 1.65 \times 10^{-8} \xi^{1.54} \quad (5)$$

この式において、指数および係数は平らが S15C の両振り曲げ疲労試験から得た値とほぼ一致している。

疲労き裂伝ば挙動に対して McIntock や Rice は連続体力学の観点から解析を行っている。それによるとき裂伝ば速度はき裂先端の塑性域の大きさ ξ に関連して次式のように表される。

$$da/dN = C \xi^m \quad (6)$$

ただし C , m は材料定数である。ここで塑性域の大きさとして、Dugdale⁹⁾ による単軸引張応力が完全弾塑性体の無限板に作用する場合の塑性域の大きさ ξ^* を用いると、 ξ^* は負荷応力 σ_y 、降伏応力 σ_Y およびき裂長さ $2a$ によって次式で与えられる。

$$\xi^* = \left[\sec \left(\frac{\pi}{2} \frac{\sigma_y}{\sigma_Y} \right) - 1 \right] a \quad (7)$$

ところが2軸応力状態の場合 non-singular なき裂方向応力 σ_x はき裂面に垂直な方向での降伏応力に影響する。降伏条件として von Mises の条件を用いると(7)式は

$$\xi^* = \left[\sec \left(\frac{\pi \sigma_y}{\sigma_x + \sqrt{4\sigma_y^2 - 3\sigma_x^2}} \right) - 1 \right] a \quad (8)$$

のようになる。ただし繰返し応力の圧縮側の効果は無視した。(8)式を用いて求めた塑性域の大きさ ξ^* と

Fig. 14. Relation between crack propagation rate and plastic zone size ahead of crack tip, ξ^* , obtained by the modified Dugdale's model.

き裂伝ば速度 da/dN の関係を Fig. 14 に示す。 ξ^* と da/dN の関係は両対数グラフ上で直線近似され、次式のように表される。

$$da/dN = 1.24 \times 10^{-10} \xi^{*1.88} \quad (9)$$

Fig. 14 には光学顕微鏡で観察した塑性域の大きさ ξ と da/dN の関係も合せて示した。 ξ^* は実測による結果に比べ半オーダーほど大きい、指数はほぼ一致している。

4 結 言

薄肉円筒試験片に一定内圧を加えて疲労試験を行い、2軸応力下の疲労挙動について検討した結果、次のことが明らかになった。

(1) 薄肉円筒は近似的には2軸応力状態であるが、き裂発生に対しては半径方向応力を考える必要がある。また、き裂が外表面に達するまでに要する繰返し数は r - z 面での最大せん断応力面の最大引張応力に依存する。

(2) 円周応力は疲労強度を上昇させ、引張平均応力は減少させる。しかし疲労限は円周応力、平均応力によらずほぼ一定である。

(3) き裂伝ば速度は応力拡大係数範囲のべき乗に比例しており、それぞれ次式で表される。

(i) $\sigma_\theta = \sigma_{zm} = 0$ kg/mm² の場合

$$da/dN = 7.91 \times 10^{-12} \Delta K^{3.72}$$

(ii) $\sigma_\theta = 6$ kg/mm², $\sigma_{zm} = 0$ kg/mm² の場合

$$da/dN = 1.76 \times 10^{-13} \Delta K^{4.45}$$

(iii) $\sigma_\theta = 0$ kg/mm², $\sigma_{zm} = 3$ kg/mm² の場合

$$da/dN = 3.59 \times 10^{-11} \Delta K^{3.59}$$

(iv) $\sigma_\theta = 6$ kg/mm², $\sigma_{zm} = 3$ kg/mm² の場合

$$da/dN = 9.62 \times 10^{-12} \Delta K^{3.71}$$

(3) 光学顕微鏡で観察したき裂先端近傍の塑性域の大きさ ξ は応力条件, き裂長さに依存せず, き裂伝ば速度と一価的に関係し, 次式で表される.

$$da/dN = 1.65 \times 10^{-8} \xi^{1.54}$$

(5) 修正 Dugdale モデルにより求めたき裂先端の塑性域の大きさ ξ^* は実測値より相当大きい, き裂伝ば速度との関係は次式で表される.

$$da/dN = 1.24 \times 10^{-10} \xi^{*1.88}$$

(昭和50年11月8日 日本機械学会関西支部第234回講演会; 昭和51年5月21日 日本材料学会第25期総会学術講演会; 昭和51年7月9日 第13回材料強度に関するシンポジウムにて講演)

参 考 文 献

- 1) Benham, P. P., J. Inst. Metals, **91**, 404 (1962~63).
- 2) 山口喜弘, 服部重夫, 柳井 博, 日本材料学会 “シンポジウム疲労における最近の諸問題” 前刷, p. 88 (1973).
- 3) 平 修二, 本田和男, 阿部武治, 日本機械学会論文集, **31**, 39 (1965).
- 4) 西谷弘信, 山下尚義, 日本機械学会論文集, **32**, 1456 (1966).
- 5) Feddersen, C. E., ASTM STP **410**, 77 (1967).
- 6) 平 修二, 田辺輝義, 田中啓介, 材料, **19**, 114 (1970).
- 7) McIntock, F. A., Fract. of Solids, AIME Interscience, 65 (1963).
- 8) Rice, J. R., ASTM STP **415**, 247 (1967).
- 9) Dugdale, D. S., J. Mech. Phys. Solids, **8**, 100 (1960).