弾塑性および全面降伏条件下での疲労き裂伝ば則*

平 修 二** 田 中 啓 介** 小 川 茂***

Fatigue Crack Propagation Law under Elastic-Plastic
and General Yield Conditions

by

Shuji TAIRA, Keisuke TANAKA and Shigeru OGAWA

(Department of Engineering Science, Kyoto University, Kyoto)

The rate of crack propagation was measured in notched specimens of annealed 0.04%C steel in high and low cycle fatigue regimes. Fractographic observation indicated that the single micro-mechanism is responsible for crack growth in the observed range of fatigue crack growth rates of $10^{-6}\sim 10^{-2}$ mm/cycle. The mechanical parameter which controlled the growth rate was investigated. The growth rate of fatigue crack under large scale and general yielding conditions was found to be higher than that predicted from the power equation between the rate and the stress intensity factor obtained under the condition of small scale yielding. The plastic part of the crack tip opening displacement $\Delta\phi_{\text{plastic}}$ and the cyclic J-integral ΔJ were found to be such parameters which gave the single value of the rate da/dN by the following equations:

$$\begin{aligned} da/dN &= 2.66(\Delta\phi_{\text{plastic}})^{2.15}, \\ da/dN &= 1.22 \times 10^{-3}(\Delta J)^{1.85}. \end{aligned}$$

(Received June 24, 1976)

1 緒 言

疲労き裂先端近傍に形成される塑性域がき裂長さあるいは板幅等の試験片寸法に比して小さい、いわゆる小規模降伏 (small scale yielding) 条件下での高サイクル疲労き裂伝ば則は、応力拡大係数 K が疲労き裂先端で生じている破壊過程の力学的境界条件を与えるという意味で K によって整理される。

一方、大規模降伏あるいは全面降伏を生じた場合、SSYにおける K のごとく物理的根拠を有するパラメータは確立されていない。低サイクル疲労実験は全面降伏状態で行われることが多いが、この場合の伝ば速度式としては種々提案されている。伝ば速度を支配する力学因子として、総体的力学量としての塑性ひずみ範囲 ε_p とき裂長さ a で決る $\varepsilon_p/\sqrt{a}$ なるひずみ拡大係数³⁾、正味応力 σ_{net} (net section stress) あるいは繰返し J 積分 (cyclic J-integral)⁴⁾、き裂先端に生ずる局所的力学量としての塑性域の大きさおよび先端開口変位 ϕ が提案されている。しかし、上述各種速度式の検討は限られた実験条件で行われており、現在においても小規

模、大規模降伏および全面降伏の状態において、疲労試験の制御方法や試験片形状に依存しない単一の力学的パラメータは確立されていない。

疲労き裂先端に生じるき裂進展の微視機構に注目するならば、機構が同一である場合にはき裂先端の応力ひずみ状態によって伝ば速度が決まっていると考えられるので、単一の力学的パラメータの存在が予想される。本研究では、この観点より各種板厚および制御方式に依存しない力学的パラメータを検討した。

2 実 験 方 法

2・1 材料および試験片

実験に用いた材料は 0.04 % C 鋼でその化学成分を Table I に示す。試験片は Fig. 1 に示す形状に機械加工後、950℃30分真空焼なましを行ったが、そのときの材料の機械的性質を Table II に示す。Fig. 1 (a) (b)の板厚 B が 10 mm (A型) および 3 mm (B型) の試験片は高サイクルおよび低サイクル疲労試験に用い

Table I. Chemical composition (wt %).

C	Si	Mn	P	S
0.042	0.04	0.34	0.09	0.015

* 原稿受理 昭和51年6月24日
** 正 会 員 京都大学工学部 京都市左京区吉田本町
*** 学生会員 京都大学大学院 京都市左京区吉田本町

Fig. 1. Dimensions of specimens.

Table II. Mechanical properties of materials.

Yield strength (kg/mm ²)	Tensile strength (kg/mm ²)	True strength (kg/mm ²)	Elongation (%)	Reduction of area (%)
18.3	29.8	95.7	48.6	80.6

た. また(c)図の $B=4\text{ mm}$ の平板試験片 (C型) は高サイクル疲労試験用で, SSY 状態下でのき裂伝ば挙動を測定するため板幅 $2W$ を 30 mm と大きくとっている.

2・2 疲労試験

疲労試験は電気油圧式引張圧縮疲労試験機 (島津製作所製) を用い, 荷重制御および変位制御で行った. なおき裂を有する試験片の変位制御試験では, どの位置で変位を制御するか問題であるが, 本実験では A, B 型の試験片において, 以下に述べる予備実験結果をもとに, き裂を中央にはさみ標点間隔 20 mm の変位繰返し範囲を制御した. 試験片 B 型を用い, これに全長 3 mm の初期切欠きを導入し, Fig. 2 (a) に示すような 2 mm 間隔の標点をマイクロビッカースによって設け, これを静的に引張りその除荷後の標点間隔の変化を測定した. 標点間の平均ひずみを縦軸に, 板幅方向の標点の位置を横軸にとって示した結果が Fig. 2 (b) である. 図において初期の標点間隔が $8, 12, 16, 20\text{ mm}$ と大きくなるに従って平均ひずみが板幅方向に均一となる. このため上述のように変位制御位置を決定した. このように制御位置を決定すると, 後述のごときき裂を含む系に与えられる力学的エネルギーを計算し得る利点がある.

疲労試験で変位制御の場合は両振り, 荷重制御の場合は片振りあるいは両振りで行った. 繰返し速度は, 変位制御および高荷重範囲の荷重制御低サイクル疲労

Fig. 2. (a) Gage points for strain measurement. (b) Strain distribution.

試験では $0.1\sim 0.2\text{ Hz}$, 低荷重範囲の荷重制御高サイクル疲労試験では 10 Hz とした. 変位制御試験の際には適宜荷重-変位のヒステリシスループを X-Y レコーダに記録した.

2・3 き裂および破面の観察

き裂長さは試験機に固定した移動顕微鏡を用い, 試験を一時中断し倍率 100 倍で測定した. さらに手動で設定荷重または設定変位まで負荷し, き裂先端より $50\text{ }\mu\text{m}$ および $250\text{ }\mu\text{m}$ 後方の開口変位量 (COD) を 400 倍で測定した. なおこのときの測定精度は $\pm 0.5\text{ }\mu\text{m}$ である.

疲労破面の観察は, 疲労き裂を有する試験片を液体窒素温度にて引張破断し, 走査型電子顕微鏡を用いて行った.

3 実験結果

3・1 き裂伝ば速度と応力拡大係数との関係

A および B 型の試験片を用いた変位制御試験におけるき裂半長 a と繰返し数 N との関係を Fig. 3 に示す. ここで示した伝ば曲線はき裂長さが 1.8 mm 以上について測定した結果で, N の原点は $a=1.8\text{ mm}$ としている. 図に見られるように $\Delta\epsilon=0.2\%$ においては B によって伝ば曲線は異なる. 一方, $\Delta\epsilon$ が大となると B の影響はほとんどなくなる.

さて, き裂伝ば速度 da/dN を応力拡大係数範囲,

Fig. 3. Fatigue crack propagation curves.

Fig. 4. Relationship between crack propagation rate and stress intensity factor.

$$\Delta K = K_{\max} - K_{\min} \quad (1)$$

で整理した結果を Fig. 4 に示す。ここで $K_{\max}$, $K_{\min}$ はそれぞれ 1 サイクル中の最大および最小の応力拡大係数であり、最小荷重が圧縮の際には $K_{\min}$ を負符号にとった。また K は

$$K = \sigma \sqrt{\pi a} \cdot F(a/W)$$

$$F(a/W) = [\sec(\pi a/2W)]^{1/2} \quad (2)$$

より計算した。ただし σ は総応力 (gross stress) である。図において実験結果は 2 本の直線上にばらつき、それぞれ次式で与えられる。

$$da/dN = 1.03 \times 10^{-11} \cdot (\Delta K)^{3.68} \quad (3)$$

$$da/dN = 1.06 \times 10^{-13} \cdot (\Delta K)^{5.21} \quad (4)$$

*1 本報では、変位制御試験および $\sigma_{\max}=11.46$, $\sigma_{\min}=-11.46$ および $\sigma_{\max}=10.71$, $\sigma_{\min}=-10.71$ の両振り試験を破断寿命が短いという意味で低サイクル、他を高サイクル疲労と称する。

da/dN が 10^{-4} mm/cycle 以下の低伝ば速度領域に注目すると明確に系統的な傾向を示している。最大応力 $\sigma_{\max}$ が 5.6, 8.96, 9.29 kg/mm² の実験において、 da/dN が 10^{-6} mm/cycle 近傍では同じ ΔK の値に対して da/dN はほぼ一致するが、高伝ば速度域では $\sigma_{\max}$ の増大に伴って da/dN は大となっている。これらの実験について各々の $\sigma_{\max}$ に対して最大の塑性域寸法 $\omega_{\max}$ を有無限の効果を考慮に入れた剛塑性モデルの等価応力近似の次式により求めた。

$$\left. \begin{aligned} \omega_{\max}/a &= \sec(\pi \sigma_{eq}/2\sigma_Y) - 1 \\ \sigma_{eq} &= \sigma_{\max} \cdot F(a/W) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

なお σ_Y は降伏応力である。この結果を $K_{\max}$ について整理したのが Fig. 5 である。Figs. 4 と 5 を比較するとわかるように $\omega_{\max}/a$ が 0.5 近傍より、(3)式の直線から(4)式の方角にずれてくる。このことから板厚が充分広く $\omega_{\max}/a$ が小さい SSY の状態の実験点は(3)式の破線上に落ちることが予想される。

Fig. 5. Plastic zone size as a function of maximum stress intensity factor.

ところで Fig. 4 において C 型試験片の結果を除くと高サイクル低サイクルを含めてよい直線性が認められる。しかしながらこの事実は大規模降伏および全面降伏下において応力拡大係数が一般的に適用できることを意味するものではない。⁴⁾⁶⁾ Elber²⁾ によって提案された有効応力拡大係数範囲

$$\Delta K_{\text{eff}} = K_{\max} - K_{\text{opening}} \quad (6)$$

で伝ば速度を整理した結果を Fig. 6 に示す。ここで K_{opening} の値は COD 測定時にき裂先端より 50 μm 後方の点で開口し始める負荷応力より算出した。図において K の概念がより有効と考えられる低伝ば速度領

*2 Figs. 6~8 および 10 における実験点が Fig. 4 より数少くなっているのは、実験で精度よく測定されたもののみプロットしたためである。

Fig. 6. Relationship between crack propagation rate and effective stress intensity range.

域においては

$$da/dN = 1.78 \times 10^{-9} \cdot (\Delta K_{\text{eff}})^{2.7} \quad (7)$$

なる直線関係が成立しているが、高伝ば速度領域の結果はこの直線で予想されるより大きな伝ば速度となっている。

3・2 き裂伝ば速度とき裂先端開口変位との関係

き裂先端より 250 μm 後方の開口変位 COD の範囲 $4\phi_{250}$ の実測値と伝ば速度 da/dN との関係を Fig. 7

Fig. 7. Relationship between crack propagation rate and crack-opening-displacement range.

に示す。高伝ば速度領域では、 da/dN は

$$da/dN = 1.39 \cdot (4\phi_{250})^{2.00} \quad (8)$$

なる関係式で示されるが低伝ば速度領域では同じ $4\phi_{250}$ に対して da/dN は小さくなる。この理由を以下に考察した。

さて、 $4\phi_{250}$ の値はき裂後方の測定値であり、き裂先端近傍の塑性変形に起因する開口変位の他にき裂後方の変形量も含んでいる。そこで次の考え方に基づきき裂先端の塑性変形に起因する開口変位の範囲 $4\phi_{\text{plastic}}$ を推定した。剛塑性モデルの連続分布転位論解析である BCS モデル解析の結果によると、無限板中に長さ $2a$ の単一き裂が存在するときのき裂中央より x なる距離の点の開口変位 $\Phi(x)$ は、平面応力の場合次式で与えられる。

$$\Phi(x) = \frac{4\sigma_y}{\pi E} \left[a \ln \left| \frac{(b^2 - a^2)^{1/2} + (b^2 - x^2)^{1/2}}{(b^2 - a^2)^{1/2} - (b^2 - x^2)^{1/2}} \right| - x \ln \left| \frac{x(b^2 - a^2)^{1/2} + a(b^2 - x^2)^{1/2}}{x(b^2 - a^2)^{1/2} - a(b^2 - x^2)^{1/2}} \right| \right] \quad (9)$$

よって、き裂先端の開口変位は次式となる。

$$\Phi(a) = (8\sigma_y/\pi E) a \ln(b/a) \quad (10)$$

ここで、 E は弾性係数、 b は塑性域寸法にき裂半長を加えたもので

$$b/a = 1 + \omega/a = \sec(\pi\sigma/2\sigma_y) \quad (11)$$

で求まる。有限幅の効果に関しては(11)式の代りに(5)式を用いることにより等価応力近似値が求まる⁸⁾。この結果を用いて、き裂先端の塑性変形による開口変位の範囲と考えられるものとして $4\phi_{\text{plastic}}$ を次式により定義した。

$$4\phi_{\text{plastic}} = 4\phi_{250} - [\Phi(a - 0.25) - \Phi(a)] \quad (12)$$

ここで、 $\Phi(a - 0.25) - \Phi(a)$ は BCS モデルで与えられるところのき裂後方の変形量である。全面降伏後においては、(9)、(11)によると開口変位は無限大となる。この場合塑性域は自由表面にまで達し、先端前方における変形が大きくなるため近似的に $4\phi_{\text{plastic}}$ は $4\phi_{250}$ と等しいと考えられる。

以上のような考え方をもとに $4\phi_{\text{plastic}}$ で da/dN を整理したのが Fig. 8 である。図においてすべての伝ば速度範囲に対して次式の関係が成立している。

$$da/dN = 2.66 \cdot (4\phi_{\text{plastic}})^{2.15} \quad (13)$$

3・3 き裂伝ば速度と J 積分

低サイクル疲労き裂伝ば速度を J 積分を用いて整理する試みは Dowling らによって始められた⁵⁾。ここではかれらと同様の手法で J 積分を求め、本実験のデータを整理した。

一本の荷重変位曲線が得られたとき、この曲線とその原点と最終点を結ぶ線分とで囲まれた面積に相当するエネルギーを U とする次式によって J 積分が求まる¹⁰⁾。

Fig. 8. Relationship between crack propagation rate and plastic crack-opening-displacement range.

$$J = \mathcal{G} + U/B(W-a) \quad (14)$$

ただし、平面応力の場合は

$$\mathcal{G} = K^2/E \quad (15)$$

である。低サイクル疲労試験においては荷重-変位ヒステリシスループにこれを適用してJ積分を求める。ヒステリシスループの模式図を Fig. 9 に示す。光学顕微鏡による先端近傍のき裂開口挙動の観察結果によると、ループの除荷曲線における変曲点の部分がき裂の閉口に対応し、それとほぼ同変位の負荷曲線上の点がき裂開口に対応していることがわかった。なお模式図における変曲点はき裂長さが長くなるに従い最大圧縮荷重点より離れるが本実験の両振り変位制御試験では常に圧縮であった。ヒステリシスループの形状とき裂の開閉挙動についてはき裂前方の点ではほぼ対称なループに沿って変形が進行するのに対して、き裂後方の破面近傍の点ではき裂閉口に伴い圧縮の弾性変形のみかあるいはこれにごくわずかな塑性変形を伴った変形をし、これらの変形の全体を合わせて総体的な荷重-変位曲線が得られていると考えることにより説明

Fig. 9. Cyclic stress strain curve of cracked plate.

される。本実験では、除荷曲線を変曲点より滑らかに延長して得られるヒステリシスループの面積に相当するエネルギーを S 、その荷重範囲 ΔP^* に相当する応力拡大係数範囲を ΔK^* として J 積分の範囲 ΔJ を次式で計算した。

$$\Delta J = (\Delta K^*)^2/E + S/2B(W-a) \quad (16)$$

なお、ここで S は(14)式の U の 2 倍に相当するので上式第二項は 2 で割っている。低速伝ば領域の疲労においてはヒステリシスは検出されなかった。したがって(16)式で $S=0$ および $\Delta K^* = \Delta K_{eff}$ となり、このとき ΔJ は

$$\Delta J = (\Delta K_{eff})^2/E \quad (17)$$

で与えられる。

Fig. 10 には、低サイクル領域については(16)式、高サイクル疲労については ΔK_{eff} より(17)式で求めた ΔJ と da/dN との関係を図示した。図において測定伝ば速度の範囲でよい直線性が認められ

$$da/dN = 1.22 \times 10^{-3} (\Delta J)^{1.35} \quad (18)$$

なる関係で表される。これは da/dN が 10^{-4} mm/cycle 以下のき裂伝ばに対して ΔK_{eff} で議論できるという考え方を裏付けるものである。

Fig. 10. Relationship between crack propagation rate and cyclic J-integral.

4 考 察

前章において広範囲の実験条件に対して伝ば速度を支配する因子として $\Delta\phi_{plastic}$ および ΔJ があげられ

*3 Dowling らは、き裂閉口は上述と同様に除荷曲線上の変曲点に等しいとし、開口点は閉口点と同荷重の負荷曲線上の点としているが、この認識は誤りである。しかしながら、ヒステリシスループより繰返し J 積分 ΔJ を算定する方法は、結果的に本実験と同様となる。

Fig. 11. Scanning electron micrographs.

た. しかしながら疲労き裂伝ぱの微視機構が実験条件によって異るとき単一の力学的パラメータによる表示は無意味なものとなる. 疲労き裂伝ぱの微視機構はマイクロフラクトグラフィによって推定されるが, 本実験で測定した伝ぱ速度 $da/dN = 10^{-6} \sim 10^{-2}$ mm/cycle の範囲の代表的なフラクトグラフィを Fig. 11 に示す. 図は(a) 1.1×10^{-2} mm/cycle, (b) 1.6×10^{-3} mm/cycle, (c) 8.1×10^{-6} mm/cycle の場合である. 本実験の破面では, へき開破面あるいは粒界破面といった金属学的に異なる伝ぱ機構は観察されず, 巨視的な塑性変形による伝ぱであると考えられる. なお筆者らが報告した 0.03% C 焼なまし鋼の 2000 cpm の疲労実験では da/dN が 10^{-3} mm/cycle 以上では多数のリバーパターンを伴ったへき開破面が観察されたが, 本実験でそれに対応する高伝ぱ速度域の疲労試験は 6~12 cpm で行われており, この相違はひずみ速度の相違に起因するものと考えられる.

以上のような巨視的な塑性変形による伝ぱ速度を規定する局所力学因子 $4\phi_{\text{plastic}}$ は通常 $CTOD$ 試験¹²⁾ で定義される値に対応するものでき裂先端の変形を規定するものと考えられ, (12)式によって弾性成分を除去したと考えられる. 開口変位がき裂の鈍化量として直接的に da/dN を決定しているものとする, da/dN は $4\phi_{\text{plastic}}$ に比例することになるが本実験結果では約 2 乗に比例する. このことは伝ぱ理論のうちき裂先端近傍での損傷蓄積モデル (damage accumulation model)¹³⁾ に対応すると予想されるが, き裂先端の鈍化形状, 繰返しひずみ分布等と伝ぱ速度との関係に関して今後の研究が必要であろう.

さて, もともと J 積分は非線型弾性体においてき裂先端の特異性を規定する量であり, 疲労の場合には荷重ないしは変位の繰返しおよびき裂進展に伴う除荷過程が含まれているため, J 積分の物理的意味は不明確となる. 本研究では疲労サイクルの負荷サイクルのみに注目し, この負荷過程での J 積分が最高荷重点でのき裂近傍の応力・ひずみの特異性を規定しており, か

つ 1 サイクルでのき裂進展 $4a$ に伴う除荷が $4a$ のオーダーで生じ $4a/a$ が大きくないかぎり, この特異性がき裂先端での応力ひずみ境界条件を与えるものと考え, $4J$ による整理を行った. しかしながら, 疲労き裂に対して上述の考えは理論的に証明されておらず, したがって(14)式による $4J$ の定義は現在では工学的観点に立った形式的拡張であり, 今後の理論的検討が望まれる.

5 結 言

0.04% C 鋼完全焼なまし切欠き材を変位制御および荷重制御により弾塑性および全面降伏条件下で疲労試験を行い, き裂伝ぱ速度を測定した. 破面の走査型電顕観察結果によると, 測定した伝ぱ速度の範囲 $10^{-6} \sim 10^{-2}$ mm/cycle において金属学的には単一伝ぱ機構を示した. 弾塑性および全面降伏条件下での疲労き裂伝ぱ速度 da/dN はき裂先端開口変位 $4\phi_{\text{plastic}}$ および繰返し J 積分 $4J$ と一価的な次の関係で与えられた.

$$da/dN = 2.66(4\phi_{\text{plastic}})^{2.15}$$

$$da/dN = 1.22 \times 10^{-3}(4J)^{1.35}$$

(昭和51年 5月20日 日本材料学会第25期総会学術講演会; 昭和51年 7月 9日 第13回材料強度に関するシンポジウムにて講演)

参 考 文 献

- 1) Paris, P. C., and F. Erdogan, Trans. ASME, Ser. D, **85**, 528 (1963).
- 2) Elber, W., ASTM STP **486**, 230 (1971).
- 3) Boettner, R. C., C. Laird, and A. J. McEvily, Jr., Trans. AIME, **233**, 379 (1965).
- 4) Harrison, C. B., and G. N. Sander, Eng. Frac. Mech., **3**, 403 (1971).
- 5) Dowling, N. E., Westinghouse Res. Lab., Paper No. 75-1E7-PALFA-P1 (1975).
- 6) Taira, S., and K. Tanaka, Int. Conf. Mech. Beh. Mat., Kyoto, **2**, 48 (1971).
- 7) Dover, W. D., Eng. Frac. Mech., **5**, 11 (1973).
- 8) 平 修二, 田中啓介, 横幕俊典, 材料, **24**, 733 (1975).
- 9) Bilby, B. A., A. H. Cottrell, and D. H. Swinden, Proc. Roy. Soc. **A272**, 304 (1963).
- 10) Rice, J. R., P. C. Paris, and J. G. Merkle, ASTM STP, **536**, 231 (1973).
- 11) 平 修二, 田中啓介, 材料, **21**, 97 (1972).
- 12) British Standard Inst. DD19, "Methods for Crack Opening Displacement Testing" (1972).
- 13) Weertman, J., Int. J. Frac. Mech., **2**, 460 (1966).