疲労過程における履歴エネルギーと試験片温度上昇の関係*

田 中 道 七** 服 部 修 次***

On the Relation between Hysteresis Energy and Temperature Rise of Specimen during Fatigue Test

by

Tsuneshichi TANAKA and Shuji HATTORI

(Faculty of Science and Engineering, Ritsumeikan University, Kyoto)

This study was to investigate the relation between the stress-strain hysteresis energy and the temperature rise of a specimen during the usual fatigue test. The experiment was carried out using S50C steel, and the simultaneous measurements were made on the temperature rise and the hysteresis energy of the specimen. The results were compared with the solution obtained by solving the Fourier's equation of heat transfer.

The conclusions obtained were as follows:

(1) The hysteresis energy W is completely transformed into heat energy, which contributes to the temperature rise of the specimen. The temperature rise θ is given by the equation as a first approximation;

$$\theta = \alpha W f,$$

where f is the testing frequency and α is a geometrical parameter determined by the shape of the specimen and the gripping condition.

(2) The generation of hysteresis loop is not confined on the surface layer but it is a bulk phenomenon covering the total volume of the specimen.

(Received June 23, 1976)

1 結 言

疲労過程において材料が示す応力-ひずみ履歴曲線は、その計測が比較的容易であり、しかも試験を中断せず連続的に測定できるという利点をもつことから、この履歴曲線によって疲労機構の解明あるいは疲労強度の評価に関する研究が多数行われてきている。^{1,2)}ところが、通常の長寿命疲労において、同じ鋼系統の材料でも軟鋼のように明らかな履歴曲線を示す材料もあれば、最終破断までループを全く形成せずに終わってしまう高強度鋼のような場合もあり、履歴曲線を疲労破壊のクライテリオンとすることに若干問題が残され、現在履歴曲線の局所的発生について多くの関心が寄せられている。さらに、一方では試験片の発熱量を測定して疲労機構を解明しようとする試みが数多く行われている。³⁾しかしながら、疲労現象を解明する上で、履

歴現象と疲労発熱現象は個々に独立ではなく関連した現象としてとらえるのが妥当であると思われるが、この関連性について理論的に取扱った研究はほとんど行われていないのが現状のようである。

そこで本研究では、実用鋼である S50C を用いて履歴エネルギーと試験片の温度上昇を同時に計測する実験を行い、これらの現象間の定量的な関係について考察を加えた。その結果、履歴エネルギーはほとんど熱エネルギーとみなすことができ試験片の温度上昇に寄与していること、およびこの材料の履歴現象は局所的なものでなく、試験片全体にわたる応力とひずみの関係を示すものであることが結論づけられた。

2 供試材料および実験方法

実験に使用した材料は S50C で、その化学成分を Table I に、熱処理条件とその後の機械的性質を Table II に示す。所定の熱処理の後 Fig. 1 に示す形状に機械加工し試験片とした。

実験には引張圧縮型電気油圧サーボ疲労試験機を使

* 原稿受理 昭和51年6月23日

** 正 会 員 立命館大学理工学部 京都市北区等持院北町

*** 立命館大学大学院 京都市北区等持院北町

Table II. Heat treatment and mechanical properties of the material.

Heat treatment	Upper yield point σ_{SO} (kg/mm ²)	Lower yield point σ_{SU} (kg/mm ²)	Tensile strength σ_B (kg/mm ²)	Elongation ϕ (%)	Reduction of area ψ (%)
840°C, 1 hr, F.C.	37.8	32.8	65.2	32.0	48.6

Table I. Chemical composition of the material(%).

C	Si	Mn	P	S	Cu	Ni	Cr
0.53	0.32	0.79	0.024	0.023	0.04	0.02	0.10

Fig. 1. Specimen.

用し, 周波数 30Hz と 2Hz の場合について実験を行った。履歴曲線の測定は, ロードセルに貼付したひずみゲージによって試験片に生ずる応力を, 試験片平行部に直接貼付したひずみゲージによってひずみをそれぞれ検出し, シンクロスコープ上に描かせるという方法を用いた。履歴曲線の計測と同時に試験片の温度上昇を銅-コンスタンタン熱電対により測定したが, 実験中に室温がかなり変動すると考えられるので試験片チャック部に別の熱電対接点を設け, 試験片の温度とこのチャック部温度の差を試験片の温度上昇として測定した。さらに, 試験片はそのチャック間を発泡スチロール断熱材で包み材料表面からの放熱を防いだ。

3 実験結果

Fig. 2 は応振幅力 $\sigma_a = 23.4$ kg/mm², 周波数 $f = 30$ Hz の場合と $\sigma_a = 24.3$ kg/mm², $f = 2$ Hz の場合の 2 種の荷重条件のもとに実験したときの履歴エネルギー W の変化を示す。図より 30Hz の場合の W は繰返し数 n が 3×10^3 まで約 0.01 kg · mm/mm³ の一定値をとり, それから約 6 倍の 0.057 kg · mm/mm³ まで急激に増加し, それ以後徐々に減少する傾向がみられる。2Hz の場合の W は $n = 10^3$ から 10^4 までほぼ一定値をと

Fig. 2. Variation of hysteresis energy.

り 2×10^4 から破断繰返し数 5.4×10^4 まで急激に増加する傾向を示している。一方, この W と同時に測定した試験片の温度上昇 θ の変化を Fig. 3 に示す。Fig. 2 と比較して, 30Hz の場合の θ は W とほぼ同じような増減傾向を示している。しかし, 2Hz の場合は, このときの W が 30Hz の W とほぼ同程度の値をとっているにもかかわらず, 1°C 以内である。したがって W と θ は何らかの関係があり, しかも θ は f によって大きく影響を受けることがわかる。

Fig. 3. Variation of temperature rise.

4 考察

上記の実験結果に対して, θ と W の定量的な関係を得るために, Fig. 4 のようなモデルによって理論計算を試みる。図のように試験片軸方向を x 軸とする一次元問題を考え, 試験片のチャック間距離を $-L \leq x \leq L$, 試験片平行部を $-l \leq x \leq l$ とする。この試験片平行部において履歴エネルギー W がすべて熱エネルギーに変わり, それによる単位長さ単位時間当りの発熱量 R が熱伝導によりチャック部へ流れるものとする, θ は x と時間 t に関して次の方程式を満す。

$$\theta_t(x, t) = k\theta_{xx}(x, t) + R(x, t) \quad (1)$$

$$R(x, t) = \begin{cases} R_0 & |x| \leq l \\ 0 & |x| > l \end{cases}$$

ここで k は材料の温度伝達率である。さて, 初期条件を 0 とし, $x = \pm L$ で $\theta = 0$ なる境界条件のもとに (1) 式を解くと次の級数解が得られる。

Fig. 4. Model.

$$\theta(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{16R_0L^2}{(2n-1)^3\pi^3k} \left(1 - e^{-\frac{(2n-1)^2\pi^2kt}{4L^2}}\right) \cos \frac{(2n-1)\pi x}{2L} \sin \frac{(2n-1)\pi l}{2L} \quad (2)$$

(2)式が、 $|x| < l$ で一様な発熱 R_0 がある場合の試験片の温度分布を与える。

つぎに、試験片の温度は試験片中央 $x=0$ で検出されること、および(2)式の第二項以上の寄与は小さいことを考慮すると、 $\theta(0, t)$ は次のように書き換えられる。

$$\theta(0, t) = \frac{16R_0L^2}{\pi^3k} \left(1 - e^{-\frac{\pi^2kt}{4L^2}}\right) \sin \frac{\pi l}{2L} \quad (3)$$

ここで、(3)式の指数部を評価する。疲労試験では1分間程度の時間遅れは無視できるので $t=60 \text{ sec}$ 、さらに $k=0.147 \text{ cm}^2/\text{sec}$ 、 $L=2.75 \text{ cm}$ を用いると、 $e^{-3}=0.05 < 1$ となり指数部が省略できることがわかる。これまでは θ を t の関数として解いてきたが、疲労試験のような長時間試験ではもはや t 依存性はないと考えてよい。さらに、履歴エネルギー W がすべて熱エネルギーに変換されたとすれば次式が成立する。

$$R_0 = \frac{Wf}{427cr}$$

ここで f は周波数、 c は比熱、 r は比重である。

以上の議論をまとめて

$$\theta = AWfL^2 \sin \frac{\pi l}{2L} \quad (4)$$

$$\left(A = \frac{16}{427\pi^3crk}\right)$$

が得られる。(4)が θ に対する試験片形状および W 、 f の依存性を示す。

ところで実際の試験片形状は Fig. 4 のように簡単な形状ではなく、長さ L を簡単に決定することができない。そこで、Fig. 5 のように、(a)断面積の変化を考慮しないで $L=2.75 \text{ cm}$ とした場合、(b)試験片チャック部の中心までの長さを L_1 とし、この L_1 に対して試験片平行部と熱流の比抵抗が等しくなるように等価長さ L'_1 を決め、 $L=l+L'_1=1.39 \text{ cm}$ とした二つの場合について考える。

実際に $c=0.111 \text{ kcal/kg}^\circ\text{C}$ 、 $r=7.83 \times 10^{-3} \text{ kg/cm}^3$ 、 $l=0.60 \text{ cm}$ を(4)式に代入して

$$\theta = \alpha Wf \quad (5)$$

Fig. 5. Determination of L .

$$\alpha = AL^2 \sin \frac{\pi l}{2L} = \begin{cases} 24.0 \\ 11.4 \end{cases} \quad (a) \quad (b)$$

となる。(5)式は履歴エネルギー W と周波数 f がわかれば試験片の温度上昇 θ が定量的に求められることを示している。Fig. 2 の W を用いて(5)式から求めた計算結果を Fig. 3 に(a)一点鎖線、(b)二点鎖線で示す。図では、2Hz の場合の W から求めた計算値(b)が横軸と一致するので省略しているが、両周波数の実験値は(a)、(b)のほぼ中間に位置しており、 W から求めた計算値は実際の温度上昇 θ の傾向をうまく説明できる。ただ、30Hz において $n=10^2 \sim 2 \times 10^3$ の実験点は計算結果より若干高くなっているけれども、これらの間の差異は3～4℃であり、実験誤差によるものと考えられる。なお、計算値(a)、(b)間にはかなり大きな差が生じているが、 L をうまく決定できる実験方法を採用すれば両者間の差が小さくなり、実験値と計算値とがさらに一致すると思われる。

以上より、履歴エネルギーはほとんど熱エネルギーに変り、このことを考慮すれば履歴エネルギーと試験片の温度上昇の関係が得られる。さらに履歴エネルギーが試験片平行部に一様に生ずるという仮定のもとで計算した結果と実際の温度上昇がほぼ一致したことは、履歴曲線が局所的（たとえば試験片表面）なものでなく、試験片全体にわたる応力とひずみの関係を示すものであると結論づけられる。

5 結 言

S50C を用いて、履歴エネルギーと試験片の温度上昇を測定し、これら現象間の定量的な関係について考察を加えた。得られた結論は次のとおりである。

(1) 履歴エネルギー W はほとんど熱エネルギーに変わり試験片の温度上昇 θ に寄与している。これらの間には熱伝導方程式を解くことにより、

$$\theta = \alpha Wf$$

が成立する。ここで、 f は周波数、 α は試験片形状等により理論的に決定できる値である。

(2) 履歴曲線は、S50C では局所的なものでなく試験片全体にわたる応力とひずみの関係を示すものである。

(昭和50年11月21日 シンポジウム「疲労における最近の諸問題」にて講演)

参 考 文 献

- 1) 田中道七, 中山英明, 日本機械学会論文集, **40**, 635 (1974).
- 2) 田中道七, 中山英明, 日本機械学会論文集, **41**, 1062 (1975).
- 3) 樋口正一, 今井康文, 竹中 稔, 日本機械学会論文集, **40**, 644 (1974).