ひずみ制御下の炭素鋼の重複繰返しねじり塑性疲労* (S45C の場合)

藤 谷 景 三** 元 津 彰 夫***

Multiple Repeated Low-Cycle Torsional Fatigue of Carbon Steel under controlled Strain

(In the Case of S 4 5 C Steel)

by

Keizo FUJITANI

(Faculty of Science and Engineering, Ritsumeikan University, Kyoto)

and Akio GENTSU

(Kobe City Technical College, Kobe)

The low-cycle torsional fatigue tests under multiple repeated strains have been carried out by using an annealed carbon steel S45C, and the test results were used to investigate the applicability of the fatigue fracture criteria based on varying plastic strains as well as on hysteresis energy which was introduced in this paper instead of varying plastic strains. The values of fatigue lives obtained from these fatigue fracture criteria were compared with those calculated from the linear damage criterion.

As the main conclusion, the values of cumulative damage obtained from the fatigue fracture criteria based on varying plastic strains and hysteresis energy were slightly closer to unity than those calculated from the linear damage criterion. Therefore, the above two fatigue fracture criteria are considered applicable to the low-cycle torsional fatigue test results under multiple repeated strains. Furthermore, the values of cumulative damage obtained from the above fatigue fracture criteria were almost similar to the test results carried out previously by the authors under multiple repeated loads by using a carbon steel S45C.

(Received Nov. 25, 1976)

1 緒 言

機械構造用部材の低繰返し数領域での疲労寿命の評価に際しては、Manson, Coffin らを始めとして、その多くの研究報告によっても明らかのように疲労損傷に直接影響を及ぼす巨視的な塑性ひずみ因子を用いて導かれた疲労破壊則が実験工学的に数多く提唱されており、その妥当性がしばしば論じられてきた。しかしながら、機械構造用部材に作用する外力の応答である応力ならびにひずみは、機械構造物の種類によってもかなり異なり、また、これら部材が破壊するまでの過程で任意に変動するのが一般的であり、これらに対する統一的な疲労破壊則は必ずしも確立されたとはいえない。したがって、これまでに提唱されてきた種々の疲

労破壊則を実際の機械構造物の有限寿命設計などに利用するためには、実験的にさらに多くの資料の蓄積を必要とするものがある。筆者らは、これまでにピアノ線については荷重ならびにひずみ¹⁾制御、機械構造用炭素鋼 S45C については荷重制御のみについて両振りの重複繰返しねじり塑性疲労試験を実施して、疲労進行過程に試験片に生ずる塑性ひずみを測定し、その結果を塑性ひずみに対しては疲労損傷の累積が線形になると仮定して導いた、いわゆるひずみ基準の疲労破壊則に適用した結果はほぼ妥当なることを明らかにした。

本研究では、機械構造用炭素鋼 S45C を用いてひずみ制御で両振りの二段および三段多重の重複繰返しねじり塑性疲労試験を行い、疲労進行過程の試験片の応力-ひずみの関係を測定した。この測定結果より一つには、塑性ひずみ振幅の上記ひずみ基準の疲労破壊則への適用性、また、もう一つには、新たにヒステリ

* 原稿受理 昭和51年11月25日

** 正 会 員 立命館大学理工学部 京都市北区等持院北町

*** 正 会 員 神戸市立工業高等専門学校 神戸市垂水区舞子台

シスループの面積から求まるヒステリシスエネルギーをひずみ基準の疲労破壊則に適用して、その妥当性をともに調べた。また、上に述べた二種の疲労破壊則より計算したおのおのの累積損傷値と直線被害則から算出した累積繰返し数比の値についても比較検討した。さらに、これと併せて上記の疲労破壊則から導かれる等価応力振幅と等価塑性ひずみ振幅ならびに等価ヒステリシスエネルギーとの間の関係についても調べ考察を加えた。

2 実験材料および実験方法

実験に使用した材料は機械構造用炭素鋼 S45C で、850℃ 1 時間加熱後炉中冷却を施した。材料の化学成分を Table I に、熱処理後の機械的性質を Table II に示した。試験片の形状、寸法は Fig. 1 に示すとおりで、熱処理後機械加工し、旋削傷がなくなるまでエメリー紙で磨いて仕上げた。使用した試験機は先に筆者らが試作したもので、回転速度は毎分 1 回転である。

Table I. Chemical composition of the material (%).

C	Si	Mn	P	S	Cr	Ni	Cu
0.43	0.22	0.70	0.019	0.009	0.11	0.07	0.13

Table II. Mechanical properties of the material.

Yield point σ_s (kg/mm ²)	Tensile strength σ_B (kg/mm ²)	Elongation δ (%)	Reduction of area ψ (%)
34.9	61.8	27.6	47.5

Fig. 1. Shape and size of the test piece.

実施した実験はひずみ比がいずれも 1.2 でひずみ作用順序がひずみ上昇とひずみ下降の両振りの二段および三段多重の重複繰返しねじり塑性疲労試験で、ここでは r_{a1}, r_{a2}, r_{a3} をそれぞれ上, 中, 下段のひずみ振幅とし、そのひずみ振幅に対する繰返し数を n_1, n_2, n_3 とした。また、変動一周期中の繰返し数 $n_0=40$ で一定に保ち、各ひずみ振幅に対する繰返し数は二段多重試験では $n_1=1, 20, n_2=39, 20$ 、三段多重試験では $n_1=1, n_2=12, n_3=27$ とした。試験中の応力-ひずみの測定方法については既報にゆずるものとし、ヒステリシスループの測定は適時試験機を止めて手動にて行った。実験結果の整理は破壊までの繰返し数 N と試験中倍率 10 倍の拡大鏡で試験片表面を観察してはじめてき裂の発生を認めた繰返し数、すなわち、巨視き裂発生繰返し数 N' の両方で行い、またねじり応力の計算

には弾性式を用いた。

3 実験結果と考察

Fig. 2 は破壊ならびにき裂発生までの両振りの一定ひずみ振幅試験の結果を両対数紙に表したものである。

Fig. 2. Test results under constant strain amplitude.

以下に上述のひずみ基準の疲労破壊則を示す。すなわち、疲労破壊則を得るためには関数式によって疲労破壊則を表す必要がある。ここに、一定塑性ひずみ振幅試験における Manson-Coffin の式は

$$r_p^a N = C_0 \quad (1)$$

ここで、 N は一定塑性ひずみ振幅 r_p の下での破壊までの繰返し数で、 a と C_0 は定数である。つぎに、変動塑性ひずみ振幅の場合には(1)式は(2)式のように変形される。

$$\frac{1}{C_0} \int_0^N r_p^a dn = 1 \quad (2)$$

ここで、 N は変動塑性ひずみ振幅 r_p の下での破壊までの繰返し数、 dn は変動塑性ひずみ振幅の頻度を表す。しかし、実際の変動塑性ひずみ振幅試験の場合、各実験値について(2)式の右辺の値は必ずしも 1 になるとは限らないので、(2)式を(3)式のように表す。

$$D_f = \frac{C_0}{\bar{C}_0} = \frac{1}{\bar{C}_0} \int_0^N r_p^a dn \quad (3)$$

ここに、 $\bar{C}_0$ は本実験の場合、一定ひずみ振幅試験によって得られた塑性ひずみ振幅 r_p は一定ではないので一種の変動塑性ひずみ振幅試験とみなせるから、この r_p と(2)式が成立つような指数 a の最適値を(2)式に入れて計算したときの定数 C_0 の算術平均値で a はこのときの指数を示す。以上が破壊までの繰返し数に対しての変動塑性ひずみ振幅を基準とした一種の疲労破壊則で、 D_f は疲労寿命を評価する累積損傷の値を示す。また、き裂発生までの繰返し数に対してもこの破壊則が成立つので、以下においてダッシュを付したすべての記号はき裂発生までの繰返し数の場合を表し、破壊までの場合と区別して用いる。すなわち、上記の(1)式は

$$r_p^a N' = C_0' \quad (1')$$

(2)式は

$$\frac{1}{C_0'} \int_0^{N'} r_p^{a'} dn = 1 \quad (2')$$

(3)式は

$$D_f' = \frac{C_0'}{C_0} = \frac{1}{C_0'} \int_0^{N'} r_p^{a'} dn \quad (3')$$

で表される。また、材料に疲労損傷を与える巨視的な因子としては、上述の塑性ひずみ因子 r_p のほかに応力因子 σ がある。塑性ひずみの変化に対して応力の変化が小さい場合には近似的に応力因子を省略して塑性ひずみ因子のみで疲労損傷を評価してもよい。しかし、材料に繰返し与える負荷の種類やその大きさならびに材質などによっては r_p の変化に対して σ の変化が大きく現れる場合がある。このような場合の疲労損傷は r_p とともに σ の影響もかなり現れることがあるので、塑性ひずみ因子のみではなく応力因子をも同時に含めて考えられるヒステリシスエネルギー W をとりあげる方が実際の⁹⁾であり、疲労損傷の評価に良好な結果が得られるものと期待されたので、これによる方法を以下に述べる。すなわち、ねじり応力 τ および塑性ひずみ r_p はそれぞれ実測したねじりモーメント T と残留ねじり角 θ_p より計算によって求まるから、両者の間には

$$T = k \theta_p^n \quad (4)$$

なる直線関係が成立つ。また、ここで取扱うヒステリシスエネルギー W は疲労試験中に測定したヒステリシスループの描く面積より求まるから、このヒステリシスループの形を近似的に

$$W \propto T \theta_p \quad (5)$$

で表すと、(4)、(5)式より

$$W \propto k \theta_p^{n+1} \quad (6)$$

が得られる。(6)式で n 、 k は定数で実験結果より $n = 0.236$ 、 $k = 120.0$ が得られ、さらに θ_p を入れると実験中に測定したヒステリシスループの面積より求めた W の値とほぼ一致した。したがって、この W に対しても、上述の塑性ひずみで整理した(3)、(3')式の場合と同様にひずみ繰返し1回あたりに材料がうける疲労損傷を $W^{e'}$ とし、これが線形に累積してある値に達したときに破壊が起るものと考えてもよいことになる。言い替えれば、 W の1サイクルによる疲労損傷は $(1/K')W^{e'}$ で表されるを仮定して上述のひずみ基準の疲労破壊則を適用すれば(2')、(3')式から形式的に(7)、(8)式が得られる。

$$\frac{1}{K'} \int_0^{N'} W^{e'} dn = 1 \quad (7)$$

$$D_w' = \frac{K'}{K'} = \frac{1}{K'} \int_0^{N'} W^{e'} dn \quad (8)$$

ここに、 $\bar{K}'$ は本実験の場合、一定ひずみ振幅試験によって得られたヒステリシスエネルギー W は一定では

なくひずみ繰返しに伴って変化するから、この W と(7)式が成立つような指数 e' の最適な値を(7)式に入れて計算したときの定数 K' の算術平均値で e' はこのときの指数を示し、 dn は W の頻度である。この新たに導いた(7)、(8)式はヒステリシスエネルギーを基準とした疲労破壊則とよび、 D_w' はこの破壊則から求まる累積損傷の度合を表す。

Fig. 3 は Fig. 2 の一定ひずみ振幅試験の結果より

Fig. 3. Relation between the strain amplitude and the cumulative damage to fracture or to crack initiation under constant strain amplitude test.

縦軸にひずみ振幅 τ_a 、横軸に上記の疲労破壊則(3)、(3')式および(8)式より求めた累積損傷値 D_f 、 D_f' 、 D_w' をとって示したものである。図の D_f 、 D_f' は既報で述べたと同様に、本実験の場合一定塑性ひずみ振幅試験を行っていないので、一定ひずみ振幅試験で測定した塑性ひずみ振幅 r_p と上述の(2)、(2')式が成立つような指数 a 、 a' の最適な値を(2)、(2')式に入れて C_0 、 C_0' を求め、この C_0 、 C_0' とこれらの算術平均値 $\bar{C}_0 = 1.038$ 、 $\bar{C}_0' = 0.68$ を(3)および(3')式に入れて計算したもので、図示のように、 $D_f = 0.869 \sim 1.20$ 、 $D_f' = 0.897 \sim 1.10$ となった。ここで指数 a 、 a' の値としてはいずれも 1.74 が最適であった。また、 D_w' は D_f 、 D_f' と同様な方法で(7)および(8)式を用いて求めたもので $\bar{K}' = 0.59 \times 10^3$ 、 $e' = 1.42$ で $D_w' = 0.87 \sim 1.11$ となり、 D_f' に比べてそのばらつきはほぼ同程度となった。以上より、各累積損傷値のばらつきの程度はいずれも前報の荷重制御試験下のそのばらつきの範囲よりも小さく 1 に近いので、この実験結果は(3)、(3')、(8)式にほぼ適用可能である。

Fig. 4、5 は二段多重および三段多重の試験結果を縦軸に高いレベルのひずみ振幅 τ_{a1} 、横軸には一定ひずみ振幅試験結果をもとにして求めた累積繰返し数比 $\Sigma(n/N)$ 、 $\Sigma(n/N)'$ と累積損傷値 D_f 、 D_f' および D_w' をとって、それぞれの関係を比較したものである。

Fig. 4. $\gamma_{a1}-\Sigma(n/N)$, $\Sigma(n/N)'$ or D_f , D_f' , D_w' diagram.

Fig. 5. $\gamma_{a1}-\Sigma(n/N)$, $\Sigma(n/N)'$ or D_f , D_f' , D_w' diagram.

図より, D_f , D_f' の値は (3), (3)' 式に一定ひずみ振幅試験から求めた a , a' ならびに $\bar{C}_0$, $\bar{C}_0'$ の値や, この実験で得られた塑性ひずみ振幅を代入して計算したものであり, D_w' は (8) 式に一定ひずみ振幅試験で得られたヒステリシスエネルギーを (7) 式に入れて求めた e' , $\bar{K}'$ の値や, この実験で得たヒステリシスエネルギーを代入して計算したものである. 図の D_f , D_f' や D_w' および $\Sigma(n/N)$, $\Sigma(n/N)'$ の各平均値はそれぞれこの図の点線や二点鎖線および一点鎖線で表し, それらの値を Table III, IV に示した. 図にみられるように, Fig. 4 の二段多重試験では $\Sigma(n/N)$, $\Sigma(n/N)'$ や D_f ,

Table III. Mean values of the fatigue test results under the periodical 2-step multiple repeated strain amplitude.

Strain sequence	$\Sigma(n/N)$	$\Sigma(n/N)'$	$\bar{D}_f$	$\bar{D}_f'$	$\bar{D}_w'$
$\gamma_{a1} \rightarrow \gamma_{a2}$	1.128	1.014	1.088	0.996	1.023
$\gamma_{a2} \rightarrow \gamma_{a1}$	0.909	0.923	0.905	0.918	0.917

Table IV. Mean values of the fatigue test results under the periodical 3-step multiple repeated strain amplitude.

Strain sequence	$\Sigma(n/N)$	$\Sigma(n/N)'$	$\bar{D}_f$	$\bar{D}_f'$	$\bar{D}_w'$
$\gamma_{a1} \rightarrow \gamma_{a2} \rightarrow \gamma_{a3}$	0.948	0.924	0.993	0.965	0.972
$\gamma_{a3} \rightarrow \gamma_{a2} \rightarrow \gamma_{a1}$	0.839	0.883	0.896	0.934	0.959

D_f' , D_w' の各平均値はいずれもその差はわずかで, 極めて 1 を示す実線の近くにある. 累積損傷値は $D_f = 0.67 \sim 1.31$, $D_f' = 0.69 \sim 1.20$, $D_w' = 0.73 \sim 1.22$ で, 上述の一定ひずみ振幅下でのそれよりも少しばらついているが, 2, 3 の値を除いて大半のものがおおむね 1 に近い値となっている. また, D_f は D_f' に比べてわずかにばらつくが, D_f' と D_w' ではほとんど差はなくほぼ同程度とみなしてよい. 累積繰返し数比は $\Sigma(n/N) = 0.66 \sim 1.40$, $\Sigma(n/N)' = 0.63 \sim 1.37$ で D_f , D_f' , D_w' よりもともにばらつき範囲は大きく, ここでは破壊までの繰返し数にその傾向がみられるが, 負荷作用順序やひずみ繰返し数比の影響はさほど顕著に現れていない. Fig. 5 の三段多重試験では $\Sigma(n/N)$, $\Sigma(n/N)'$ や D_f , D_f' , D_w' の各平均値はここでもあまり大きな差はなく 1 を示す実線の近くにある. 累積損傷値は $D_f = 0.73 \sim 1.27$, $D_f' = 0.79 \sim 1.23$, $D_w' = 0.82 \sim 1.17$ で, D_f' よりも D_w' の方がばらつきの程度は小さいが, 全般的にみてその差は僅少である. また, 二段多重試験の場合に比して, 平均的な値からすればさほど差はみられないが全体的にはばらつきの程度は小さくなっている. また, 負荷作用順序の影響についても二段多重試験の場合と同様に顕著な傾向は現れていない. 累積繰返し数比は $\Sigma(n/N) = 0.70 \sim 1.31$, $\Sigma(n/N)' = 0.73 \sim 1.20$ で D_f , D_f' , D_w' よりもわずかに大きくばらついた. 以上, Fig. 4, 5 において, $\Sigma(n/N)$, $\Sigma(n/N)'$ と D_f , D_f' , D_w' の各値はいずれもほぼ相互に比例するようである. すなわち, D_f , D_f' では r_p の値はひずみ繰返しの初期よりほぼ一定であり変化せず, き裂発生後にわずかに変化がみられる程度であるためにひずみ繰返し数の大小に関係し, また, D_w' についても同様ヒステリシスエネルギーはヒステリシスループの面積で表されるので, ひずみ繰返しによって現れる応力振幅の大きさもほぼ r_p の大きさに依存するために D_f' の場合と同傾向にある. また, き裂発生までの場合よりも破壊までの繰返し数の場合に上述の値がばらつくのは, き裂発生後のひずみ繰返し数に依存するようで, この領域では材料の負荷抵抗が減少して変形状態も不安定になるので, 材料の変形に及ぼすわずかな因子の相連によってもその依存性が大きく支配されるためである. しかし, このことについては, さらにこの方面での詳細な研究にまたねばな

Fig. 6. $\gamma_{p \cdot eq}, \gamma_{p' \cdot eq}-N, N'$ diagram. Fig. 7. $\gamma_{p \cdot eq}, \gamma_{p' \cdot eq}-N, N'$ diagram.

らない。したがって、実用上はばらつきなどを考慮に入れると D'_f, D'_w がよいが、計算の簡便さからいってあまり大差ない $\sum(n/N)'$ でもよいのではないかと考える。

Fig. 6, 7 は一定ひずみ振幅試験と二段多重ならびに三段多重試験における疲労寿命を比較したもので、縦軸に等価塑性ひずみ振幅

$$\tau_{p \cdot eq} = \left\{ \int_0^N \tau_p^a dn / \int_0^N dn \right\}^{1/a}, \tau_{p' \cdot eq} \quad (9)$$

をとった。(9)式で dn は塑性ひずみ振幅 τ_p の頻度であり、指数 a, a' は上述の一定ひずみ振幅試験によって得られた τ_p と(2), (2)'式が成立つようにして求めたときの最適値で 1.74 を用いた。図において、各実験値は負荷作用順序や繰返し数比によってはあまり影響されずに、破壊ならびにき裂発生までの繰返し数を実線と点線で示した一定ひずみ振幅試験結果の直線のまわりにばらついており、実線から $\tau_{p \cdot eq}^{1.74} N = 1.038$, 点線から $\tau_{p' \cdot eq}^{1.74} N = 0.68$ なる関係で表された。したがって、(3), (3)'式がほぼ成立つことを示す。

Fig. 8 は Fig. 6, 7 の縦軸の等価塑性ひずみ振幅の代りに等価ヒステリシスエネルギー

$$W'_{eq} = \left\{ \int_0^N W'_{eq} dn / \int_0^N dn \right\}^{1/e'} \quad (10)$$

をとって表したものである。 W'_{eq} の求め方は(9)式の $\tau_{p' \cdot eq}$ と同様に行ったが、(10)式で e' は上記の一

Fig. 8. $W'_{eq}-N'$ diagram.

定ひずみ振幅試験の結果より(7)式を用いて求めた指数で 1.42 を用いた。ここでも各実験値は一定ひずみ振幅試験結果を示した実線の近傍でばらついており、 $W'_{eq}^{1.42} N' = 0.59 \times 10^3$ なる関係で表され、(8)式が成立つことを示す。

Fig. 9 は二段多重試験結果を縦軸に等価応力振幅

Fig. 9. $\tau_{eq}, \tau'_{eq}-N, N'$ diagram.

$$\tau_{eq} = \left\{ \int_0^N \tau_a^m dn / \int_0^N dn \right\}^{1/m}, \tau'_{eq} \quad (11)$$

横軸に破壊ならびにき裂発生までの繰返し数 N, N' をとって整理したものである。(11)式で dn は応力振幅 τ_a の頻度を表し、 m, m' は一定ひずみ振幅試験下で測定した応力振幅を前述の指数 a, a' の求め方と同様にして求めたもので 8.0 を得た。図にみられるように、各実験値は一定ひずみ振幅試験下の実線ならびに点線の上にはばのるようで、三段多重試験の場合も同様に $\tau_{eq}^{8.0} N = 75.21 \times 10^3$, $\tau'_{eq}^{8.0} N' = 67.8 \times 10^3$ が成立つ。

Fig. 10, 11 は二段および三段多重試験の結果を上述の(9)と(11)式から等価塑性ひずみ振幅と等価応力振幅を求め、それぞれ横軸と縦軸にとって両者の間の関係を示したものである。各実験値はいくらばらついてはいるが、負荷作用順序や繰返し数比にはほとんど関係せず、一定ひずみ振幅試験結果を示した実線ならびに点線に漸近してばらつくよう、両者の間にはおおむね $\tau_{eq} = C \tau_{p \cdot eq}$, $\tau'_{eq} = C' \tau'_{p \cdot eq}$ なる関係が成立つようである。ここで、 C, κ および C', κ' は定数で、

Fig. 10. τ_{eq} , τ'_{eq} — $\gamma_{p,eq}$, $\gamma'_{p,eq}$ diagram. Fig. 11. τ_{eq} , τ'_{eq} — $\gamma_{p,eq}$, $\gamma'_{p,eq}$ diagram.

実験結果からそれぞれ 11.84, 0.236 および 11.25, 0.236 なる値を得た。

Fig. 12 は二段および三段多重試験のき裂発生までの結果を(10)および(11)式から等価ヒステリシスエネルギーと等価応力振幅を求め、それらを横軸と縦軸に表したものである。各実験値は一定ひずみ振幅試験の結果を示す実線の近くでばらつき、実線より近似的に $\tau'_{eq} = 12.74 W'_{eq}{}^{0.186}$ なる関係が得られた。

Fig. 12. τ'_{eq} — W'_{eq} diagram.

4 結 言

機械構造用炭素鋼 S45C を用いてひずみ制御で二段

および三段多重のねじり塑性疲労試験を行って、実験結果から主としてひずみならびに新たに導いたヒステリシスエネルギー基準の疲労破壊則への適用性を調べ、さらにその結果を直線被害則から得た値と比較検討した結果、以下のような結論を得た。

(1) ひずみならびに新たに導いたヒステリシスエネルギー基準の疲労破壊則より求めた累積損傷値は両者ともばらつきの程度も、平均的な値もほぼ同程度でおおむね 1 に近い値が得られたので、本実験結果は上述の二種の疲労破壊則に適用可能である。また、これらの値は直線被害則より求めた累積繰返し数比の値に比べてよい結果を得たが、全体的にあまり大差ないので、実用上は計算の簡便さからいって直線被害則でも充分であるが破壊までの場合に少しばらつきが現われるようである。また、本実験では負荷作用順序やひずみ繰返し数比によってはあまり顕著な影響は現れなかった。

(2) 実験結果を等価応力振幅、等価塑性ひずみ振幅および等価ヒステリシスエネルギーと疲労寿命との関係で両対数紙に表すと、両者の間にはほぼ直線関係が存在し、疲労破壊則(3), (3)', (8)式が成立つことを示す。

(3) 実験結果から等価応力振幅と等価塑性ひずみ振幅ならびに等価ヒステリシスエネルギーとの間には両対数紙上で近似的に直線関係が成立つ。

終りに、本研究の実施に際して、実験にご協力いただいた当時立命館大学理工学部学生久我義淳、川合庄司の両君に心から感謝の意を表する。

(昭和51年11月5日 日本機械学会関西支部第236回講演会にて講演)

参 考 文 献

- 1) 藤谷景三, 元津彰夫, 材料, **22**, 1032 (1973).
- 2) 藤谷景三, 元津彰夫, 材料, **23**, 575 (1974).
- 3) 藤谷景三, 元津彰夫, 材料, **25**, 731 (1976).
- 4) たとえば, 中川隆夫, 辻 正幸, 日本機械学会論文集, **33**, 1734 (1967).
- 5) 藤谷景三, 元津彰夫, 材料, **20**, 1132 (1971).
- 6) たとえば, 河本 実, 鮎淵興二, 山路安彦, 日本機械学会論文集, **29**, 1647 (1963); 西谷弘信, 鹿毛正治, 日本機械学会講演論文集, No. 720-1, 1 (1972).
- 7) 菊川 真, 大路清嗣, 鎌田敬雄, 城野政弘, 日本機械学会誌, **70**, 1495 (1967).
- 8) 菊川 真, 城野政弘, 鎌田敬雄, 宋 智浩, 氷室晴雄, 日本機械学会論文集, **42**, 1625 (1976).
- 9) たとえば, 中村 宏, 堀川 武, 機械の研究, **22**, 555, 704 (1970); 飯田国広, 井上 肇, 小林佑規, 宮本 武, 日本造船学会論文集, **127**, 215 (1970).