レジンモルタルの信頼性工学の手法による強度解析*

藤 井 太 一** 前 川 善 一 郎**

Strength Analysis of Resin Mortar by Reliability Concept

by

Taichi FUJII and Zenichiro MAEKAWA

(Faculty of Engineering, Osaka City University, Osaka)

Resin concrete has recently been attracting general attention as a light weight structural material, and the amount of work on design and properties of resin concrete is increasing steadily in recent years. Resin concrete is composed of resin, fine powder, sand and gravel. In the case that fine powder and sand are used as fillers, it is called resin mortar. They can be considered to be a kind of particle dispersed composites. Such materials generally show a considerable spread in fracture stress, so that a statistical treatment is required to deal with their strength properties. The tensile strength of composite materials is known to depend on composite morphology, existence of voids and brittle property of particle, matrix and bonding surface.

In this paper, the tensile strength analysis is undertaken on a particle dispersed composite consisting of matrix, n kinds of particles and void. The specimen is divided into cross sectional elements and the law of mixture is applied to the strength of the unit cell. The Weibull distribution is adopted for the distribution of the strength of the element in composite materials, because it has an advantage of easiness of treatment over the normal distribution, and because the two distributions are close each other within the range of 40 percent of the coefficient of variation.

The results of our analysis are found to agree very well with the experiments on resin mortar.

(Received Mar. 17, 1977)

1 緒 言

近年レジンコンクリートの用途は拡大の一途をたどり、重要な軽量構造部材の一翼を荷なつつあるが、それに伴い、レジンコンクリートに関する研究も活発化してきている¹⁾。さてレジンモルタルはレジンペーストに細骨材、微粒充てん材を混合した材料で、粗骨材が混入されていない点でレジンコンクリートとは異なるが、レジンコンクリートの基盤をなすものとして重要であり、かつ両者とも、粒子分散型複合材料という見地から考えると、同系列の材料である。

粒子分散型複合材料において、各構成素材のもつ形状、粒度、強度、そして剛性のばらつきに加え、成型時にボイドの混入が避けられないことや、界面状態の多様性など、複合材料の強度のばらつきに寄与する要因が多い材料の一つである²⁾と考えることができる。

昨今材料の信頼性を重要視する風潮のある中で、レジンコンクリート、レジンモルタルを対象にした信頼性工学の見地からの文献は比較的少ないと思われる。

そこで本論文においては粒子分散型複合材料の一つとしてレジンモルタルをとり上げ、引張荷重下における材料の破断強度および、破壊の力学的挙動を調べ、粒子分散型複合材料の強度に、及ぼすマトリックス相および分散相の役割の解明と複合材料に対する破壊確率を加味した強度解析を試みたものである。

2 粒子分散型複合材料の強度理論

レジンモルタルは分散相として、細砂、炭酸カルシウム・マトリックス相として樹脂から構成される粒子分散型複合材料であるが、本節では一般化して n 種類の粒子、マトリックスおよびボイドから構成される粒子分散型複合材料の強度理論について述べるものとする。

2・1 粒子分散型複合材料の構成

粒子分散型複合材料を構成している n 種類の粒子およびマトリックスの破断強度をそれぞれ S_{P_i} ($i=1, \dots, n$)、 S_m とする。ここで粒子の破断強度というのは、粒子自体のもつ破断強度だけを指すのではなく、粒子とマトリックスの界面強度をも含めたものであり、粒子とマトリックスの複合状態および粒子自体の強度を

* 原稿受理 昭和52年3月17日

** 大阪市立大学工学部 大阪市住吉区杉本町

総合してきめられる強さを意味する。また粒子, マトリックス, ボイドの体積含有率をそれぞれ $V_{P_i} (i=1, \dots, n)$, V_m , V_v とする。そして各項の平均値, 分散をそれぞれ μ , σ^2 で表し, 各項の記号を添字で示すものとする。例えば μ_{S_m} , $\sigma_{S_m}^2$ はマトリックスの引張破断強度の平均値, 分散を表す。さらに試験片の破断時における各粒子, マトリックスのもつ強度を $S_{P_i}^*$ ($i=1, \dots, n$), S_m^* で示す。つぎに Fig. 1 に示すごとく試験片を荷重方向に垂直に m_l 分割した断面要素のうち, 最小断面積をもつ要素を基準断面要素と考える。また基準断面積をさらに m_s 個の要素に分割する。この要素は一辺の長さを l_p とする立方体とし, n 種類の粒子のうち最大平均粒子径の長さを用いている。そして各要素は一種類の構成素材で占められているものと考え, 断面要素を各構成素材の体積含有率に比例した要素数に分割する。それゆえ粒子, マトリックスおよびボイドの占める要素数はそれぞれ $m_s V_{P_i} (i=1, \dots, n)$, $m_s V_m$, $m_s V_v$ となる。

Fig. 1. Schematic view of specimen and element.

2・2 基準断面要素の強度理論

いま引張荷重が断面要素に生じる場合, 各要素は複合則に従って, 分割された荷重を負担する。そして荷重が増加するにつれて, 最小の破断ひずみをもつ要素から破壊が始まるものとする。レジソルタルに用いられるマトリックスは普通ぜい性的な性質をもつ不飽和ポリエステル樹脂, エポキシ樹脂であるので, クラックが発生すると, き裂進展速度が大きいため, 断面要素の崩壊にただちに致るものと考えられる。岩石および樹脂³⁾の静的強度分布をワイブル分布がよく表現できるため, 各種粒子, マトリックスの要素における強度分布を, 本論文においては次式に示すような2母数のワイブル分布に従うものと仮定する。

$$F_1(S_{P_i}) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{S_{P_i}}{\beta_{P_i}}\right)^{\alpha_{P_i}}\right], \quad (i=1, \dots, n) \quad (1)$$

$$F_2(S_m) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{S_m}{\beta_m}\right)^{\alpha_m}\right] \quad (2)$$

ここで, α_{P_i} , α_m , β_{P_i} , β_m はそれぞれ粒子 (i) およびマトリックスの形状母数, 尺度母数である。粒子

のもつ強度に関して粒子の体積が増加すると強度の低下が生じる寸法効果の他に⁴⁾, 粒子の体積含有率が増加するに従い, 粒子とマトリックスの界面状態の劣化等により要素自体のもつ強度の低下が生じる劣化効果も合せて考えなければならない。そこで劣化効果の影響を粒子 (i) の尺度母数 β_{P_i} が粒子の体積含有率に依存するものとして次式を仮定する。

$$\beta_{P_i} = \xi_{P_i} e^{-\zeta_{P_i} V_{P_i}} \quad (3)$$

ここで ξ_{P_i} , ζ_{P_i} は材料定数である。(1)~(3)式よりマトリックス, 各種粒子の要素における平均値, 分散は次式となる。

$$\mu_{S_m} = \beta_m \Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha_m}\right) \quad (4)$$

$$\sigma_{S_m}^2 = \beta_m^2 \left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{\alpha_m}\right) - \left\{ \Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha_m}\right) \right\}^2 \right] \quad (5)$$

$$\mu_{S_{P_i}} = \xi_{P_i} e^{-\zeta_{P_i} V_{P_i}} \Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha_{P_i}}\right) \quad (6)$$

$$\sigma_{S_{P_i}}^2 = \xi_{P_i}^2 e^{-2\zeta_{P_i} V_{P_i}} \left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{\alpha_{P_i}}\right) - \left\{ \Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha_{P_i}}\right) \right\}^2 \right] \quad (7)$$

さらに基準断面要素の中のマトリックス, 各種粒子⁵⁾の最弱強度分布は寸法効果の影響より次式となる。

$$F_3(S_m) = 1 - \{1 - F_2(S_m)\}^{m_s V_m} = 1 - \exp\left\{-m_s V_m \left(\frac{S_m}{\beta_m}\right)^{\alpha_m}\right\} \quad (8)$$

$$F_4(S_{P_i}) = 1 - \{1 - F_1(S_{P_i})\}^{m_s V_{P_i}} = 1 - \exp\left\{-m_s V_{P_i} \left(\frac{S_{P_i}}{\xi_{P_i} e^{-\zeta_{P_i} V_{P_i}} \beta_{P_i}}\right)^{\alpha_{P_i}}\right\} \quad (9)$$

これよりマトリックス, 各種粒子の最弱強度の平均値分散は次式となる。マトリックスに対しては

$$\mu_{S_m} = \beta_m m_s^{-1/\alpha_m} \Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha_m}\right) V_m^{-1/\alpha_m} \quad (10)$$

$$\sigma_{S_m}^2 = \beta_m^2 m_s^{-2/\alpha_m} \left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{\alpha_m}\right) - \left\{ \Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha_m}\right) \right\}^2 \right] V_m^{-2/\alpha_m} \quad (11)$$

粒子 (i) に対しては

$$\mu_{S_{P_i}} = \xi_{P_i} m_s^{-1/\alpha_{P_i}} \Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha_{P_i}}\right) e^{-\zeta_{P_i} V_{P_i}} V_{P_i}^{-1/\alpha_{P_i}} \quad (12)$$

$$\sigma_{S_{P_i}}^2 = \xi_{P_i}^2 m_s^{-2/\alpha_{P_i}} \left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{\alpha_{P_i}}\right) - \left\{ \Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha_{P_i}}\right) \right\}^2 \right] e^{-2\zeta_{P_i} V_{P_i}} V_{P_i}^{-2/\alpha_{P_i}} \quad (13)$$

ここで $\zeta_{P_i} = 0$ の場合, 粒子の寸法効果のみを考慮した強度分布となる。

つぎに断面要素の破壊は, 各要素のもつ破断ひずみの中で最小値をもつ要素から起り, 全体の崩壊につながるものとする。レジソルタルのようなぜい性材料の場合, 最弱要素の破壊時における試験片の負荷応

力が本材料の強度とほぼ一致すると考えられるため、最弱要素の破壊時における他要素に生じている負荷応力を求める必要がある。レジンモルタルにおける各構成素材は、引張荷重を受ける場合ぜい性破壊を起す材料であるため、構成素材の破壊強度と破断ひずみとの関係を次式で表すものと考えられる。マトリックスおよび粒子 (i) のもつ破断ひずみを ε_m , ε_{P_i} , ヤング率を E_m , E_{P_i} とすると

$$\varepsilon_m = \frac{S_m}{E_m}, \quad \varepsilon_{P_i} = \frac{S_{P_i}}{E_{P_i}} \quad (14)$$

また粒子の中で、最小の平均破断ひずみをもつ粒子を j 粒子とし、ひずみを $\mu_{\varepsilon_{\min}}$ で示すと、断面要素の中の最弱要素が破壊するとき各構成素材の負担している応力は次式で表されるものと考えられる。

$$S_m^* = S_m \cdot \frac{\mu_{\varepsilon_{\min}}}{\mu_{\varepsilon_m}}, \quad S_{P_i}^* = S_{P_i} \cdot \frac{\mu_{\varepsilon_{\min}}}{\mu_{\varepsilon_{P_i}}} \quad (i=1, \dots, n) \quad (15)$$

さらに平均値、分散は次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} \mu_{S_m^*} &= \mu_{S_m} \circ \left(\frac{\mu_{\varepsilon_{\min}}}{\mu_{\varepsilon_m}} \right) \\ \mu_{S_{P_i}^*} &= \mu_{S_{P_i}} \circ \left(\frac{\mu_{\varepsilon_{\min}}}{\mu_{\varepsilon_{P_i}}} \right) \quad (i=1, \dots, n, i \neq j) \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{S_m^*}^2 &= \sigma_{S_m}^2 \circ \left(\frac{\mu_{\varepsilon_{\min}}}{\mu_{\varepsilon_m}} \right)^2 \\ \sigma_{S_{P_i}^*}^2 &= \sigma_{S_{P_i}}^2 \circ \left(\frac{\mu_{\varepsilon_{\min}}}{\mu_{\varepsilon_{P_i}}} \right)^2 \quad (i=1, \dots, n, i \neq j) \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

$$\mu_{S_{P_j}^*} = \mu_{S_{P_j}}, \quad \sigma_{S_{P_j}^*}^2 = \sigma_{S_{P_j}}^2 \quad (18)$$

ここで $\mu_{S_m}^{\circ}$, $\mu_{S_{P_i}}^{\circ}$, $\sigma_{S_m}^2$, $\sigma_{S_{P_i}}^2$ は(4)~(7)式より得られ、 $\mu_{S_{P_j}}$, $\sigma_{S_{P_j}}^2$ は(12), (13)式より求められる。また、 μ_{ε} は(14)式から得られるが、構成素材のヤング率の変動係数は破壊強度のそれに比べ一般に小さいため、簡単化のためヤング率は材料定数として取り扱ふと、(14)式から次式が得られる。

$$\mu_{\varepsilon_m} = \frac{\mu_{S_m}^{\circ}}{E_m}, \quad \mu_{\varepsilon_{P_i}} = \frac{\mu_{S_{P_i}}^{\circ}}{E_{P_i}} \quad (19)$$

さらに $\mu_{\varepsilon_{\min}}$ は次式に示す各構成素材の最弱強度から得られるひずみの中の最小値で表される。

$$\mu_{\varepsilon_{\min}} = \text{Min.} \left(\frac{\mu_{S_m}}{E_m}, \frac{\mu_{S_{P_1}}}{E_{P_1}}, \dots, \frac{\mu_{S_{P_n}}}{E_{P_n}} \right) \quad (20)$$

つぎに断面要素の引張破断強度 s は各構成素材が複合則に従うものと考えたと、次式で表される。

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{m_s} \left(S_m^* m_m + \sum_{i=1}^n S_{P_i}^* \cdot m_{P_i} \right) \\ &= \frac{1}{m_s} \left\{ S_m^* \left(m_s - \sum_{i=1}^n m_{P_i} - m_v \right) + \sum_{i=1}^n S_{P_i}^* m_{P_i} \right\} \end{aligned} \quad (21)$$

ここで、 $m_m = m_s V_m$, $m_{P_i} = m_s V_{P_i}$, $m_v = m_s V_v$ 引張破断強度 s の平均値、分散を求めるために(21)式を各平均値 $\mu_{S_m^*}$, $\mu_{V_{P_i}^*}$, $\mu_{m_{P_i}}$, μ_{m_v} の近傍でテーラ展開し、偏差 $(S_m^* - \mu_{S_m^*})$, $(S_{P_i}^* - \mu_{S_{P_i}^*})$, $(m_{P_i} - \mu_{m_{P_i}})$, $(m_v - \mu_{m_v})$ の2次以上の項を無視し、各変数が独立で

あると考えると、 s の平均値 μ_{S_V} 分散 $\sigma_{S_V}^2$ は近似的に次式で表される。

$$\mu_{S_U} = \frac{1}{m_s} \left\{ \mu_{S_m^*} \left(m_s - \sum_{i=1}^n \mu_{m_{P_i}} - \mu_{m_v} \right) + \sum_{i=1}^n \mu_{S_{P_i}^*} \mu_{m_{P_i}} \right\} \quad (22)$$

$$\sigma_{S_U}^2 = \frac{1}{m_s^2} \left\{ \sigma_{S_m^*}^2 \cdot K_{S_m} + \sum_{i=1}^n \sigma_{S_{P_i}^*}^2 \cdot K_{S_{P_i}} + \sum_{i=1}^n \sigma_{m_{P_i}}^2 \cdot K_{m_{P_i}} + \sigma_{m_v}^2 \cdot K_{m_v} \right\} \quad (23)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} K_{S_m} &= \left(m_s - \sum_{i=1}^n \mu_{m_{P_i}} - \mu_{m_v} \right)^2 \\ K_{S_{P_i}} &= \mu_{m_{P_i}}^2 \\ K_{m_{P_i}} &= (\mu_{S_{P_i}^*} - \mu_{S_m^*})^2 \\ K_{m_v} &= \mu_{S_m^*}^2 \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

また m_{P_i} , m_v は独立で多項分布に従うものと考えられるので、

$$\left. \begin{aligned} \mu_{m_{P_i}} &= m_s V_{P_i} \\ \sigma_{m_{P_i}}^2 &= m_s V_{P_i} (1 - V_{P_i}) \\ \mu_{m_v} &= m_s V_v \\ \sigma_{m_v}^2 &= m_s V_v (1 - V_v) \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

(16)~(18), (25)式を(22), (23)式に代入することにより、基準断面要素の引張破断強度の平均値、分散が得られる。そして基準断面要素の引張破断強度 s の強度分布を(22), (23)式に示す平均値、分散をもつワイブル分布 $G_1(s)$ と考える。ワイブル分布は、形状母数が2.5以上であると正規分布(変動係数40%以下)と極めて良い近似を示すこと、および寸法効果が簡単に表されることなどの理由より採用するものである。

$$G_1(s) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{s}{\beta_U} \right)^{\alpha} \right] \quad (26)$$

ここで α , β_U は次式より求める。

$$\left(\frac{\sigma_{S_U}}{\mu_{S_U}} \right)^2 = \left[\Gamma \left(1 + \frac{1}{\alpha} \right) \right]^{-2} \cdot \left[\Gamma \left(1 + \frac{2}{\alpha} \right) - \left[\Gamma \left(1 + \frac{1}{\alpha} \right) \right]^2 \right] \quad (27)$$

$$\mu_{S_U} = \beta_U \Gamma \left(1 + \frac{1}{\alpha} \right) \quad (28)$$

2・3 試験片の強度理論

レジンモルタル等のぜい性材料の引張強度を求める場合、圧裂試験によらないときにはチャック部の影響を考慮してダンベル型の試験片を用いることが多い。そこで Fig.1 に示すような試験片を用いた場合断面積が均一でないため各断面要素に生じている負荷応力は一様とはならない。そこでまず試験片全体の破断強度の分布関数を $G_2(s)$ とおき、risk of rupture B の値を求める。³⁾ ここで B は次式で表される。

$$B = -\ln \{ 1 - G_2(s) \} \quad (29)$$

今回のごとき不均一応力分布に対しては、 B の値を微

小体積要素について考え, それを積分することによって試験片全体の B の値を得ることができる. まず各断面要素に生じている負荷応力分布を考える. 試験片を Fig. 2 に示すように三つの部分に分け, 曲線部のところは $m_r = (l_r/l_p)$ 個の短冊におき換えて考えると, 各断面要素に生じている負荷応力は次式となる.

$$(1) \quad 0 \leq x < l_{s1} : S_{l_{s1}} = S \quad (30)$$

$$(2) \quad l_{s1} \leq x < (l_{s1} + l_r) : S_{l_r} = -\frac{S}{C_K} (K=1, \dots, m_r) \quad (31)$$

$$\text{ここで } C_K = 1 + \frac{a_K}{b_1}$$

$$a_K = r \left\{ 1 - \sqrt{1 - \left(\frac{K l_r}{m_r r} \right)^2} \right\}$$

$$(3) \quad (l_{s1} + l_r) \leq x < (l_{s1} + l_r + l_{s2}) : S_{l_{s2}} = \frac{S}{C_S} \quad (32)$$

$$\text{ここで } C_S = \frac{b_2}{b_1}$$

ゆえに risk of rupture B の値は次式で表される.

$$\begin{aligned} B &= \frac{2}{l_p \cdot b_1} \int_{l_t} \int_{b_2} -\ln(1 - G_1(s)) db \cdot dl \\ &= \frac{2}{l_p \cdot b_1} \int_{l_t} \int_{b_2} \left(\frac{S}{\beta_U} \right)^\alpha db \cdot dl \\ &= \frac{2}{l_p \cdot b_1} \left\{ l_{s1} b_1 \left(\frac{S}{\beta_U} \right)^\alpha + \sum_{k=1}^{m_r} l_p C_K b_1 \left(\frac{S}{C_K \beta_U} \right)^\alpha \right. \\ &\quad \left. + l_{s2} C_S b_1 \left(\frac{S}{C_S \beta_U} \right)^\alpha \right\} = 2\gamma \left(\frac{S}{\beta_U} \right)^\alpha \quad (33) \end{aligned}$$

ここで γ は試験片形状によりきまる形状係数で次式で表される.

$$\gamma = \left(\frac{l_{s1}}{l_p} \right) + \sum_{k=1}^{m_r} \left(\frac{1}{C_K} \right)^{(\alpha-1)} + \left(\frac{l_{s2}}{l_p} \right) \left(\frac{1}{C_S} \right)^{(\alpha-1)} \quad (34)$$

これより試験片全体の破断強度の分布関数は次式となる.

$$\begin{aligned} G_2(s) &= 1 - \exp(-B) \\ &= 1 - \exp \left[- \left(\frac{S}{\beta} \right)^\alpha \right] \quad (35) \end{aligned}$$

$$\text{ここで } \beta = \beta_U \left(\frac{1}{2\gamma} \right)^{1/\alpha}$$

さらに平均値, 分散は次式となる.

$$\mu_S = \beta \Gamma \left(1 + \frac{1}{\alpha} \right) \quad (36)$$

Fig. 2. Explanation of symbols in specimen.

$$\sigma_s^2 = \beta^2 \left[\Gamma \left(1 + \frac{2}{\alpha} \right) - \left\{ \Gamma \left(1 + \frac{1}{\alpha} \right) \right\}^2 \right] \quad (37)$$

3 使用材料および実験方法

3・1 使用材料

本研究に用いたレジンモルタルは, マトリックスとして不飽和ポリエステル樹脂, 増量材として細砂, そして増粘剤として炭酸カルシウムから構成されており, 構成素材の組成を Table I に示す. なおこの表の中にはボイドの含有率は含めていない. また硬化剤, 促進剤の含有率は樹脂の中に含まれている. 本実験においては, 樹脂と炭酸カルシウムの比率 (重量) を 1 : 1 とし, 砂量を変化させた試験片を製作した. 今回用いた樹脂は不飽和ポリエステル樹脂 (ポリマー #3208, 武田薬品) で硬化剤はメチルエチルケトンパーオキサイド (MEKPO), 促進剤はナフテン酸コバルト (Co) で重量配合比は樹脂に対し MEKPO : 0.5%, Co : 0.3% (RM-1~2), MEKPO : 0.5%, Co : 0.6% (RM-3~7) である. 細砂は豊浦標準砂を用いた. また細砂および炭酸カルシウムの平均粒径はおおの 0.180 mm, 0.0085 mm である. 細砂の場合には顕微鏡測定, 炭酸カルシウムはアンドリアゼンビペットによる液体沈降法に基づくものである. また比重は樹脂 : 1.19, 炭酸カルシウム : 2.69, 細砂 : 2.65 の値を用いた.

Table I. Composition of resin mortar.

Mark	Mix proportion wt (vol.) (%)		
	Resin	CaCO ₃	Sand
RM-1	100 (100)	0	0
RM-2	50 (69.4)	50 (30.6)	0
RM-3	40 (59.9)	40 (26.6)	20 (13.5)
RM-4	33 (52.6)	33 (23.1)	34 (24.3)
RM-5	29 (47.7)	29 (21.2)	42 (31.1)
RM-6	17 (31.5)	17 (13.9)	66 (54.6)
RM-7	12 (23.2)	12 (10.3)	76 (66.5)

3・2 成型方法

RM-1~2 の場合, 樹脂に促進剤, 硬化剤, (RM-2 はさらに炭酸カルシウム) を加えて混合し, 真空脱泡して後, 型枠 (25 cm × 25 cm × 10 mm) に流し込み, 常温でゲル化後 100℃, 2 時間のアフタキュアを行う. RM-3~7 の場合, 高温乾燥器で乾燥された細砂と炭酸カルシウムをよく混ぜ, 促進剤, 硬化剤を混入した樹脂をさらに混合させ, 前述の型枠に流し込み, 手で振動させて脱泡後, 蓋をする. 硬化方法は前述と同じである. 成型品にはボイドが存在する. 成形材料を任意の断面で切断し, その断面に表れたボイドの切断面をすべて円とし, ボイドはすべて大きさの等しい球とみなすと, 測定した切断面の直径から, 球とみなし

Fig. 3. Relation between void content and sand content.

たボイドの直径を推定し、単位体積におけるボイドの個数と推定直径からボイドの体積含有率を求める。この方法で得られたボイドと細砂の体積含有率の関係を Fig. 3 に示す。図中に示す実線は後述の計算に用いた計算式であって次式に示す。

$$V_v = \frac{1}{1.020} V_{sand}^2 \quad (38)$$

3.3 実験方法

本実験で使用した試験片形状を Fig. 4 に示す。試験片製作に関してはダイヤモンドカッターとフライス盤を用いて切削した後ペーパー仕上げを行った。静的引張試験はインストロン型万能試験機を用い、クロスヘッドの負荷速度は 1.5 mm/min である。レジンモルタルのような脆性材料の引張試験の場合、曲げの影響

Fig. 4. Configuration of specimen.

は極力さけなければならないが、本実験ではチャックはユニバーサルジョイントで接続されており、実験に先立ち、試験片の両側にひずみゲージを貼り、曲げによるひずみが引張りのそれに対して無視できることを確認した。つぎにヤング率の測定は $200 \times 30 \times 10$ (mm) の短冊型の試験片にひずみゲージ (ゲージ長 5 mm) を両面に貼り、初期の弾性率の測定を行った。

4 実験結果および考察

Table II に本実験で得られた引張試験結果を示す。これより本材料は変動係数が10%以上であり、ばらつきの大きい材料であることが分る。Fig. 5 に RM-1, RM-2 の引張強度と破壊確率の実験結果を示す。図中の実線はワイブル確率紙上で最小2乗法を用いて求め

Table II. Test results of resin mortar.

Mark	RM-1	RM-2	RM-3	RM-4	RM-5	RM-6	RM-7
Mean	3.28	4.24	3.32	2.71	2.30	1.36	0.63
Standard deviation	0.355	0.763	0.340	0.419	0.430	0.346	0.228
Coefficient of variance	0.108	0.180	0.102	0.155	0.187	0.254	0.362

たものである。その結果、RM-1 の場合形状母数、尺度母数はそれぞれ $\alpha=9.78$, $\beta=3.44$, RM-2 は $\alpha=5.24$, $\beta=4.61$ である。また Fig. 6 には構成素材の組成と弾性率との関係を示す。粒子の増加とともに弾性率も大きくなる。Fig. 7 に破断面の写真を示す。(A) は RM-2 であるが、レジンと炭酸カルシウムの複合材料の破面は非常に凹凸が激しく、炭酸カルシウムは界面破壊によるものが多い。(B) は RM-4 で砂量が少いものであるが細砂の界面破壊による引抜けの状態が多く見られる。(C) は RM-6 で砂量が多い場合で、細砂の破壊も多くみられる。またボイドも多く存在する。破壊が最弱層で起り、き裂進展の過程で細砂の破壊が多く生じるためと考えることができる。

つぎに、RM-1 の実験結果より、樹脂板の基準断面要素における強度を計算することができる。その際試

Fig. 5. Relation between probability of failure and tensile strength of RM-1, RM-2.

Fig. 6. Relation between young modulus and sand content.

Fig. 7. Micrograph of fracture surface.

験片形状係数 γ (34式) を計算する必要があるが, 本実験において, Fig. 2 における各数値は $b_1=5.5$ mm, $b_2=7.5$ mm, $r=37.5$ mm, $l_{s1}=0$, $l_r=12.08$ mm, $l_{s2}=17.92$ mm, $l_p=0.18$ mm を用いた. この結果から基準断面要素のマトリックスの最弱強度分布は(8式より次式となる.

$$F_3(S_m) = 1 - \exp \left\{ -V_m \left(\frac{S_m}{5.34} \right)^{9.78} \right\} \quad (39)$$

ここで $m_s=3395$ を用いると(2式)において $\beta_m=12.26$ となる. また基準断面要素におけるマトリックスの最弱強度の平均値と分散は(10), (11式より次式となる.

$$\mu_{S_m} = 5.075 V_m^{-1/9.78}, \quad \sigma_{S_m}^2 = 0.389 V_m^{-2/9.78} \quad (40)$$

また(14式)を用いて樹脂の破断ひずみの平均値を求めると,

$$\mu_{\epsilon_m} = 0.00976 V_m^{-1/9.78} \quad (41)$$

つぎに RM-2 の破断強度, ヤング率の測定結果より, 基準断面要素の最弱強度の平均値, 分散, 破断ひずみを RM-1 の場合と同じ手法で求める. 一方, この破断ひずみにおける $\mu_{S_m}^*$, $\sigma_{S_m}^*$ を(16), (17式より求め, これらの値を(22), (23式)に代入して, 炭酸カルシウムの破壊強度平均値, 分散を求めることができる. なお, この以後の記述で炭酸カルシウムを P_c , 砂を P_s で表すものとする.

$$\mu_{S_{P_c}} = 17.94 V_{P_c}^{-1/3.63}, \quad \sigma_{S_{P_c}}^2 = 30.15 V_{P_c}^{-2/3.63} \quad (42)$$

さらに炭酸カルシウムの最弱強度分布は

$$F_4(S_{P_c}) = 1 - \exp \left[-V_{P_c} \cdot \left(\frac{S_{P_c}}{19.28} \right)^{3.63} \right] \quad (43)$$

これより(1式)において $\beta_{P_c}=43.89$ となる. なおここで $\zeta_{P_c}=0$ としている. 本研究では, Fig. 1 に示すように, 断面要素を各素材の並列モデルと考えているため, 一般的に樹脂, 炭酸カルシウム, 砂が混合している場合, 断面要素のヤング率 E_D は次式で表すことができる.

$$E_D = E_m \cdot V_m + E_{P_c} \cdot V_{P_c} + E_{P_s} V_{P_s} \quad (44)$$

(44式)を用いて炭酸カルシウムのヤング率を求め, (14式)を用いて, 炭酸カルシウムの破断ひずみの平均値を求

めると,

$$\mu_{\epsilon_{P_c}} = 0.00635 V_{P_c}^{-1/3.63} \quad (45)$$

つぎに砂の強度分布を調べるには, RM-2 の場合と同様に, 任意の配合比をもつ試験片の破断強度, ヤング率の測定から断面要素の破断強度の平均値, 分散・破断ひずみを求める. (16), (17式より $\mu_{S_m}^*$, $\sigma_{S_m}^*$, $\mu_{S_{P_n}}^*$, $\sigma_{S_{P_n}}^*$ を算出し, (22), (23式より砂の平均値, 分散を算出する. 一方, (44式より砂のヤング率を求め, 砂の破断ひずみを算出することができる. 本研究においては RM-3~7 の試験片の測定結果に合致するように(9式)における定数 ξ_{PS} , ζ_{PS} , α_{PS} を決定した. その結果を記すと次式となる.

$$\left. \begin{aligned} \mu_{S_{PS}} &= 6.60 e^{-0.5V_{PS} V_{PS}^{-1/2.54}}, \\ \sigma_{S_{PS}}^2 &= 7.528 e^{-V_{PS} V_{PS}^{-2/2.54}} \end{aligned} \right\} \quad (46)$$

$$F_4(S_{PS}) = 1 - \exp \left[-V_{PS} \left(\frac{S_{PS}}{7.435 e^{-0.5V_{PS}}} \right)^{2.54} \right] \quad (47)$$

$$\mu_{\epsilon_{PS}} = 0.0025 e^{-0.5V_{PS} V_{PS}^{-1/2.54}} \quad (48)$$

Fig. 8 に(41), (45), (48式)に示す樹脂, 炭酸カルシウム, 砂の破断ひずみを表す. 材料の破壊は3者のもつ破断ひずみのうち最小のひずみ(斜線部)で起るものと考えられる. つぎに Fig. 9 に破断強度と破壊確率

Fig. 8. Fracture strain versus sand, CaCO_3 and resin contents.

Fig. 9. Relation between probability of fracture and tensile strength of RM-3~7.

Fig. 10. Tensile strength with reliability versus sand content.

との関係を示す。RM-3~7における実験結果と理論値を比較すると、全般にわたり、かなり良好な一致をみることができる。Fig. 10には破壊確率が0.1, 0.5, 0.9の場合の破壊強度を示す。信頼度が0.1~0.9でほぼ材料のばらつきを包含することができる。なお本計算では劣化効果を表す(3)式を仮定し、 ζ を決定したが、マトリックスと粒子の界面の接着状態を解明することにより、理論的裏付けが必要と考えられる。

5 結 論

レジンモルタルは粒子分散複合材料であると同時に、ぜい性材料でもあるので、その強度のばらつきは大きいものがある。そこで信頼性を含めた材料の強度予測が必要となるが、本研究において以下に示すことが結論として得られた。

(1) 試験片を多くの要素に分割し、各要素に構成素材を含有率の比率に従ってあてはめ、断面要素に複合則と最弱リンク説とを結びつけて適用することにより、レジンモルタルの強度分布をワイブル分布で表現することができ、実験値と良好な一致をみた。

(2) レジンモルタルを構成している粒子のもつ強度を寸法効果、劣化効果を考慮に入れた粒子の体積含有率の関係として表すことができた。

(3) ダンベル型の試験片の場合、最小断面積のみに注目せず、試験片の応力分布を不均一応力分布の場としてとらえ、その影響を形状係数 γ として表現することができた。

今後の課題として、粒子にさらに骨材を混入したレジンコンクリートに対し、本理論を適用して検討することが考えられる。

本研究を遂行するにあたり、試験片材料および製作指導を賜りました武田薬品(株)原田和夫氏、早川雄三氏に厚くお礼申し上げます。また実験および計算にご協力いただきました松木隆志氏(松下電産(株))に感謝の意をささげます。

(昭和51年5月21日 日本材料学会第25期総会学術講演会にて講演)

参 考 文 献

- 1) 岡田 清, 材料, **22**, 2 (1973).
- 2) 藤井太一, 材料, **25**, 927 (1976).
- 3) 上野五郎, 材料試験, **9**, 423 (1960).
- 4) 山口梅太郎, 西松裕一, 岩石力学入門, 101 (1967) 東京大学出版会
- 5) Epstein, B., Technometrics, **2**, 1 (1960).