切欠き材の疲労強度に関する一考察*

中 村 宏** 恒 成 利 康** 公 江 茂 樹**

A Study on Fatigue Strength of Notched Specimen

by

Hiroshi NAKAMURA, Toshiyasu TSUNENARI, Shigeki KOE

(Technical Research Laboratory, Kawasaki Heavy Industries Ltd., Akashi)

For designing various machinery components or structures, it is important to clarify the condition of crack initiation in notched specimens. Now, the local stress state of any place of the parts, from which a crack may initiate, can be calculated comparatively easily by the elasto-plastic analysis with an electronic computer, so that the fatigue life prediction of the components or structures is achieved more accurately.

In this study, fatigue tests have been carried out on both the smooth and notched specimens of annealed S 35 C steel in order to obtain the crack initiation life, and the elasto-plastic calculation has been performed by FEM to find the stress and strain at the notch root. These data were used to discuss the relationship between the stress or strain at the notch root and the crack initiation life.

The results show that, except the fatigue limit, the crack initiation life can be predicted from the stress or strain at the notch root, and that an equation

$$\frac{K_t-1}{K_\sigma-1}-1=2\left(\frac{K_t-1}{K_\sigma-1}-1\right)$$

is convenient to estimate the fatigue strength of the notched specimen from both $S-N$ curve and $\sigma-\epsilon$ curve of the material. (Received Jan. 6, 1978)

キー・ワード：切欠き材の疲労，き裂発生，切欠き底の応力とひずみ，塑性応力集中度

1 結 言

機械や構造物はその性能をみたすとともに使用期間中に破壊を生じないように設計されねばならない。製品の強度を最も正確に保証するためには実物について実環境下で長時間実働荷重試験を実施しなければならないが，例えば試験装置や時間などの制約から実際にこれを行うのは非常に困難である。したがって模型あるいは試験片で実験を行い，その結果をうまく実物に適用するという方法をとらざるを得ない。この方法により寿命推定法を求めるために，これまでに外力の測定¹⁾，応力解析²⁾，疲労試験，寿命計算³⁾などが行われ，多くの検討がなされてきている。これらの方法を形状的な効果も考慮して発展させるため，機械や構造物にほとんど必然的に導入され，多くの疲労破壊の原因となる切欠きに着目し，その力学的および疲労の特性を明らかにしようと試みた。

切欠き部の強度に関してこれまでいろいろな観点から研究がなされてきており，主として形状係数や切欠

き寸法等を考慮してき裂発生寿命を捉えたものが多いが，切欠き底の弾塑性挙動にまで立入って調べたものは比較的少いようである。最近は有限要素法 (FEM) による弾塑性解析が行えるようになったので実用的にも切欠き底の力学的挙動を推測することが可能になってきている。

そこで切欠き部の力学的挙動に注目し，外部応力と切欠き底の応力およびひずみの関係，ならびにこれらとき裂発生寿命の関係を検討した。また弾塑性解析を行わずに形状係数 K_t と応力-ひずみ関係を与えて切欠き底の応力とひずみを得る簡便式，すなわち Neuber の式⁴⁾や修正 Stowell の式の妥当性の検討を弾塑性解析結果を用いて行うとともに，この計算結果を表現できる新しい式の提案を試みた。

2 実 験 方 法

材料には機械や構造物に多く用いられる S 35 C 炭素鋼の丸棒を使用した。その化学成分および機械的性質をそれぞれ Table I, II に示した。試験片は Fig. 1 (a), (b) に示す形状に機械加工した後，表面を 2000 番のエメリ紙で研摩仕上げした。その後，表面加工層の影

* 原稿受理 昭和53年1月6日

** 正 会 員 川崎重工業(株)技術研究所 明石市川崎町

Table I. Chemical compositions (wt %).

Material	C	Si	Mn	P	S
S35C	0.35	0.25	0.69	0.020	0.019

Table II. Mechanical properties.

Material		Yield strength (kg/mm ²)		U. T. S.	Elongation(%)		Reduction of area (%)
		Upper	Lower	(kg/ mm ²)	G.L. =50	G.L. =35	
S35C	AS re- ceived	37.4	35.9	59.7	26.5	32.6	56.4
	An- nealed	32.4	30.9	53.8	29.8	35.9	59.9

Fig. 1. Shape of specimens.

Fig. 2. Distribution of hardness near specimen surface.

響を除去するため 750℃で1時間真空焼なましを施して実験に供した。焼なまし前後の表面近傍のマイクロビッカース硬度分布を Fig.2 に示しており、この焼なましによりほぼ均一な硬度分布が得られているので加工硬化層は消失したと考えられる。切欠き試験片はき裂の長さを観察しやすいよう板状として側面に切欠きをつけた。その寸法および K_t を Peterson の線図と FEM により求めて、Table III に示した。なお K_t としては以後 FEM で得た値を示す。

き裂発生繰返し数はき裂の定義によって異なるが本実験では100倍の光学顕微鏡で観察できるき裂が発生したときと定めた。確認できるき裂長さは最小値で

Table III. Notch size and K_t .

Specimen	Notch root radius (mm)	Stress conc. factor	
		Peterson	FEM
Smooth	50	1.04	—
Notched	1.0	3.0	3.33
	0.28	5.1	5.84
	0.11	7.8	8.76

0.02~0.03 mm であったので、き裂長さが 0.03 mm になる繰返し数をき裂発生とした。なおき裂の検出は試験片にアセチル・セルロースフィルムを貼付してレプリカをとり顕微鏡で観察して行った。また 0.03mm の長さのき裂を見逃したときもき裂発生繰返し数をできるだけ正確に得るため、き裂進展曲線を作成し、その曲線を延長してき裂長さが 0.03 mm に対応する繰返し数をもってき裂発生繰返し数とした。応力とひずみの関係は平滑試験片に抵抗線ひずみゲージを貼付しておき疲労試験中にときどき試験を中断し、応力振幅を漸減、漸増させてそのときの応力値に対応する試験片のひずみを計測して得た。なお応力-ひずみ関係の計測時の繰返し速度は計測器の特性から 0.1 Hz とした。

疲労試験には容量10トンの電気油圧サーボ式疲労試験機を用い、一定振幅完全両振引張圧縮荷重を負荷して試験した。繰返し速度は発熱により試験片の温度が過度に上昇しないよう形状と荷重レベルに応じて 2~20 Hz に変化させた。また試験片を試験機に取り付けるとき、偏心を避けるため、試験片の相隣る2側面にひずみゲージを長手方向に貼付し、そのひずみ出力が零を保つよう注意して固定した。軸荷重は零に保ったままなのでこの方法により曲げを除くことができる。

3 試験結果

材料の力学特性は疲労試験中に変化することが一般に認められている。疲労損傷はしばしば塑性ひずみ幅 $\Delta \epsilon_p$ を用いて論じられるが⁷⁾、この値の疲労試験中の変化を示したのが Fig.3 である。繰返し数比 N/N_f が初期の数%以内の領域で急激に増加して最大値をとり以後は徐々に減少する。その減少の程度は負荷応力が大きい程大きくなっている。なお、平均ひずみ ϵ_m の連続計測は行っていないが両振であるため変化は小さいようであった。一定応力振幅試験の途中で一時試験を中断し、そのときの応力振幅 σ_a と塑性ひずみ振幅 $\Delta \epsilon_p/2$ の関係を応力振幅を徐々に減少させて求めると Fig.4 のようになり、疲労限より大きな応力の範囲で、多くの試験片に対する繰返し初期の平均的な関係式 $\sigma_a = 73.1 \epsilon_p^{0.147}$ ($\epsilon_p = \Delta \epsilon_p/2$) が得られる。ただし図から

Fig. 3. Variation of $\Delta\epsilon_p$ with stress cycles. Fig. 4. Relation between σ_a and $\Delta\epsilon_p$.

もわかるように σ_a - ϵ_p 関係は応力レベルや繰返し回数などの負荷履歴の影響を受け、かなりのばらつき幅をもつのでこれを一義的に決めるのは困難である。

延性金属材料の疲労寿命は塑性ひずみで整理するのが妥当と思われるが、強度設計など実用上は全ひずみで整理の方が便利ことが多い。そこで Fig. 4 と同じデータをひずみ振幅 ϵ_a と $\Delta\epsilon_p$ で示すと Fig. 5 のように疲労試験初期の塑性ひずみが非常に小さい領域を除くと、 ϵ_a と $\Delta\epsilon_p$ はほぼ一本の曲線で表現できる。

Fig. 5. Relation between $\Delta\epsilon_p$ and ϵ_a .

なおこの結果は試験を一時中断し短時間に荷重を漸減し、その後、漸増させた場合に得られたものであり、応力振幅を変化させた後、その応力を多数回繰返すと塑性ひずみが徐々に減少して、この関係から外れることに注意を要する。

切欠き試験片の疲労試験を行って繰返し数とき裂長さの関係を求めると Fig. 6 (a), (b), (c) のようになる。これよりき裂発生 (き裂長さ 0.03 mm) およびき裂長さ 0.1, 0.3 mm に対応する S - N_c 線図を求めるとそれぞれ Fig. 7, 8 が得られる。検出するき裂長さが異なると S - N_c 線図は相当に異なることがわかった。

Fig. 3 に示したように平滑材では応力繰返し数とともに塑性ひずみが充分大きくなった後 ($N/N_f > 0.05$) でもかなり変化するのが認められる。一方、切欠き材

Fig. 6. Crack growth diagrams.

Fig. 7. S - N_c or S - N_f curves.

Fig. 8. $S-N_e$ curves at three crack lengths Fig. 9. Variation of ϵ_a with N/N_e in the case of $K_t=3.33$ specimens.

の切欠き底の全ひずみの変化を $K_t=3.33$ の試験片について調べると Fig. 9 に示すようになり、試験のごく初期に増加し、それ以後はほとんど変化せず一定値を保つ傾向がみられる。この結果から応力集中のある部分では変形を周囲の弾性領域によって拘束されるためひずみが一定であるという条件に近くなっていることが確認された。

4 弾塑性解析結果

実験を行った試験片について切欠き底の応力やひずみの挙動を明らかにするため有限要素法により弾塑性解析を行った。プログラムには平板の問題に対する山田らの開発した弾塑性解析プログラムを用いた。その応力-ひずみ関係は $\sigma=c(\alpha+\epsilon_p)^n$ で与えられる。ここに c , α , n は材料定数である。またここではすべて平面応力問題として解いた。要素の分割は自動分割プログラムを用いて行い、切欠き底で精度のよい値を得るため要素を小さくし、最小要素は各切欠き形状について切欠き半径の約 $1/30$ の大きさにした。

計算結果と実験結果の対応を調べるため、1 mm の切欠き半径をもつ $K_t=3.33$ の切欠き試験片の切欠き底にゲージ長さ 0.3 mm の抵抗線ひずみゲージを貼付してひずみを実測した。Fig. 10 は計算結果の公称応力と切欠き底のひずみの関係であり、Fig. 11 は実測の結果である。 K_t は実測の方がやや小さい値となるが、公称応力とひずみの関係はほぼ対応している。したがって計算結果がおおむね実際の切欠き底の状態を表しているといえる。

Fig. 10. Relation between net section stress σ_n and ϵ at notch root by FEM. Fig. 11. Relation between σ_a and ϵ_a at notch root.

公称応力 σ_n と K_t の積と計算結果による塑性ひずみ ϵ_p との関係は Fig. 12 のようになり、 σ_n が約 20 kg/mm² より小さい範囲では $K_t\sigma_n$ と ϵ_p は一本の曲線で表現できる。ただし本計算では、 σ_n が 20 kg/mm² 以上の範囲は含まれていない。もし σ_n がこれより大きな値ではこの曲線からずれてくるであろう。

計算結果を用いて実験結果を整理する方法として、切欠き底の応力やひずみあるいは塑性ひずみと N_e の関係を、平滑材におけるそれら諸量と破断繰返し数 N_f の関係と比較する方法がある。延性金属材料の破断繰返し数は塑性ひずみ幅で良く整理できるとされて

Fig. 12. Relation between $K_t\sigma_n$ and ϵ_p by FEM.

Fig. 13. Relation between $\Delta\epsilon_p$ calculated by FEM and N_c .

いるので、この値で整理した結果を Fig. 13 に示す。平滑材については試験中に $\Delta\epsilon_p$ が変化するので自乗平均値 $\tilde{\Delta\epsilon_p} = \sqrt{\sum \Delta\epsilon_{pi}^2 / N_f}$ を用い、切欠き材については計算結果の値をそのまま用いた。 K_t が 1 から 8 までの値についてはほぼ一本の直線に乗っており、切欠き底の塑性ひずみで良く整理できることになる。なお計算では応力-ひずみ関係を与えているので、 $\Delta\epsilon_p$ のかわりに応力や全ひずみで整理しても同様な結果が得られる。

また公称応力が約 20 kg/mm^2 より小さい範囲で K_t の値にかかわらず $K_t \cdot \sigma_n$ と ϵ_p が良く対応するので、 $K_t \cdot \sigma_n$ と N_c も対応すると考えられる。 Fig. 14 は $K_t \cdot \sigma_n$ と N_c で整理した結果で良い対応が得られている。 Neuber の式から小規模降伏域で導かれる $K_t \cdot \sigma_n = \sqrt{E \cdot \sigma \cdot \epsilon} = D$ なる応力-ひずみ関数を用いて整理する方法が妥当であることも本結果から推測される。

Fig. 14. $K_t \sigma_n - N_c$ curve.

形状係数 K_t 、塑性応力集中率 σ_n 、ひずみ集中率 $K_\epsilon (=E\epsilon/\sigma_n)$ の間の関係は Neuber や Stowell によって提案されており、 K_t と応力-ひずみ関係が与えられれば切欠き底の応力あるいはひずみを知ることができるので実用上も便利である。これらの式の妥当性を本計算結果と比較することによって検討した。 Neuber の式と比較した結果を Fig. 15 に Stowell の式と比較した結果を Fig. 16 に示した。 Fig. 15 では K_t の値による計算点の差は小さいが Neuber の関係式からは外れている。 Fig. 16 では $K_t = 3$ 程度で Stowell の式と一致するようであるが、他の K_t に対しては一致

Fig. 15. Comparison of Neuber's equation with calculated value by FEM.

Fig. 16. Comparison of Stowell's equation with calculated value by FEM.

しない。したがっていずれの式も計算結果を良く表現できるとはいえない。これらの関係式を修正してある程度計算結果を表現できるようにすることは可能である。例えば Neuber の式については

$$K_o \cdot K_\epsilon = K_t^2 \quad (1)$$

を変形して修正し、

$$K_t/K_o - 1 = 2(K_\epsilon/K_t - 1) \quad (2)$$

また Stowell の式についても同様にもの式

$$K_o = 1 + (K_t - 1)K_\epsilon/K_t \quad (3)$$

を変形して修正し

$$(K_t - 1)K_o / \{K_t(K_o - 1)\} - 1 = 2.5(K_\epsilon/K_t - 1) \quad (4)$$

とおけばよい。

著者らは K_t 、 K_o 、 K_ϵ と平滑材の値の 1 が基準になっていることを考慮して整理した。すなわち K_o の変化を $(K_t - 1)/(K_o - 1)$ で、 K_ϵ の変化を $(K_\epsilon - 1)/$

Fig. 17. Proposed equation obtained from FEM calculation.

(K_t-1) で表してグラフにすると, Fig. 17 のようになり, 計算点は K_t の値によらずほぼ一本の直線で表され, その関係式は

$$(K_t-1)/(K_0-1)-1=2\{(K_0-1)/(K_t-1)-1\} \quad (5)$$

となる. またこの式は $K_t=3$ のときには(3)式と一致する.

これらの関係式と疲労試験結果のき裂発生寿命との対応を調べるため切欠き底の最大応力を(1), (3), (5)式と応力-ひずみ関係から求め, これに平滑材の $S-N$ 線図の関係式 $\sigma_a^{12}N_f=7.56 \times 10^{21}$ を用いて N_e との関係を示すと, Fig. 18 のようになる. 実験点は Stowell の式から得られる曲線に近く, 次いで(5)式から得られる曲線に近い所にある. Neuber の式はここで得た N_e の範囲では短寿命側すぎる予想を与えるようである.

Fig. 18. Comparison of the life predicted from each equation with test results.

5 考 察

切欠き材のき裂発生寿命を決める物理量として, ひずみエネルギー¹¹⁾¹²⁾, 応力振幅¹³⁾, 切欠き底のある大きさの領域の応力値などが考えられている. 多くの場合, 切欠き底のき裂発生は切欠き底の応力と等しい応力を負荷した平滑試験片の破断繰返し数と等しい繰返し数でおこると仮定されている. 一方, 切欠き底のある大きさの領域が一定の応力を受けたときき裂が発生するという考え方は, 切欠き底でも弾性応力分布であると考えするため必要になった場合と金属材料は微視的には不連続体であり, 初期のき裂発生は一結晶粒程度の大きさの領域に発生するためとする場合などが考えられる. 後者の場合には切欠きの寸法に関係しており, K_t とは特に関係はない. Frost¹⁵⁾ らはき裂が進展するか停留するかの条件を応力振幅 σ_a とき裂長さ l の関係 $\sigma_a^{3l}=C$ (C は材料定数) で与えており, この考えを平滑材の微視き裂進展条件にまで拡張している. もしこの条件が成立するならば, たとえ材料を連続体と考えると同じ K_t で相似な大小試験片のき裂発生強度は異なる

ことになる.

本実験においては高応力側では K_t の大きな試験片 (したがって切欠き半径は小さい) を含めて, 最大塑性ひずみ幅で整理できるが疲労限については計算で得た塑性ひずみ幅で整理すると平滑材の場合と異り, はるかに高くなっている. これについては上に述べた考え方も含めていくつかの原因が考えられる. 一つは計算で得た応力と実際の応力が鋭い切欠き底では一致しない可能性があること, また生成したき裂長さが検出できる長さより短くて停留している場合, さらに微小領域だけ大ひずみを受けていき裂が発生しないときなどである. これらを明らかにするには大形試験片を用いて実験するなど詳細な検討が必要であろう. しかし設計を対象にする場合にはいろいろな大きさの荷重が負荷されたときのき裂発生やき裂進展に関するデータが必要となるため, 一定応力振幅下の試験結果の検討と同時に変動荷重が負荷されたときの疲労限以下の応力の影響を調べる必要がある.

応力とひずみの関係は荷重履歴により異なるので, 多くのデータの平均的な関係を用いて議論せざるを得ない. 本試験に用いた S35C 焼なまし材は疲労試験の初期を除いて繰返し数に対するひずみの変化が比較的少く応力-ひずみ関係が安定した材料であると思われるが, この場合でも応力レベルによっては繰返し数により塑性ひずみ幅は半分くらいに変化する. 変化後の値を用いると計算結果にどの程度の差がでるかさらに検討する必要がある. また, 例えばクロムモリブデン鋼では荷重履歴によって応力-ひずみ関係が非常に異なることを確認しているが, この場合には一つの関係式で表すことが難しく, このようなときの取扱いも今後検討する必要がある.

6 結 言

S35C 鋼焼なまし材の側面切欠き付平板試験片について引張圧縮両振による疲労試験と有限要素法による弾塑性解析を行ってき裂発生寿命を調べた結果, 次のことが明らかになった.

- (1) 切欠き材のき裂発生寿命は切欠き底の最大塑性ひずみ幅 (あるいは応力) でよく整理でき, その関係式は $\Delta \varepsilon_p^{1.9} \cdot N_e = 0.79$ であった.
- (2) き裂発生に対する疲労限は K_t が大きい程 (すなわち切欠き半径が小さい程) 計算値から予想される値より大きくなる.
- (3) 弾塑性解析結果をよく表現できる形状係数 K_t , 塑性応力集中率 K_σ , ひずみ集中率 K_ε の間の関係式を導いた. すなわち

$$\frac{K_t-1}{K_\sigma-1}-1=2\left(\frac{K_\sigma-1}{K_t-1}-1\right)$$

今後の課題として次のような事柄が考えられる.

(1) 材料によっては応力とひずみの関係式が負荷履歴によって非常に異なるが、この材料が複雑な波形の荷重を受けるとき、切欠き底の応力状態を求めるためにどのような関係式を用いればよいか。

(2) 変動荷重下の疲労損傷を疲労限以下の応力も含めてどのように算出するか。

(3) 溶接材のように切欠き部分の位置によって材質が異なるとき、切欠き部の応力状態がどう表せるか。

などを検討し、構造物のランダム波形下の疲労寿命推定法を確立するよう試みるつもりである。

(昭和52年11月12日 日本機械学会創立80周年記念関西支部学術講演会にて講演)

参 考 文 献

- 1) 例えば、中村 宏、田中真一著，“機械の疲れ寿命算出法”(1972) 養賢堂
- 2) 例えば、蔦 紀夫、山地成一，第233回機械学会関西支部講演論文集(1975)。
- 3) 中村 宏、堀川 武，機械の研究，連載講座“機械部品および構造部材の疲れ寿命推定法”，第27巻，第7号(1975)。
- 4) Neuber, H., Trans. ASME, Series E, 28-4 (1961).
- 5) Stowell, E. Z., NACA TN2073 (1950).
- 6) Peterson, R. E., “Stress Concentration Design Factors” (1953) John Wiley & Sons, Inc.
- 7) 例えば、菊川 真，大路清嗣，鎌田敬雄，城野政弘，日本機械学会誌，**70**，1495 (1967)。
- 8) 山田嘉昭，コンピュータによる構造工学講座“塑性，粘弾性”(1975) 培風館
- 9) 中村 宏，堀川 武，機械の研究，**27-7**，949 (1975)。
- 10) Topper, T. H., R. M. Wetzell, and J. D. Morrow, J. of Mat., Vol.4, No.1, (1969)。
- 11) 中村 宏，鉄道業務研究資料，第13巻，第1号 (1956)。
- 12) 飯田国広，高 允宝，日本造船学会論文集，**134**，371 (1973)。
- 13) 例えば，遠藤 賢，松原芳矩，川治光明，川崎技報，52号，235 (1973)。
- 14) 石橋 正，“金属の疲労と破壊の防止”(1954) 養賢堂
- 15) Frost, N. E., K. J. Marsh, and L. P. Pook, “Metal Fatigue”, Clarendon Press, Oxford (1974)。