鋼の切欠き材に対する耐久限度近傍の 疲労寿命分布とその統計的推定*

山 田 敏 郎** 曾 我 美 晋*** 川 村 大 助****

Statistical Evaluation of Fatigue Lives at and near Fatigue Limit for Notched Specimens of Steel and their Life Distributions

by

Toshiro YAMADA

(Faculty of Engineering, Kyoto University, Kyoto)

Susumu SOGAMI

(Mitsubishi Heavy Industries, Ltd., Hiroshima)

and Daisuke KAWAMURA

(Sumitomosemitsu Industries, Ltd., Amagasaki)

Repeated rotating bending fatigue tests were carried out on the notched specimens of Cr-Mo steel, SCM 4, especially at and near its fatigue limit, and its statistical fatigue properties were investigated. The distributions of the number, depth and length of microcracks being developed were determined at various steps of fatigue lives, and the distribution shapes of fatigue lives were obtained.

A new model which can explain the statistical properties of microcracks and fatigue lives was proposed, and a new method to evaluate the distribution of lives at and near the fatigue limit was established. The new method was essentially based on the consideration of properties of microcracks and the distribution of crystallographical properties. This new method of statistical evaluation presents the so-called variable finite extreme value distribution function.

The tested lives were analysed by this evaluation method. It was revealed that the distributions of lives calculated at and near the fatigue limit were in good agreement with the test results.

(Received June 26, 1978)

キー・ワード：耐久限度，寿命分布，統計処理，微視き裂，停留き裂

1 緒 言

一般に鋼材は疲労耐久限度を有し，その近傍における疲労寿命のばらつきは相当大である。かつ耐久限度近傍における寿命分布の形は未定であり，また耐久限度をいかなる定義に基づいて決定すればよいかという問題等に関しても，いまだ理論的な解明はされていない。これらの問題を解決することは，現在の機械の強度設計が主として耐久限度を基準強度としている現状にかんがみ，安全率のとり方等に確率統計的根拠を与えることになり，機械設計の進歩に大きく寄与するものと思われる。

本論文においては，日本材料学会疲労部門委員会

共通材料として採用したクロムモリブデン鋼第4種(SCM 4)の調質材の切欠き試験片を用い，その疲労き裂の進展過程，特に耐久限度近傍におけるき裂分布，停留き裂の様相を詳細に観察し，き裂の進展，分布と疲労寿命の分布との関連を求め，疲労寿命分布の関数形を提案することとする。

2 切欠き材における疲労き裂と耐久限度

鋼材では，その耐久限度近傍において切欠き材のみならず一部の鋼材（リムド鋼等）においては，平滑材に対しても停留き裂が発生する。

き裂の発生とその初期の進展は，主として試片表面におけるすべり面に沿うせん断形のき裂の発生，およびその数結晶粒にわたる進展と考えられる（第一段階き裂と総称する）。すなわち結晶学的特性に支配されるき裂とみなされる。その後き裂は主応力と直角な面に沿って進展する非結晶学的なき裂（第二段階き裂）

* 原稿受理 昭和53年6月26日

** 正 会 員 京都大学工学部 京都市左京区吉田本町

*** 正 会 員 三菱重工業(株) 広島市観音新町

**** 住友精密工業(株) 尼崎市西長州本通

に発展する。

第二段階き裂は線型破壊力学の取扱いが可能であると考えられるものであって、決定論的な解析が可能とされている。しかるに一定荷重の場合寿命の長い範囲ではこの第二段階の全寿命に占める割合は低く、第一段階のき裂の特性より試片の寿命とばらつきが決定されると考えられる。かつ、この第一段階のき裂はその寸法が小さく、応力拡大係数等による解析が困難であり、非結晶学的なき裂停留理論を適用することが困難である。したがって、長寿命域における疲労強度およびその統計的性質を究明するためには、結晶学的特性に主として支配される第一段階き裂の確率統計的性質を究明する必要がある。

3 実験方法

使用した材料はクロムモリブデン鋼第4種 (SCM4) であり、850℃で一時間加熱後油焼入れし、その後520℃で一時間加熱後空冷したものである。その化学成分および機械的性質を Table I, II に示す。本材料の金属組織を Fig. 1 (a), (b) に示す。Fig. 1 (a) は旧オーステナイト結晶粒組織を示し、粒直径は約 18μ である。Fig. 1 (b) はその微細構造を示す。

Table I. Chemical composition of test material (wt. %).

C	Si	Mn	P	S	Cr	Mo	Ni	Cu
0.42	0.30	0.65	0.019	0.016	0.90	0.21	0.03	0.02

Table II. Mechanical properties of test material.

Material	Yielding point (kg/mm ²)	Tensile strength (kg/mm ²)	Elongation (%)	Reduction of area (%)	Hardness $H_V(200g)$
SCM 4	116.4	124.0	11.8	59.3	381.9

試験片は熱処理後機械加工を行った。その試験片について電解研磨を行い、切欠き底では約 7μ の表面層を除去した。試験片の形状寸法を Fig. 2 に示す。形状係数 α は 3.4 である。用いた試験機はウェーラー型の片持回転曲げ疲労試験機 (3300 r. p. m.) 4 台である。なお、試験片を先端の振れが 30μ 以内になるよう慎重に取付けた。

4 実験結果

疲労試験結果および S-N 線図を Fig. 3 に示す。S-N 曲線のこう配が非常に大であり、耐久限度近傍では早い寿命で破断する試験片と $10^7 \sim 2 \times 10^7$ の応力繰返しに対しても破断しない試験片の二つの群に分かれている。各応力 16, 15.5, 15 kg/mm² における破断した試験片の本数と試験した総本数とはそれぞれ 11/16, 9/22, 6/17 である。したがって、繰返し数 $N=1 \times 10^7$ において破壊確率約 50% の応力 15.5 kg/mm² を

昭和54年1月

Fig. 1. Microscopic structure of test material.

Fig. 2. Size and shape of the notched specimen.

耐久限度とした。各応力における疲労寿命をワイブル確率紙にプロットした結果を Fig. 4~6 に示す。図中の実線は後述の(11), (13)式を用いた解析により求めた推定分布曲線である。

疲労試験の途中で試験片を取出し、液体窒素ふん囲気中で冷却し、しかる後試験片に衝撃曲げ荷重を加えてぜい性破断を行い、破面に現れたき裂を走査型電子顕微鏡によって観察し、疲労き裂の進展形態を求めた。多く観察された典型的な半円き裂を Fig. 7 に示す。き裂深さが浅く長さが長いき裂も多くみられる。これ

Fig. 3. Test results of rotating bending fatigue tests for notched specimens of steel, SCM-4.

Fig. 4. Distribution of the fatigue lives and their evaluated probability of failure at 16 kg/mm².

Fig. 5. Distribution of the fatigue lives and their evaluated probability of failure at 15.5 kg/mm².

を Fig. 8 に示す。連結したき裂を Fig. 9 に示す。過大応力の場合、例えば応力 17 kg/mm² の場合は、切欠き材に早期に均一の深さ（約 20 μ）のき裂が全周にわたって連結して発生する。次の段階で全周のうちいくつかの部分で横長の舌状の形に深くなり始める。このような舌状のき裂がいくつか競合しあるいは連結し、そのうちのあるものが主き裂に成長するか、あるいはいくつか同時に内部に進行する。

耐久限度 (15.5 kg/mm²) においては、早い時期 (5 × 10⁴, 7 × 10⁴, 1 × 10⁵) において半だ円状の微視き裂

Fig. 6. Distribution of the fatigue lives and their evaluated probability of failure at 15.0 kg/mm².

Fig. 7. Example of micro fatigue crack. (Stress 15.5 kg/mm², $N=1 \times 10^7$)

Fig. 8. Example of long microcrack. (Stress 15.5 kg/mm², $N=5 \times 10^5$)

Fig. 9. Example of connected microcracks. (Stress 15.5 kg/mm², $N=5 \times 10^5$)

が多数並んで発生するが、未だ連結していない。応力繰返し数 $N=2 \times 10^5$ においては、5本の試験片のうち2本の試験片では深さが約 100 μ 前後に達する大きなき裂が1個存在し、1本には3個存在し、他の2本

の試験片については小さな半円状き裂（き裂深さ20 μ 以下）が周上に多数並んでいて、大きなき裂はない。その分布の例を Fig. 10 に示す。さらに $5 \times 10^5 \sim 2 \times$

Fig. 10. Distribution of microcrack depth.

Fig. 11. Crack propagation curves at fatigue limit (15.5 kg/mm²).

10^7 の応力繰返し数の各段階でき裂を観察すると、破断しない試験片ではその微視き裂は成長あるいは連結して行く傾向はなく、停留き裂となっている。き裂の深さ方向の進展模様およびこれより得られる進展曲線を Fig. 11 に示す。同図において、ある試験片では切欠き底に発生した多数の微視き裂のうち、その大部分は白丸群とそれを結ぶ曲線で示されるき裂の進展過程を経てその成長が停止し、停留き裂となり破断しない。一方ある試験片では、黒丸と点線で示したようなき裂の進展過程を経て大きなき裂に成長し、破断に至るものと考えられる。これらの観察より、繰返し数 2×10^5 近傍で進展性をもつある大きさの主き裂が生成する試験片と、これが生成しない試験片とに分かれる。このことは、 $S-N$ 線図 (Fig. 3) において耐久限度近傍の寿命分布は、 $3 \times 10^5 \sim 2 \times 10^6$ の低寿命の試験片群と 1×10^7 以上でも破断しない試験片群とに分かれていることと一致する。破断した試験片では、主き裂は一方方向からのみ成長し、最終破断の位置は試片断面の中央より大きくずれている。

かかる低応力の場合には破断した試験片の断面より、 2×10^5 回程度までに発生したき裂のうちのあるものの一つが成長を続け破断に至っていることがわかる。

応力 15.5 kg/mm² で繰返し数 5×10^4 , 1×10^5 , 2×10^5 , 5×10^5 , 1×10^6 , 3×10^6 , 1×10^7 , 2×10^7 の各段階で、き裂の深さ (a)、長さ (l) およびそれらの個数を求めた。一例として $N = 2 \times 10^7$ における a と l との関係、き裂深さとその数の分布を Fig. 12, 13 に示す。Fig. 12 において、 a と l との関係を示す回帰曲線は次式で示される。

Fig. 12. Depth and length of microcracks.

Fig. 13. Distribution of microcrack depth (stress 15.5 kg/mm², $N=2 \times 10^7$, Weibull distribution is assumed).

$$l = 2.23a^{1.34} \quad (1)$$

Fig. 13 ではき裂深さとその数の分布はワイブル分布をなすことが認められ、形状母数 $\alpha=1$ 、尺度母数 $\beta=5.21$ 、位置母数 $\gamma=1.14\mu$ である。

耐久限度以下の応力 (15, 14, 13, 12, 11 kg/mm²) の場合にも、耐久限度で破断に至らなかった試験片同様、その円周上には種々の大きさの半円状微視き裂が並んでおり、このような停留き裂は応力 11 kg/mm² ($=0.71\sigma_w$) まで観察された。これらの場合、き裂の深さ、長さの関係およびその分布は何れも $\sigma=15.5$ kg/mm² の場合と同様である。なお $\sigma=11$ kg/mm² では停留き裂は 1 個しか観察されなかった。Fig. 14 は応力とその応力で観察された停留き裂のうち最も深いものから 7~8 個をとってプロットしたものである。応力が增大するにつれて最大き裂深さおよび長さが、増大する傾向がみられる。

Fig. 14. Relation between stress amplitude and depth of microcracks.

5 考 察

現在までに提出されている停留き裂の理論は連続体力学的な見地から論じているものが多いが、もしも本研究で観察された微視き裂がこれらの決定論的な原因にのみに支配されているとすると、き裂深さの分布は試験片の形状、材質、応力等によって決まるある平均値近傍にピークをもつばらつきの狭いつり鐘型の分布、すなわち正規分布をなすと考えられ、ワイブル確率紙

上では形状母数 α は 3 以上の値を取ると考えられる。Fig. 13 のワイブル確率紙に示された実験値およびその分布曲線よりわかるごとく、 $\alpha=1$ であり、指数分布をしており、かつそのばらつきは相当大である。これはき裂の進展、停留が確率的機構のもとで行われていることを示唆するものである。なお、き裂の写真より判るごとく、き裂の形態は明らかに結晶粒の形態を示しており、力学的な応力振幅の減少や加工硬化現象のみならず、小さな結晶粒の境界、結晶粒の方位やその機械的性質の相異がき裂の進展、停留に大きく貢献しているものと推定される。

本論文ではこの結晶粒の方位や性質の相異の要因が最も大であると仮定し、これに重点をおいてき裂の進展、停留の問題を考える。

本研究で観察されたき裂面に現れた結晶学的パターンは旧オーステナイト粒よりも小さな単位であると考えられ、旧オーステナイト粒内に新しく晶出したバンドル (Bundle) かパケット (Packet) が単位となっているようである。が、一つのバンドル内ではある程度結晶方位が揃っているといわれており、き裂の進展、停留の原因の単位としてはバンドルを採用し、したがってき裂を停留させる壁をバンドルの境界と仮定する。き裂が進展してきてその先端が結晶粒界に達してその隣の結晶に進入しようとするとき、その結晶方位が進入に都合の良い場合は進展し、都合の悪い場合は進入が阻まれ停留するものと考えられる。この際、バンドルごとの結晶方位 θ の出現確率は一様ランダムであり、そのうちのある範囲の方位角だけがき裂の進入を防ぐと考える。かかる方位角の出現確率を Z とする。すなわちその結晶粒界でき裂が停留する確率は Z となる。 Z は応力 σ の関数と考えられる。

$$Z = Z(\sigma) \quad (2)$$

試験片の表面では自由度が大で平面応力状態であるため、せん断応力による微視的すべりが内部よりも容易であり、せん断型微視き裂が生ずる。しかるにこのき裂が内部に進むにつれて自由度が小となり、変形に対する抵抗が増大する。また応力状態も変化し、加工硬化等も考えられ、ある応力までは Z は表面よりも大になると考えられる。これも停留き裂の生ずる原因の一つである。

き裂が進展していく道筋を模式的に Fig. 15 に示す。すなわちき裂はバンドルごとに若干進展方向を変えるが (細線)、総体としては応力に直角方向に進む (点線)。平均の結晶粒径 (バンドル粒径) を d とすると、き裂がある単位長さ進む間にき裂先端が隣の結晶粒界に達する確率は平均的に $1/d$ で与えられる。ゆえに、き裂が単位長さ進む間にそれが停留する確率 λ は結晶粒界にき裂先端が達する確率 $1/d$ と、その結晶粒がき

Fig. 15. Illustration of crack tip path.

裂の進展に都合の悪い確率 Z との積であり、 $\lambda = Z/d$ で与えられる。したがって、微視き裂が深さ x 以上である確率は $(1-\lambda)^x$ であり、き裂が深さ x 以下である確率 P は次式で与えられる。

$$P = 1 - (1-\lambda)^x = 1 - (1-Z/d)^x \quad (3)$$

これより

$$\ln \ln \{1/(1-P)\} = \ln x + \ln \ln \{1/(1-\lambda)\} \quad (4)$$

これは、ワイブル確率紙上で形状母数 α が 1 の分布関数（指数分布）であることを示し、これは前述の実験結果（Fig. 13）によく適合する。また(4)式より、尺度母数 $\beta = 1/\ln \{1/(1-\lambda)\}$ となり、 β が λ すなわち応力 σ や結晶粒径の影響を受けることを示す。実験結果における β および λ と応力との関係を Fig. 16, 17 に示す。両図より応力の増大に伴って β は増大し、したがってき裂停留確率 λ は減少することがわかる。

以上の考察から、耐久限度近傍における寿命を決定するに足る大きさのき裂は、上述の停留の壁を確率的に破って進展、成長して行くものである。1本の試験片に発生するその様な大きさのき裂の個数は確率的であり、また応力によって定まる有限個数であろうと考えられる。

いま、そのようなき裂が微視き裂から出現する確率

Fig. 16. Scale parameter β and stress amplitude. Fig. 17. Crack stopping rate λ and stress amplitude.

を Q とする。 Q は応力 σ の関数である。いま、試験片切欠き部に k 個の微視き裂が発生したとすると、上述の試験片の寿命を決定するに足る大きさのき裂が n 個出現する確率 $p(n)$ は次式の二項分布で与えられる。

$$p(n) = {}_{k-n}C_n Q^n (1-Q)^{k-n} \quad (5)$$

しかるに Q は充分小であると考えられるので(5)式はポアソン分布に近似される。

$$p(n) = e^{-u} u^n / n! \quad (6)$$

ここに u は σ の関数である。

$$u = u(\sigma) \quad (7)$$

試験片の寿命を決定するものは、もはや停留しない大きさに成長したき裂である。そのようなき裂が破断に至る深さに達する応力繰返し数 N の分布関数を $G(N)$ とし、かつ、 n 個発生したとすると、その試験片の寿命は最小値分布となり、その最小値が N 以下である確率 $F_1(N)$ は次式となる。

$$F_1(N) = 1 - (1 - G(N))^n \quad (8)$$

またそのようなき裂が n 個出現する確率は上述のごとく $p(n)$ であるから、試験片の寿命分布 $F_2(N)$ は次式で表される。

$$\begin{aligned} F_2(N) &= \sum_{n=0}^{\infty} \{1 - (1 - G(N))^n\} p(n) \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} p(n) - \sum_{n=0}^{\infty} \{(1 - G(N))^n p(n)\} \\ &= 1 - \sum_{n=0}^{\infty} \{(1 - G(N))^n p(n)\} \end{aligned} \quad (9)$$

$p(n)$ として(6)式を用いると

$$\begin{aligned} F_2(N) &= \sum_{n=0}^{\infty} \{1 - (1 - G(N))^n\} e^{-u} u^n / n! \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \{e^{-u} u^n / n!\} - \sum_{n=0}^{\infty} \{(1 - G(N))^n e^{-u} u^n / n!\} \\ &= 1 - e^{-u} \sum_{n=0}^{\infty} \{(1 - G(N))^n u^n / n!\} \\ &= 1 - e^{-u} e^{u(1-G(N))} = 1 - e^{-uG(N)} \end{aligned} \quad (10)$$

(10)式の $F_2(N)$ は破壊確率分布を示すことになる。

耐久限度においては、 $N = \infty$ となり、このとき $G(N) = 1$, $n = 0$ したがって $p(n) = p(0)$ となり、(6)式より、

$$p(0) = e^{-u}, \text{ よって } u = -\ln p(0) \quad (11)$$

よって

$$F_2(\infty) = 1 - e^{-u} = 1 - p(0) \quad (12)$$

$p(0)$ は σ_w において破断しない確率に相当し、かつ破断に至るき裂が一個も発生しない確率に相当する。

鉄鋼材料では一般に、 $N = N_c (1 \times 10^7 \text{ 等})$ における非破壊確率を $p_c(0)$ とすると、 $p_c(0) \doteq p(0)$ であり、実際には $p_c(0) = 0.5$ を採用する場合が多い。 N_c は臨界繰返し数に相当する。

なお、寿命の分布関数を $F(N)$ とすると、これは次

Fig. 18. Illustration of variable finite extreme value distribution.

式で示される.

$$F(N) = \begin{cases} 1 - \exp\{-uG(N)\} & ; N < N_c \\ 1 & ; N \geq N_c \end{cases} \quad (13)$$

すなわち, $F(N)$ は N_c の点で飛躍して $F(N)=1$ となり, これを図示すれば Fig. 18 のようになる. この分布関数をその性質から変動有限極値分布と称することにする.

6 耐久限度における寿命分布の解析

$G(N)$ としては, 一般の有限寿命の分布関数より類推してワイブル分布, 正規分布あるいは対数正規分布等が考えられる. 本実験の場合 $\sigma=15.5 \text{ kg/mm}^2$ の場合の破壊したものの寿命をワイブル確率紙にプロットすると Fig. 19 のようになる. 縦軸の破壊確率は $P(N)=m/(n+1)$, (n : 試験片の破壊したものの総本数, m : 破断順序) である. 実線は得られた分布曲線であり, この場合ワイブル分布をなすものと考えられ, $G(N)$ としてこの $P(N)$ を近似的に採用することにする.

$$G(N) \doteq P(N) = 1 - \exp\left[-\left\{\frac{(N-r)}{a}\right\}^\alpha\right] \quad (14)$$

ただし, α : 形状母数, a : 尺度母数, r : 位置母数. $\sigma=15.5 \text{ kg/mm}^2$ の場合は, $\alpha=1.48$, $a=8.123 \times 10^5$, $r=1 \times 10^5$ である. なおこの場合, 実験結果より,

Fig. 19. Distribution of lives of failed specimens and estimated probability of failure at 15.5 kg/mm^2 (Weibull probability paper).

$N_c=1 \times 10^7$ において, その非破壊確率 $p_c(0)=n_2/(n_1+n_2)$ を求めると, $P_c(0)=0.591$ となった. ここに n_1 は破壊した個数, n_2 は 1×10^7 以上で破壊しない個数である. そこで $P_c(0)=0.591$ を採用し, (10)~(12)式より求めた推定破壊確率分布曲線を Fig. 5 で実線にて示す. この曲線は実験値とよく一致している. 全く同様にして $\sigma=16, 15 \text{ kg/mm}^2$ の場合のそれぞれの $P(N)$, $G(N)$ を求め, これより同様な分布曲線を求めてそれぞれ Fig. 4, 6 に示す. いずれも誘導した推定分布曲線は, 実験値と良い一致を示している. この場合も実験値の縦軸の破壊確率は, $m/(n+1)$ で示してある. $P(0)(\doteq P_c(0))$ の値は $\sigma=16, 15.5, 15 \text{ kg/mm}^2$ に対し, それぞれ, $0.3125, 0.591, 0.625$ となった. これより, 破壊確率分布曲線として非破壊確率をも含めて, (10)式の関数 $F_2(N)$ が採用されうることが明らかとなった.

7 結 論

本研究では耐久限度近傍での疲労寿命の特異な統計的性質を究明しようとしたもので, クロム・モリブデン鋼の切欠き試験片を用いて実験を行い, き裂の挙動を調べ, 微視き裂の発生, 進展, 停留の様相を調べた.

かつ, その確率統計的性質より疲労寿命分布の考察を行った. これらより次のことが明らかとなった.

(1) 耐久限度近傍で生ずる微視的停留き裂は, その分布の性格から類推して主として結晶学的な特性に支配されるき裂とみなすことができる.

(2) き裂の進展, 停留に関して確率論的モデルを提案し, その挙動を説明することができた. また, これよりき裂深さの分布を解析することができ, それが指数分布することを説明し得た.

(3) また, 上述の仮定より耐久限度における寿命決定機構を推定し, その寿命の確率分布を算定する方式を誘導した. これより導かれる耐久限度近傍の寿命分布を, 変動有限極値分布と称することにした.

(4) 変動有限極値分布を用い, 実験結果より諸係数を求めて耐久限度近傍の寿命分布を定めたところ, この寿命分布は実験値とよく一致し, 本論文で求めた変動有限極値分布が妥当であることが判明した.

(昭和52年5月25日 日本材料学会第26期総会学術講演会にて講演)

参 考 文 献

- 1) 山田敏郎, 幡中憲治, 近藤幸夫, 河合 宏, 材料, **25**, 857 (1976).
- 2) 西島 敏, 材料, **25**, 53 (1976).
- 3) 西島 敏, 阿部孝行, 材料, **26**, 50 (1977).