増分ねじり衝撃による増分波の伝ば速度と構成式の検討*

石 川 皓 一** 谷 村 眞 治*** 井 垣 久***

Experimental Study of Incremental Wave Velocities under Torsional Impact and Discussion on a Constitutive Equation

by

Koichi ISHIKAWA

(Osaka Municipal Technical Research Institute, Osaka)

Shinji TANIMURA and Hisashi IGAKI

(College of Engineering, University of Osaka Prefecture, Sakai)

Propagation velocities of the incremental torsional wave were measured on commercial pure aluminum and copper specimens through the experiments in which incremental torsional impacts were applied to the tubular specimens pre-stressed torsionally to various plastic ranges. It became clear by these experimental results that, for both materials, the incremental wave velocity coincided with the elastic torsional wave velocity, and so the component of the instantaneous plastic response did not appear in the stress levels attained to by usual techniques.

A constitutive equation was proposed, which can describe not only a boundary limit of the region where the plastic deformation is caused mainly by the movement of dislocations, but also various material behaviors in a wide range of strain rates.

(Received Aug. 4, 1980)

キー・ワード：衝撃塑性学，高速変形，構成式，粘塑性，増分波

1 緒 言

薄肉円管にねじり衝撃を荷重する実験法は、棒状試片を用いた縦衝撃実験の場合に比べて、動的現象と材料特性との対応が単純となり、とくに $10^3 \sim 10^5 \text{sec}^{-1}$ 程度の高ひずみ速度域の実験に対して有効となる。ところが、ねじりの増分波の伝ば速度の測定実験は、その実験技術上の困難さもあって極めて少い。Campbell¹⁾らは円管に対するねじりの増分衝撃実験を行い、アルミニウムと軟鋼に対しては増分波の伝ば速度 (c_T) がほぼ弾性波速度 (c_2) と等しく、銅に対しては $c_T/c_2 = 1 \sim 0.93$ となる結果を示している。近年、福岡²⁾らはアルミニウム円管にねじり衝撃を作用させる若干の実験結果から、この比は1となると述べている。これに関する実験結果は他には見られないようであり、金属材料における瞬間的塑性応答成分の存在の否定あるいは充分に無視し得る程度であるとするための実験的裏付けは、まだ充分にはなされていないようである。

前報では、弾性/粘塑性/塑性体構成式を用いて、薄

肉円管にねじりの増分衝撃を与える実験により瞬間的塑性応答成分の有無を確かめる方法を提示し、若干の実験結果を報告した。その結果は部分的除荷を経た場合に対する増分波の伝ば速度であって、その値は弾性波速度よりも明らかに小さくなっていた。しかしながら、除荷のために変形経路が異なっており、そのような結果が瞬間的塑性応答成分の存在とは必ずしも対応していないと考えられた。

本報では、増分波形の立ち上がり開始時に除荷が生じないように注意して、アルミニウムの約0.3%、約4%および約14%の前ひずみ状態に対して、また銅の0.25%の前ひずみ状態に対して、前報と同様のねじりの増分衝撃実験を行った。その結果、増分波の伝ば速度はいずれもねじりの弾性波速度と一致していることが確認され、通常の荷重応力値の範囲内では、瞬間的塑性応答成分は現れないことが明らかとなった。

一方、金属材料に対する高速変形時の構成式が、弾性と粘塑性の二つの成分によって構成されるものとする、ひずみ速度を増大させるにつれて、応力はどこまでも上昇することになる。しかし、実際の金属材料におけるすべり変形を考えるとときの応力値にはある限

* 原稿受理 昭和55年8月4日

** 正 会 員 大阪市立工業研究所 大阪市北区扇町

*** 正 会 員 大阪府立大学工学部 堺市百舌鳥梅町

界が存在すると考えられるので、広ひずみ速度域に適用でき、なおかつこのような限界の状態をも表現できる構成式の導出を試みた。

2 構成式と実験法との関係

2・1 三つのひずみ成分の例示

まず、実験法の基礎的関係を説明するための便宜のために、弾性/粘塑性/塑性体構成式を仮定するときの各ひずみ成分を単軸応力状態の場合を例に挙げて図示する。

いま対象にしている材料には、瞬間的に応力とひずみに対応する特性が部分的に含まれているものと考え、充分に高ひずみ速度下における応力とひずみの関係を簡単のために直線硬化型と仮定して、Fig. 1 の折線 OAB で近似する。この直線の縦弾性係数を E とし、塑性域におけるこう配を E_p' とする。いま動的曲線上の D 点から Δt 時間経過時に応力増分 $\Delta\sigma$ 、ひずみ増分 $\Delta\varepsilon$ だけ変化したとする。D 点から OA および AB に平行に引いた直線と PT との交点を Q および R とする。ひずみ増分 $\Delta\varepsilon (=PT)$ が生じるこの場合、PQ, QR および RT がそれぞれ弾性 ($\Delta\varepsilon^E$)、塑性 ($\Delta\varepsilon^P$) および粘塑性 ($\Delta\varepsilon^{VP}$) の各成分を表している。 $\Delta\varepsilon^E$ および $\Delta\varepsilon^P$ は $\Delta\sigma$ と関係するが Δt の大小には無関係な成分である。したがって高速変形域での議論においては、この $\Delta\varepsilon^P$ は瞬間的塑性応答成分と呼ばれることがある。

Fig. 1. Stress-strain diagrams showing each strain component.

2・2 瞬間的塑性応答成分の検出法

瞬間的塑性応答成分が存在すると仮定しても、全ひずみに対するその成分の割合は極めて小さいと考えられて、動的応力-ひずみ線図を実験的に良い精度で求めても、そのような線図から瞬間的塑性応答成分の量的関係をつかむことは極めて困難となる。したがって、この成分の検出には急激な立ち上がりの応力パルスによる増分衝撃実験が有効となる。さらにこのためには、体積変化を伴わないねじりの増分衝撃実験が最も有効である。

瞬間的塑性応答成分を部分的に含むような材料特性の薄肉円管に、充分に速く、かつ一定なひずみ速度 $\dot{\varepsilon}_0$ のねじりの増分衝撃を作用させたとき、増分波の伝ば速度 c_T とねじりの弾性波速度 $c_2 (= \sqrt{G/\rho})$ との比は、前出の E , E_p' および横弾性係数 G を用いて次式で与えられる。⁴⁾

$$\frac{c_T}{c_2} = \left\{ 1 + 3G \left(\frac{1}{E_p'} - \frac{1}{E} \right) \right\}^{-1/2} \quad (1)$$

したがって、増分波の伝ば速度と弾性波速度を測定し、 c_T/c_2 の値が求めれば(1)式から E_p'/E の値を求めることができ、瞬間的塑性応答成分の有無およびその量的な関係を調べることができる。もし仮りに、 $c_T/c_2 = 1$ であれば $E_p' = E$ となり、瞬間的塑性応答成分は存在しないことになる。

3 増分衝撃実験

3・1 実験方法および実験結果

ねじりの増分衝撃実験には軸力-ねじり組み合わせ衝撃試験機を用いた。試験機の詳細および操作方法については、前報³⁾に記載されているとおりであるのでここでは省略する。

実験に用いた試料円管は外径 12 mm、内径 10 mm、長さ約 1 m の大きさのもので、市販の純アルミニウム引抜管に 380℃で 2 時間の焼なましを施したものおよび市販の純銅引抜管に 580℃で 2 時間の焼なましを施したものである。Fig. 2 に示すように、この試料と入力棒とを熱硬化性接着剤で接合し、ひずみゲージを 45 度方向に傾けて試料の長手方向の 2 箇所 (G1 および G2) にはりつけた。

このように準備した試料円管に対して、準静的ねじりにより前負荷を与え、これにさらに変形が増加する方向への増分ねじり衝撃を作用させた。この場合、除荷が生じないように、前負荷を徐々に増加させつつあ

Materials	T. P. No.	x_0	x_1	x_2	x_3
Aluminum	Al- 4	37.5	40	190	150
	Al- 5	37.5	40	190	150
	Al- 6	37.5	40	190	150
	Al-11	37.5	40	190	150
	Al-13	37.5	40	190	150
	Al-27	240	60	210	150
	Al-31	230	60	160	100
	Al-38	230	39.5	190	150.5
Copper	Cu-40	230	39.5	190	150.5
	Cu-41	230	39.5	190	150.5

Fig. 2. Strain gage positions.

るところへ増分衝撃が作用するように注意して行った。

Fig. 3 にアルミニウムの試料円管に対して求めたひずみ波形の例を示す。Fig. 3 の(a)は準静的ねじりにより前ひずみ0.22%を与えてきたところへ、増分衝撃を作用させたときのひずみ波形である。図中の2本の波形は、Fig. 2 に示すゲージ位置G1とG2における波形である。Fig. 3 の(b)は、(a)の実験を行った後の同じ試料に対して、前負荷を0の状態にして、(a)の場合と同様のねじり衝撃を作用させたとき（初期状態は弾性域内）のひずみ波形である。

(a) Al-38, pre-strain 0.22%, $x_3=150.5$ mm.

(b) Al-38, pre-stress 0 kg/cm², $x_3=150.5$ mm.

Fig. 3. Oscillograms of strain for the incremental torsional impact test.

G1とG2のひずみ波形から、立ち上がり開始時の時間差を読み取ると、その値はFig. 3の(a)の場合と(b)の場合とでは一致していた。このことから、(b)の場合の値は弾性波がゲージ間距離 $x_3=150.5$ mmを伝ばするのに要する時間をあらわしているの、増分波速度が弾性波速度と一致していることがわかる。

Fig. 4に示すように、G1とG2のひずみ波形から同一増分ひずみレベル $2\Delta\gamma$ に対する時間差 t を読み取って、このような各増分ひずみレベルに対する伝ば速度 c_T' を $c_T' = x_3/t$ より求めた。このようにして求めた伝ば速度の値を弾性波速度 $c_2 (= \sqrt{G/\rho})$ で除して無次元化した結果をFig. 5およびFig. 6に示す。Fig. 5はアルミニウムに対する結果であり、図中の黒菱印はFig. 3の(b)の波形から同様に解析して求めた結果を示す。またFig. 6は銅に対する結果であり、

Fig. 4. Method to analyze the propagation velocity at each level of the incremental strain.

Fig. 5. Propagation velocities at each level of the incremental strain (aluminum, pre-strain about 0.3%).

Fig. 6. Propagation velocities at each level of the incremental strain (copper, pre-strain 0.25%).

図中の黒三角印は、一度増分衝撃実験を行った銅の試料円管に対して、前負荷を0の状態にしてねじり衝撃を作用させたときの波形から、同様に解析して求めた結果を示す。

Fig. 3 (a)のG1とG2のひずみ波形の立ち上がり初期における全ひずみ速度は、それぞれ 2.0 sec^{-1} と 1.2 sec^{-1} となっていた。これに対して、より急峻な立ち上がりの増分衝撃を作用させたときの波形の例をFig. 7に示す。同図中のG1とG2のひずみ波形の立ち上がり初期における全ひずみ速度は、それぞれ 25 sec^{-1} と 15 sec^{-1} であった。なお、同図中の波形において立ち上がり後に除荷が生じているが、これはクランプ開放時に生じたものである。この除荷波の伝ば

Fig. 7. An oscillogram of strain for the incremental torsional impact test (Al-4, pre-strain 14.6%, $x_3=150\text{mm}$).

速度は弾性波速度と一致していた。増分波の伝ば速度を測定するには、波形の立ち上がり開始の部分が重要であるので、立ち上がり後の波形の乱れは本測定には支障をきたさない。

Fig. 7 に示すような波形から、立ち上がり初期における各増分ひずみレベルに対する伝ば速度を、前述と同様にして求めた結果を Fig. 8, 9 に示す。Fig. 8, 9 はそれぞれ前ひずみが約 4% と約 14% のときのアルミニウムに対する結果である。これらの図中の黒丸印は

Fig. 8. Propagation velocities at each level of the incremental strain (aluminum, pre-strain about 4%).

Fig. 9. Propagation velocities at each level of the incremental strain (aluminum, pre-strain about 14%).

前ひずみ約 14% の試料に増分衝撃を作用させた後の同じ試料に対して、前負荷を 0 の状態にしてねじり衝撃を作用させたときの波形から、同様に解析して求めた値を示す。

3・2 考察

Fig. 5, 6, 8 および 9 のいずれの結果においても、 $2\Delta\gamma=0$ の近傍では $c_T'/c_2 \approx 1.0$ となっていて、アルミニウムと銅の各種前ひずみ状態に対して、先行する増分波は極めて小さい振幅ではあるが、その伝ば速度は弾性波速度と一致していることがわかる。

c_T'/c_2 の値が $2\Delta\gamma$ の増加とともに減少する様子が、各試料番号ごとに異なり、ばらつきを示しているが、これには増分ひずみ波形の立ち上がり初期でのひずみ速度が影響しているものと思われる。アルミニウムの前ひずみ約 0.3% の場合の G1 と G2 の立ち上がり初期における全ひずみ速度はそれぞれ約 2.0 sec^{-1} と約 1.2 sec^{-1} 、前ひずみ約 4% の場合はそれぞれ $11 \sim 15 \text{ sec}^{-1}$ と $6 \sim 12 \text{ sec}^{-1}$ 、また前ひずみ約 14% の場合はそれぞれ $17 \sim 25 \text{ sec}^{-1}$ と $11 \sim 17 \text{ sec}^{-1}$ であり、ひずみ速度が大きいときほど c_T'/c_2 値の $2\Delta\gamma$ に対する減少の度合は小さくなっている。このような立ち上がり初期の状態から離れるにしたがって、 c_T'/c_2 値は Kármán 理論で与えられる 2γ に対応する塑性波の伝ば速度、 $\sqrt{d\sigma/(2\rho d\gamma)}$ の値に近づいていくものと考えられる。ここで σ はせん断応力である。

前報において、アルミニウムに対する数値計算例から、増分ひずみ波形の立ち上がり初期の全ひずみ速度が 2 sec^{-1} 程度 ($\dot{\gamma}_0 = 1 \text{ sec}^{-1}$) の比較的低ひずみ速度の実験であっても、一定の伝ば速度 c_T があらわれると予想したが、Fig. 5 の結果はそのことを定性的によくあらわしている。

アルミニウムと銅のどちらの実験材料に対する結果からも $c_T/c_2=1$ となっており、(1)式から $E_p'/E=1$ の結果が得られる。したがってどちらの実験材料に対しても、超高速実験などの場合以外の通常の実験条件下で得られるような負荷応力値の範囲内においては、瞬間的塑性応答成分は現れないことがわかる。

なお、このような結果から、他の金属材料の多結晶体に対しても同様のことが言えるものと類推される。

4 応力限界を表現し得る構成式の提案

以上の実験結果から、通常の負荷応力値の範囲内におけるひずみ成分は、弾性成分と粘塑性成分の二つの成分で表されることが確認された。ところがこの結果から得られる弾性/粘塑性体構成式を実在の金属材料に適用するには、応力値にある限界を設ける必要があると考えられる。なぜならば、Fig. 1 において $\Delta\epsilon^P=0$ とし、 Δt を充分に小さくして瞬間的に $\Delta\sigma$ を作用させるときならば、 $\Delta\epsilon^{VP}=0$ となって弾性挙動をする

ことになり、衝撃速度の増大とともに応力はどこまでも上昇させられることになる。しかし、実際の金属材料に対する高速衝撃圧縮時では、Hugoniot elastic limit^{5)~7)}が存在すると言われている。また、低温下または高速度下での変形においては、すべり変形域から双晶発生域へ移る境界が存在する⁸⁾。このことは鉄の試料棒の高速衝突実験によっても双晶の急激な発生をともなう境界を確認することができ、その境界以上の流動的変形域に対する変形応力はほぼ一定値となっていた。また一方、ひずみ速度が約 10^3sec^{-1} 以上の高速変形での転位の運動には粘性抵抗が大きく働き、転位の速度が音速に近づくにつれて、相対論的效果によって変形応力は無限大となるはずであるが、実際にはそのような転位の運動によって生じるマクロな変形速度にはある限界が存在するものと考えられる。その他、thermomechanical coupling の例として上げられる“shear band”の生じ始める限界とか、微視的あるいは巨視的破壊の起り始める限界等が考えられるであろう。

このように種々な限界（あるいは境界）が考えられるが、ここでは転位の運動が支配的である変形域の限界を考えることにして、そのような限界を構成式自身に含ませることを試みる。

このような限界曲線が Fig. 10 に示すような ϵ 軸に平行に近い 1 本の曲線で表されるものと仮定すると、

Fig. 10. Schematic diagram showing a critical stress-strain curve.

この曲線は形式的には弾性/粘塑性/塑性体の構成式における塑性項で表すことができる。すなわち、構成式を

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\epsilon}_{ij}^E + \dot{\epsilon}_{ij}^{VP} + \dot{\epsilon}_{ij}^P \quad (2)$$

と仮定して、 $\dot{\epsilon}_{ij}^P$ の項でその限界曲線を表すことができる。ここで、 $\dot{\epsilon}_{ij}$ は全偏差ひずみ速度テンソルで、 $\dot{\epsilon}_{ij}^E$ 、 $\dot{\epsilon}_{ij}^{VP}$ および $\dot{\epsilon}_{ij}^P$ はそれぞれ弾性、粘塑性および塑性の成分である。ただし、ここでの $\dot{\epsilon}_{ij}^P$ は限界曲線に対応した成分であって、Cristescu の提案による本来の構成式の塑性応答項 (Fig. 1 中の $\Delta \epsilon^P$ に相当) とは意味が異っていることに注意を要する。

Lindholm¹⁰⁾ はアルミニウムおよび軟鋼¹¹⁾に対する組み合せ応力下の動的実験結果から、変形速度の増大によ

る動的降伏曲面の膨張が等方的であることを見だしている。そのような動的変形域の境界の状態に対しても、簡単のために、降伏曲面が等方的であると仮定すると、ミーゼスの降伏条件が適用でき、 $\dot{\epsilon}_{ij}^P$ は次のように表すことができる。

$$\dot{\epsilon}_{ij}^P = \frac{3}{4H'(\bar{\epsilon}^P)} I_s^{(2)} s_{ij} \dot{s}_{ij} \quad (3)$$

ただし、 $\bar{\sigma} = F(\bar{\epsilon}^P)$ 、 $d\bar{\sigma} > 0$ のときのみ存在する。 H' は単軸引張りの限界状態に対する応力-塑性ひずみ線図の傾斜を表し、 $I_s^{(2)}$ は偏差応力テンソルの 2 次不変量、 s_{ij} は偏差応力テンソル、 $\bar{\sigma}$ は相当応力、また $\bar{\epsilon}^P$ は相当塑性ひずみ増分である。

一方、筆者らの一人によって提案されている弾性/粘塑性体構成式と(3)式とを(2)式によって組み合わせるならば、ある一定の温度下においてひびひずみ速度に適用でき、かつ応力限界の状態をも表現できる構成式として次式が得られる。

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_{ij} = & \frac{\dot{s}_{ij}}{2G} + \eta^*(\tilde{\epsilon}^P) \\ & \times \exp \left[\frac{-\tilde{D}(\tilde{\epsilon}^P)}{\tau^*(\tilde{\epsilon}^P) \{ \sqrt{I_s^{(2)}} / \tau^*(\tilde{\epsilon}^P) - 1 \}} \right] \frac{s_{ij}}{\sqrt{I_s^{(2)}}} \\ & + \frac{3}{4H'(\bar{\epsilon}^P)} I_s^{(2)} s_{ij} \dot{s}_{ij} \end{aligned} \quad (4)$$

ここで、 $\eta^*(\tilde{\epsilon}^P) = \eta_0^* + C\tilde{\epsilon}^P$ 、 $\tilde{D}(\tilde{\epsilon}^P) = D_0 + H(\tilde{\epsilon}^P)^n$ 、

$$\tilde{\epsilon}^P = \int_0^t \left\{ \frac{4}{3} I_s^{(2)} \right\}^{1/2} dt', \quad I_s^{(2)} = \frac{1}{2} \dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}$$

である。ただし、 $\tilde{\epsilon}^P$ に関係する $\dot{\epsilon}_{ij}^P$ は粘塑性成分を表し、(3)式の $\dot{\epsilon}_{ij}^P$ とは別のものである。また、 G は横弾性係数、 η_0^* と C は材料定数、 D_0 と H は本来は温度によって変わると考えられる材料定数、 n は加工硬化と関連づけられる指数である。また t は時間、 τ^* は加工硬化に起因する“back stress”である。

また、特に限界曲線が、Fig. 10 の ϵ 軸に平行なとき、すなわち、一定の限界に達した後は完全塑性体と同様な挙動をするときは、(3)式は次のような形となる。

$$\dot{\epsilon}_{ij}^P = \frac{\sqrt{3} \dot{\bar{\epsilon}}^P}{2k_{cr}} s_{ij} = \frac{3 \dot{\bar{\epsilon}}^P}{2\sigma_{cr}} s_{ij} \quad (5)$$

ここで、 $\dot{\bar{\epsilon}}^P$ は $\bar{\epsilon}^P / dt$ で、限界の弾性限度に達した後の相当塑性ひずみ速度を意味する。なお、 k_{cr} 、 σ_{cr} はそれぞれ単純せん断および単軸引張りにおける限界の弾性限度である。

5 結 言

アルミニウムおよび銅の薄肉円管にねじりの増分衝撃を作用させ、そのときの増分波の伝ば速度を測定する実験を行うことによって、瞬間的塑性応答成分の有無を調べた。そして、その結果をふまえて、金属材料の高速変形時における応力限界をも表現できるような構成式の導出を試みた。これらの結果を要約すると次

のようになる。

(1) アルミニウムについては前ひずみ約0.3%, 約4%および約14%の材料状態に対して, また銅については前ひずみ0.25%の材料状態に対して増分波の伝ば速度を測定した結果, いずれの場合も弾性波速度と一致していることが確認された。したがって, 通常の負荷応力値の範囲内では瞬間的塑性応答成分は現れないことが明らかになった。

(2) 転位の運動が支配的な変形域の限界を考えることにすると, 高速変形時のそのような応力限界は, 形式的には弾性/粘塑性/塑性体構成式形で表現させることができる。そして, ある一定の温度下において広ひずみ速度域に適用でき, かつ限界の状態をも表現できる構成式を導出した。

おわりに, 本実験に協力していただいた森由刈氏(現在, 佐世保工業高校)ならびに岡本安弘氏(現在, 日産自動車株式会社)に感謝の意を表します。また, 実験材料の調達に対して協力された昭和アルミニウム株式会社の岡田正義氏, 故中山謹三氏に感謝します。なお, 本研究は昭和54年度の日本小型自動車振興会補助金を受けて行ったものであることを記して謝意を表します。

(昭和55年5月20日 日本材料学会第29期総会学術講演会にて講演)

参 考 文 献

- 1) Campbell, J. D., and A. R. Dowling, J. Mech. Phys. Solid, **18**, 43 (1970).
- 2) 福岡秀和, 益居 健, 日本機械学会論文集, **40**, 1544 (1974).
- 3) 谷村眞治, 井垣 久, 真島秀和, 多田正幸, 日本機械学会論文集, **44**, 497 (1978).
- 4) 3)の図式
- 5) Cristescu, N., "Dynamic Plasticity", p. 477 (1967) North-Holland
- 6) McQueen, R. G., S. P. Marsh, J. W. Taylor, J. N. Fritz, and W. J. Carter, "High-Velocity Impact Phenomena", p. 293 (1970) Academic Press
- 7) Marsh, S. P., "Lasl Shock Hugoniot Data", p. 173 (1980) Univ. California Press
- 8) Perzyna, P., "Mechanical Properties at High Rates of Strain", Conference Series No. 21, p. 138 (1974) Institute of Physics
- 9) 西山卯二郎, 谷村眞治, 日本機械学会論文集, **36**, 714 (1970).
- 10) Lindholm, U. S., "Mechanical Behavior of Materials under Dynamic Loads", p. 77 (1968) Springer-Verlag
- 11) Lindholm, U. S., "Behavior of Materials under Dynamic Loading", p. 42 (1965) ASME
- 12) Tanimura, S., Int. J. Engng. Sci., **17-9**, 997 (1979).
- 13) 谷村眞治, 井垣 久, 材料, **29**, 137 (1980).