サンドイッチはりの減衰特性に及ぼす接着の影響*

沖 津 昭 慶** 今 泉 敏 幸***

Effect of Adhesive Bonding on Damping Characteristics of Sandwich Beams

by

Akiyoshi OKITSU and Toshiyuki IMAIZUMI

(Toyohashi University of Technology, Toyohashi)

In the past, several investigations have been made on the vibrational characteristics of finite length sandwich beams with a viscoelastic core between two elastic layers. Since the viscoelastic core is not usually joined perfectly to the elastic layers with adhesive and is not thick enough in comparison with adhesive layers, it is considered that the adhesive layers have a great effect on vibrational characteristics of the sandwich beams. Nevertheless the effect of adhesive bonding has been neglected in the existing theories¹⁾³⁾⁻⁵⁾.

The purpose of this paper is to elucidate the effect of adhesive bonding on damping characteristics of the sandwich beams. The sandwich beams were assumed to consist of two elastic layers, one viscoelastic layer and two adhesive layers in the present analysis. Moreover, properties of the adhesive were assumed to vary from the original depending on the condition of adhesive bonding. Many specimens were made and tested to verify the theoretical solutions. The experimental results agreed well with the theoretical ones and showed that the effect of adhesive bonding could not be neglected. Thus, the effect of adhesive bonding should be taken into account when the sandwich beams are designed. The degree of the effect of adhesive bonding was qualitatively expressed by using the non-dimensional parameter A^* .

(Received Sep. 3, 1980)

キー・ワード：サンドイッチはり，減衰振動，接着剤

1 緒 言

金属板の減衰，特に高周波振動の吸収に対しては，粘弾性材料を金属板に接着して用いることが有効であるとされていて種々の分野に活用されている．ところで減衰の対象となる金属板や粘弾性材は一般に薄板状のものが多く，したがって，接着剤固有の動特性や接着層の厚さおよび接着方法等は，これらを接着したいわゆるサンドイッチはりの振動特性に，少なからず影響を与えると考えられる．サンドイッチはりの振動特性に関する研究としては，エネルギー法を減衰エネルギーも含めて適用したもの³⁾⁵⁾や有限要素法を用いたもの⁴⁾等をはじめとして数多くの研究が報告されている．しかし振動特性に対して接着の及ぼす影響をとりあげた研究報告は見当たらないようである．

本研究ではこの点に着目して弾性材と粘弾性材の間に接着剤層が存在する5層のサンドイッチはりのモデ

ルを考えて，曲げ変形における各層間の力学的つりあい方程式を基本として解析を行った．そして，接着の影響の程度は，粘弾性材と接着剤の複素横弾性係数等に依存する無次元パラメータによって表した．この理論の妥当性を検討するため，合成ゴム板の上下に冷間圧延鋼板を接着したサンドイッチはりについて種々の条件の下で実験を行った．その結果，実験値と理論値はよく一致し，また接着方法の差によって，サンドイッチはりの振動特性が大きく変化すること等が，この理論によってうまく説明できることが明らかとなった．さらに，前述の無次元パラメータと対数減衰率との関係について述べるとともに効果的な減衰特性をもったサンドイッチはりの設計方法についても言及した．

2 理論解析

弾性材と粘弾性材を交互に重ねた積層はりに関する理論を拡張して Fig. 1, 2 に示すごとく弾性材層1，2と粘弾性材層3および接着剤層4，5より成る5層の積層はりの減衰能を求める式を導く．用いた記号はまとめて以下に示す．式の誘導の詳細は付録を参照さ

* 原稿受理 昭和55年9月3日

** 正 会 員 豊橋技術科学大学 豊橋市天伯町雲雀ヶ丘

*** 豊橋技術科学大学院 豊橋市天伯町雲雀ヶ丘

るから α は x によって調和的な変化をすることを示している。ところで、はりの長さの中で $kl/2\pi$ 個の調和的な変形が繰返されるような振動モードを有するとき、振動数 f_n は

$$f_n = \frac{k^2}{2\pi} \sqrt{\frac{EI}{m}} \quad (8)$$

である。(7)式の定数項が(8)式の k^2 に相当するから、

$$k^2 = \frac{bG_r R_r}{\frac{K_1 K_2}{K_r} \left[d - R_r H_v - H_a R_r \left(\frac{G_r}{G_a} - 1 \right) \right]} \quad (9)$$

$$= \frac{\frac{K_1 K_2}{K_r} d}{\frac{K_1 K_2}{K_r} \left[d - R_r H_v \left\{ 1 + \frac{H_a}{H_v} \left(\frac{G_r}{G_a} - 1 \right) \right\} \right]} \quad (9)$$

これより

$$R_r = \frac{k^2 \frac{K_1 K_2}{K_r} d}{bG_r + k^2 \frac{K_1 K_2}{K_r} H_v \left\{ 1 + \frac{H_a}{H_v} \left(\frac{G_r}{G_a} - 1 \right) \right\}} \quad (10)$$

$$= \frac{d}{H_v \left[\frac{bG_r K_r}{k^2 H_v K_1 K_2} + \left\{ 1 + \frac{H_a}{H_v} \left(\frac{G_r}{G_a} - 1 \right) \right\} \right]} \quad (10)$$

はりが粘弾性的に挙動するときは、 G_r 、 G_a を複素横弾性係数 G_r^* 、 G_a^* におきかえると(10)式は

$$R_r = d / \{ H_v (X^* + A^*) \} \quad (11)$$

の形にまとめられる。ここで

$$\left. \begin{aligned} X^* &= \frac{K_r b G_r^*}{K_1 K_2 H_v k^2} \\ A^* &= 1 + \frac{H_a}{H_v} \left(\frac{G_r^*}{G_a^*} - 1 \right) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$$G_r^* = G_r (1 + i\beta_r) \quad G_a^* = G_a (1 + i\beta_a) \quad (13)$$

である。したがって、(6)式は付録[3]によって

$$Z^* = 1 - \frac{A^*}{X^* + A^*} = \frac{X^*}{X^* + A^*} \quad (14)$$

$$A^* = 1 + \frac{H_a G_r}{H_v G_a} \left\{ \left(\frac{1 + \beta_r \beta_a}{1 + \beta_a^2} - \frac{G_a}{G_r} \right) + i \left(\frac{\beta_r - \beta_a}{1 + \beta_a^2} \right) \right\} \quad (15)$$

となる。ここで、 A^* は粘弾性材および接着剤の複素横弾性係数に依存するパラメータである。つぎに、

$$A^* = A(1 + i\psi) \quad X^* = X(1 + i\beta_r) \quad (16)$$

とおいた(16)式を(14)式に代入すると

$$Z^* = \frac{(1 + \beta_r^2) X^2 + A(1 + \beta_r \psi) X + i X A (\beta_r - \psi)}{(X + A)^2 + (X \beta_r + A \psi)^2} \quad (17)$$

となる。得られた(17)式の実部と虚部をそれぞれ(5)式に代入すると、

$$\delta = \frac{\pi X A (\beta_r - \psi) Y}{(X + A)^2 + (X \beta_r + A \psi)^2 + \{ (1 + \beta_r^2) X^2 + A(1 + \beta_r \psi) X \} Y} \quad (18)$$

となる。(18)式の計算について必要である X は次のようにして求める。サンドイッチはりの有効曲げ剛性は、複素曲げ剛性の実部に等しいとすれば、付録[1]より、

$$(EI)_r = EI_0 \{ 1 + R_e(Z^*) Y \} \quad (19)$$

ここで

$$(EI)_0 \leq (EI)_r \leq (EI)_\infty, \quad (EI)_\infty = (EI)_0 (1 + Y)$$

(EI) として(19)式の (EI)_r を用いることとすると(8)式および(12)式の X^* の実部のみを考慮した式とより、 X は次のごとくなる。

$$X = \left(\frac{K_r b}{2\pi K_1 K_2 H_v} \sqrt{\frac{(EI)_0}{m}} \right) \left(\frac{G_r}{f_n} \right) \sqrt{1 + R_e(Z^*) Y} \quad (20)$$

ここで

$$X_0 = c \frac{G_r}{f_n}, \quad c = \frac{K_r b}{2\pi K_1 K_2 H_v} \sqrt{\frac{(EI)_0}{m}} \quad (21)$$

とおくと、

$$X = X_0 \sqrt{1 + R_e(Z^*) Y} \quad (22)$$

上述の式を用いてサンドイッチはりの δ と f_n を求める計算手順を要約すると次のようになる。一般に、粘弾性材の動的性質は振動数に依存するため、あらかじめサンドイッチはりの固有振動数を知っておく必要がある。そこで、この固有振動数として f_0 を用い、それに対する G_r^* 、 G_a^* を求める。つぎに、この G_r^* 、 G_a^* を使い、(EI) として(19)式の (EI)_r を用いて、(8)式と(18)式より f_n と δ を求める。なお、 X の初期値は、 $R_e(Z^*) = 0$ として計算する。さらに、ここで求められた f_n に対する G_r^* と G_a^* を用いて同様に f_n と δ を求める。この f_n が G_r^* と G_a^* を定めるのに用いた f_n と等しくなるまで計算を繰返せば、サンドイッチはりの f_n と δ が求まる。以上を流れ図に表し

Fig. 3. Procedure for calculating the vibrational characteristics of beam.

たのが Fig. 3 である。

3 実 験

3・1 実験装置および方法

Fig. 4 に実験装置概略を示す。供試体は自由振動の節に相当する位置で水平につるされていて、一方の端面をはりの長手方向にプラスチックハンマーで軽く打撃することによって、両端自由の自由振動をさせる。供試体の中央には抵抗線ひずみゲージが4ゲージ方式で貼付されており、増幅器をへてオシロ・グラフで曲げ振動波形が記録されるようになっている。実験に使用した各種のはりの詳細を Table I と Fig. 5 に示す。最初に実験方法の妥当性と金属板の動特性の確認のためにタイプCの供試体による実験を行った。Fig. 6 はタイプCの供試体について、固有振動数の測定値と解析値を比較したもので、両者はよく一致している。Fig. 7 はサンドイッチはり（タイプA供試体）の中央部のひずみ応答の測定データの一例であるが、対数減

Fig. 4. Schematic diagram of the experimental apparatus.

Table I. Detail of specimen.

Specimen No.	Type of cross sec.	H_a (mm)	H_r (mm)	Weight (kgf/mm) $\times 10^{-3}$	Bonding condition
1	B	0.084	—	0.472	Good
2	A	0.181	1.55	0.538	Good
2'	A	0.211	1.55	0.538	Good
3	A	0.238	1.95	0.568	Good
4	A	0.201	1.04	0.526	Good
5	C	—	—	0.229	—
1 a	B	0.080	—	0.478	Poor
2 a	A	0.233	1.55	0.548	Poor
2 a'	A	0.236	1.55	0.548	Poor
3 a	A	0.312	1.95	0.572	Poor
4 a	A	0.295	1.04	0.522	Poor

Fig. 5. Cross section of specimen.

Fig. 6. Natural freq. of No. 5 specimen.

Fig. 7. An example of strain response at the middle point of beam.

衰率および固有振動数は図中の破線で囲まれた、ひずみが微小で構成式が線形となる部分の値を採用した。なお、この線形部分が打撃の強弱によって影響を受けないことは、あらかじめ実験によって確認した。

3・2 供試体

本実験においては供試体は金属板として冷間圧延鋼板、粘弾性材としてネオプレン系合成ゴムを使用し、クロロプレン系接着剤で両者を接着したサンドイッチはりを用いた。供試体は接着方法の相違から次の2グループに大別される。

(1) 金属板および粘弾性材に塗布した接着剤の溶剤を充分に揮発させた後にはり合わせたもので、この供試体を「接着良好な供試体」と呼ぶ。

(2) 塗布した接着剤の溶剤が充分揮発しないうちに、両者ははり合わせたもので、供試体番号の後に「a」の記号を付すことによって前者と区別する。この方法によって製作した供試体は接着後、時間の経過につれて溶剤が揮発するために接着面に空洞を生じたり、接着剤の凝固収縮によって接着状態が場所により不均一になることから、「接着不良の供試体」と呼ぶ。

なお、タイプB供試体は、接着状態も含めた接着剤の複素横弾性係数を求めるためのものである。サンドイッチはりの固有振動数は、その長さを約 900 mm から、500 mm まで、数段階にわたり切断することによって変化させた。使用した合成ゴムの物性値は板厚によって異っているが、これはそれぞれ別の素材より製作されたものであることによる。Fig. 8 に示すようにサンドイッチはりの振動特性は、接着後日数経過と

Fig. 8. Effect of the change of adhesive property with time on vibrational characteristics.

もに変化するため実験は振動特性が定常に達した時点で行った。なお、合成ゴムの複素横弾性係数の算出にあたっては、サンドイッチはりの固有振動数の測定値が、200 Hz 以下であるため、その周波数依存性は無視した。また、合成ゴムの複素横弾性係数の温度に対する影響も、実験が16~20℃で行われたことから無視した。

4 実験結果および考察

接着剤および合成ゴムの複素横弾性係数は、不明であるため、接着の影響を考慮した解析の妥当性の評価は、つぎの手順によって行った。

(1) 接着方法の異なる2種のタイプB供試体について、実験値 (f_n , δ) と理論式とによって、それぞれ接着のよしあしの影響を考慮した接着剤の複素横弾性係数 G_a^* を求める。

(2) 合成ゴムの板厚が同じで (したがって G_r^* の等しい) 接着方法の異なる (G_a^* の異なる) 2種のタイプA供試体 (例えば、No.3 供試体とNo.3a 供試体) のいずれか一方から、(1)で求めた G_a^* を使って実験値 (f_n , δ) と理論式とによって、合成ゴムの複素横弾性係数 G_r^* を求める。

(3) この G_r^* をもう一方の供試体に適用し、計算

Fig. 9. Vibrational characteristics of Type B specimen.

によって f_n , δ 求め実験値と一致するかを比較検討する。ただし、この供試体の G_a^* は G_r^* を求めるために用いた前述の供試体の G_a^* とは当然のことながら異っている。

Fig. 9 は上述の手順(1)による結果を図示したもので、得られた接着剤の複素横弾性係数は、図中に記入されている。Fig. 10~12 は上述の手順(2)と(3)による結果

Fig. 10. Vibrational characteristics of Type A specimen.

Fig. 11. Vibrational characteristics of Type A specimen.

Fig. 12. Vibrational characteristics of Type A specimen.

を図示したもので、得られた合成ゴムの複素横弾性係数は、図中に記入されている。Fig.9~12より、本実験の範囲内においては、サンドイッチはりの対数減衰率は周波数に依存し、周波数の増加とともに増大することは明らかである。ただし、Fig.10では、対数減衰率は計算によれば、40 Hz 付近から減少しはじめる。

以上の結果を見れば、上述の手順(2)と(3)に基づく計算値と実験値はよく一致していて、接着の影響を考慮した解析は充分に妥当であることがわかる。本実験では使用した接着剤が一種類であったため、接着状態のよしあしの影響が強調されているが、接着剤が異れば接着剤自身の物性値の影響も考慮対象となることは明らかである。なお、Fig.10からわかるように、接着方法が同じであれば、実験値のばらつきは小さい。このことは、サンドイッチはりの振動特性は、接着のよしあしによって大きな影響を受けるものの、サンドイッチはりの製作工程さえ安定していれば、その振動特性は充分に高い精度で予測できることを示唆している。

サンドイッチはりの対数減衰率は、(18)式より、 X_0 、 Y 、 β_r 、 A 、 ψ の関数となるが、Fig.13~16は対数減衰率および固有振動数が A 、 ψ によって、どのように影響されるかを示したものである。これらの図は Y が31.35 (No.5 供試体の Y の値)の場合の結果であり、 X_0 を横軸にとっている。 X_0 は(14)式で示される無次元量で、それがある値のときサンドイッチはりの対数減衰率は極大となっている。Fig.10において対数減衰

Fig. 13. Effect of parameter A on log, decrement.

Fig. 14. Effect of parameter A on f_0/f_n .

Fig. 15. Effect of parameter ψ on log, decrement.

Fig. 16. Effect of parameter ψ on f_0/f_n .

率の計算値が40 Hz 付近から周波数の増加とともに減少しはじめるのはこのためである。Fig.13とFig.15より、 A は対数減衰率が極大となる X_0 の値を変化させ、 ψ は対数減衰率が極大となる X_0 の値を変化させないが、対数減衰率の極大値そのものを変化させることがわかる。

接着の影響がない場合には、(15)式と(16)式より、 $A=1.0$ 、 $\psi=0$ となる。本実験で用いたNo.5 供試体を例にとって、その A^* の値を求めれば、 $A^*=0.92$ ($1+i0.0$)となる。接着の影響がない場合と比較して、No.5 供試体の対数減衰率が小さくなるか大きくなるかは、Fig.13からわかるように X_0 の値に依存する。

以上より、使用条件に対して、最大の減衰能をもったサンドイッチはりを設計するには、対数減衰率と X_0 の関係を考慮して試行錯誤によって、対数減衰率が極大となるように、サンドイッチはりの諸元を決定すればよい。

5 結 言

本研究により、次の結論が得られた。

(1) 5層モデルのサンドイッチはりの解析式を作り、実験によってその妥当性を確めた。

(2) サンドイッチはりの振動特性は、接着方法によって異なる。本実験の範囲内においては、「接着良好な供試体」は「接着不良の供試体」と比較して、対数減衰率は小さく、固有振動数は大きい。

(3) サンドイッチはりの対数減衰率および固有振動数は、接着剤の存在によって影響をうけ、その影響の程度は A^* (15式参照) によって表される。 A^* は、接着剤の物性値だけでなく接着のよしあしも考慮したものである。

(4) 使用条件に対して、効果的な減衰能をもったサンドイッチはりを実設計するには、Fig. 13 と Fig. 15 からわかるように A^* の値を考慮して諸元を決定しなければならない。

(昭和55年5月20日 日本材料学会第29期学術講演会にて講演)

付録〔1〕 (4)式の誘導

各弾性材層の曲率 $\partial\varphi/\partial x$ は等しく、粘弾性材層には曲げモーメントおよび軸力は作用しないと仮定すれば、(3)式は明らかに成り立つ。また、Fig. 1 を参照すれば、

$$\sum F_i h_i = F_2 d - D(F_1 + F_2) \quad (1-1)$$

ここで純曲げの仮定をおけば

$$F_1 + F_2 = 0 \quad (1-2)$$

ゆえに

$$\sum F_i h_i = F_2 d = K_2 \varepsilon_2 d \quad (1-3)$$

$$F_i = K_i \varepsilon_i \quad (1-4)$$

弾性材層1の引張ひずみを ε_1 とすれば弾性材層2のそれは、(Fig. 1, 2 参照)

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_1 + \alpha d - H_v \theta_r - H_a (\theta_a - \theta_r) \quad (1-5)$$

$$\varepsilon_2 = -\frac{K_1}{K_2} \varepsilon_1 \quad (1-6)$$

$K_T = K_1 + K_2$, $R_r = \theta_r / \alpha$, $R_a = \theta_a / \alpha$ とおけば

$$\varepsilon_2 = \alpha \left(1 - \frac{K_2}{K_T} \right) \{ d - H_v R_r - H_a (R_a - R_r) \} \quad (1-7)$$

ゆえに、(1-3)式に(1-7)式を代入すれば

$$\begin{aligned} \sum F_i h_i = \alpha \left\{ -K_2 d \left(1 - \frac{K_2}{K_T} \right) (H_v R_r \right. \\ \left. + H_a (R_a - R_r) + K_2 d^2 \left(1 - \frac{K_2}{K_T} \right) \right\} \end{aligned} \quad (1-8)$$

ここで

$$(EI)_T = \sum K_i y_i^2 = K_2 d^2 - \frac{1}{K_T} (K_2 d)^2 \quad (1-9)$$

であるから、(6)式を用いれば、(4)式が求まる。

$$\sum F_i h_i = (EI)_T Z^* \alpha = (EI)_0 Z^* Y \alpha \quad (4)$$

ゆえに、(2)~(4)式より

$$(EI) = (EI)_0 (1 + Z^* Y) \quad (1-10)$$

ただし

$$Y = \frac{(EI)_\infty}{(EI)_0} - 1 = \frac{(EI)_T}{(EI)_0} \quad (1-11)$$

付録〔2〕 (7)式の誘導

粘弾性材および接着剤は純弾性的に挙動するとすれば、

$$G_r = \tau / \gamma_r \quad G_a = \tau / \gamma_a \quad (2-1)$$

また

$$\sum \left(F_i + \frac{\partial F_i}{\partial x} dx \right) = 0 \quad (2-2)$$

であるから

$$\sum \frac{\partial F_i}{\partial x} dx = 0 \quad (2-3)$$

$$\tau \cdot b \cdot dx = -\frac{\partial F_2}{\partial x} dx \quad (2-4)$$

(2-1)式と(2-4)式とより

$$b G_r \gamma_r = b G_a \gamma_a = -\frac{\partial F_2}{\partial x} \quad (2-5)$$

(2-5)式の両辺を x で微分し、 R_r , R_a が x の関数でないとして、(1-4)式、(1-7)式を(2-5)式に代入すれば、(7)式が求まる。

$$b G_r R_r \alpha = b G_a R_a \alpha = -K_2 \frac{\partial^2 \alpha}{\partial x^2} \{ d - H_v R_r - H_a (R_a - R_r) \} \quad (7)$$

付録〔3〕 (14)式と(15)式の誘導

(6)式より

$$Z^* = 1 - \frac{H_v R_r}{(EI)_T} \left[K_2 d \left(1 - \frac{K_2}{K_T} \right) \left\{ 1 + \frac{H_a}{H_v} \left(\frac{R_a}{R_r} - 1 \right) \right\} \right] \quad (3-1)$$

(7)式より

$$R_a / R_r = G_r / G_a \quad (3-2)$$

ゆえに、 G_r , G_a を G_r^* , G_a^* で置きかえ、(11)式を用いれば

$$\begin{aligned} Z^* &= 1 - \frac{H_v R_r}{(EI)_T} \left[K_2 d \left(1 - \frac{K_2}{K_T} \right) \left\{ 1 + \frac{H_a}{H_v} \left(\frac{G_r^*}{G_a^*} - 1 \right) \right\} \right] \\ &= 1 - \frac{1}{(EI)_T} \cdot \frac{1}{(X^* + A^*)} \left[K_2 d^2 \left(1 - \frac{K_2}{K_T} \right) A^* \right] \\ &= 1 - \frac{1}{X^* + A^*} \end{aligned} \quad (14)$$

ここで、

$$\begin{aligned} A^* &= 1 + \frac{H_a}{H_v} \left(\frac{G_r^*}{G_a^*} - 1 \right) \\ &= 1 + \frac{H_a}{H_v} \left\{ \frac{G_r (1 + i\beta_r)}{G_a (1 + i\beta_a)} - 1 \right\} \\ &= 1 + \frac{H_a G_r}{H_v G_a} \left\{ \left(\frac{1 + \beta_r \beta_a}{1 + \beta_a^2} - \frac{G_a}{G_r} \right) + i \left(\frac{\beta_r - \beta_a}{1 + \beta_a^2} \right) \right\} \end{aligned} \quad (15)$$

参考文献

- Derby, T.F., and J.E. Ruzicka, NASA CR-1269, Sec 2 (1969) NASA
- 戸原春彦他, 防振工学, 3章 (1975) 日本鉄道車輛工業会
- Chatterjee, A., and J.R. Baumgarten, Journal of Eng. for Industry, 1239 (1971).
- Trompette, P., D. Boillot, and M.A. Ravel, Journal of Sound and Vibration, **60**, 345 (1978).
- Rao, D.K., Journal Mechanical Engineering Science, **20**, 271 (1978).