温度こう配をもつ棒内を伝ばする 弾塑性波の計算機シミュレーション*

伊 達 秀 文**

Computer Simulation of Elasto-Plastic Waves Propagated in a Finite Bar with Temperature Gradient

by

Hidefumi DATE

(Faculty of Engineering, Tohoku Gakuin University, Tagajo)

The problem of a cylindrical flat-ended projectile impinging on a flat rigid anvil has been analyzed by many investigators in order to assess the dynamic stress-strain relation at high strain rates. Though impact speed in the method described above is higher than those of other tests such as Split Hopkinson Bar Method, the temperature rise caused by plastic work cannot be neglect in this method. Such temperature rise creates nonhomogeneity in the loading region and this nonhomogeneity is maintained almost constant in the unloading region.

In this paper, the simulation of elasto-plastic waves propagated in a finite bar, which impinged on a flat rigid anvil, with steady temperature gradients was made by a computer. The temperature distribution was assumed to be an exponential function of the axial distance of the bar. A constitutive equation used in the analysis was a rate-dependent type and it was assumed that the static stress was a linear function of absolute temperature. The problem was formulated and solved numerically by the method of characteristics with supplement rectangular net.

The numerical results show that the temperature distribution has influence upon stress and strain. Especially, it has considerable influence upon the deformation resistance and unloading wave from the free end.

(Received Jan. 13, 1981)

キー・ワード：一端衝撃，弾塑性波，温度こう配，シミュレーション

1 緒 言

高ひずみ速度下で，応力・ひずみ関係が静的におけるそれと比較して一般に大きくなることがよく知られており，ひずみ速度の構成式へ及ぼす影響がこれまでも多くの研究者によって調べられている。実験的にはスプリット・ホプキンソン棒法が衝撃試験として数多く行われており¹⁾，また，加速された飛しょう体の衝撃を利用して応力・ひずみ関係を求めることも行われている²⁾³⁾。後者によれば前者より高速での試験が可能と思われるが，このときほぼ断熱過程とみなせる温度上昇を無視することができない。温度上昇は負荷域で起り棒内に非等質の発生，生長を促し，除荷域でその非等質を維持する。したがって，変形過程は非等質に関して非定常状態と定常状態にまたがって進行するので定常状態の非等質棒内を伝ばする弾塑性波について考

察することは有用なことと考える。温度による非等質な棒内を伝ばする弾塑性波については Francis 等が定常温度分布をもつ半無限棒について数値計算を行い，構成式に温度依存の直線硬化形を仮定した結果，除荷は波の反射とは独立に起こることなど塑性波頭後部の複雑さを見いだした⁴⁾。さらに温度とひずみ速度の影響を含む構成式を活性化エネルギーを基礎とした考察から導出し特性曲線法と差分法との組合せにより数値解を得ている¹⁾。彼は温度感度の強い粘塑性物質の構成式の開発と解析法に重点を置いているため温度こう配の違いによる応力，ひずみなど物理量への影響と波の反射による除荷過程への温度の影響が充分考察されていない。

そこで，本論文では以上のことを考え合わせ指数関数で表される温度こう配をもち，静的応力・ひずみ関係が温度の1次関数でありひずみ速度に依存する構成式を供えた1次元の有限長棒が定速飛行の後，剛体壁に衝突する問題を計算機を用いてシミュレーションを

* 原稿受理 昭和56年1月13日

** 正 会 員 東北学院大学工学部 多賀城市中央

(43)

$$\left. \begin{aligned} \sigma_N - \sigma_{WS} + \rho C_0(v_N - v_{WS}) &= 0 \\ \sigma_N - \sigma_{ES} - \rho C_0(v_N - v_{ES}) &= 0 \\ \varepsilon_N &= \varepsilon_S + (\sigma_N - \sigma_S)/E \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

(15)式より求められた応力 σ_N 、ひずみ ε_N が

$$\sigma_N < f(\varepsilon_N) \quad (16)$$

を満足するなら N 点は除荷状態にあると考え次の格子点の計算へ移る。満足しないならば負荷状態にあると考え次式を用いて応力、ひずみ、粒子速度を求める。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_N - \sigma_{WS} + \rho C_0(v_N - v_{WS}) &= -(g_N + g_{WS})E \cdot \Delta t/2 \\ \sigma_N - \sigma_{ES} - \rho C_0(v_N - v_{ES}) &= -(g_N + g_{ES})E \cdot \Delta t/2 \\ \varepsilon_N - \varepsilon_S &= (\sigma_N - \sigma_S)/E + (g_N + g_S) \cdot \Delta t/2 \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

以上の手順に従って数値計算を行い、衝撃端粒子速度が0値 ($v_{x=0} \neq 0$) を取れなくなった時刻を衝撃終了時刻とした。特性曲線に基づく差分計算の精度については、林等⁹⁾により計算時間の刻み幅を $1 \mu\text{sec}$ 以内にとれば、差分計算結果は誤差1%以内で理論解と一致するとの報告を参考に格子形状および試料長さを考慮して、刻み幅を $0.2 \mu\text{sec}$ と $0.1 \mu\text{sec}$ の2段階に変化させて最も温度こう配の大きいものについて計算を行った。その結果、誤差1.3%以内で一致したので、刻み幅を $0.2 \mu\text{sec}$ とした。

2・2 静的応力・ひずみ関係

Fig. 2. Static stress-strain curves.

Table I. Numerical parameter.

E_0	$8.00 \times 10^{10} (\text{kg/m}^2)$
E_1	$3.71 \times 10^6 (\text{kg/m}^2 \text{K})$
σ_0^0	$9.20 \times 10^6 (\text{kg/m}^2)$
σ_1^0	$1.23 \times 10^4 (\text{kg/m}^2 \text{K})$
σ_1^*	$1.63 \times 10^7 (\text{kg/m}^2)$
σ_1^*	$2.05 \times 10^4 (\text{kg/m}^2 \text{K})$
n_0	1.00
n_1	1.43×10^{-3}

$$K = 10 \times 10^6 \text{s}^{-1}$$

数値計算に用いた静的応力・ひずみ曲線を Fig. 2 に、さらに(7)式で示した材料定数を Table I に示す。材料定数の決定には手持ちの Al(A1050-H18) の常温における圧縮応力・ひずみ曲線を基本として Chiddister 等¹⁰⁾によって実験的に求められた真応力・ひずみ曲線を参考に各温度における材料定数を求め、さらに温度との線形関係を仮定し、弾性波速度を 293 K で約 5000 m/sec、加工硬化指数 (n 値) が Francis と同様 0 K で 1.0 となるように考慮して Table I に示す材料定数を決定した。また、Chiddister 等は実験により温度と真応力間に線形関係が成立つことを報告しており、本論文においても上述の仮定から求めた応力と温度の関係において彼等の結果と定性的によく一致することを確認した。

3 結果および検討

初期条件として衝突速度を与えるが、本論文においては衝撃端最大応力が指定した応力（以後、一定応力試験と呼ぶ。）になるよう衝突速度を調整し Table II に示す組合せに従い、また、温度こう配は Table III

Table II. Combination of specimen length and maximum impact stress used in numerical analysis.

P	20 (kg/mm ²)	50 (kg/mm ²)
L		
20 (mm)	a	b
40 (mm)	c	

Table III. Combination of temperature gradient used in numerical analysis.

	T_0	T_{ena}
A 1	220	220
2	220	170
3	220	120
4	220	20
B 1	320	320
2	320	270
3	320	220
4	320	120
C 1	20	220
2	20	120
3	20	70
4	20	20
D 1	120	320
2	120	220
3	120	170
4	120	120

に従って数値計算を行った。表中、 P ：衝撃端最大応力， L ：試料長さを示す。以後、温度表示は本文、図表ともにセルシウス度に変換し、温度こう配は衝撃端温度と自由端温度の組合せで表示する。また、結果は典型的な例について説明する。

3・1 応力と衝撃持続時間への影響

Table III A, C の温度こう配による衝撃端での結果を無次元量で再整理した応力の時間変化を Fig. 3 (a), (b)に示す。Fig. 3 (a), (b)では衝撃端温度 (T_0) の高低に依らず、自由端からの反射により生じる除荷波が最初に到達する時刻 $T_r (=2L/C_0)$ 以前は (図中に

は代表して1か所だけ示す。), 自由端温度 (T_{end}) が低いほど応力値は高く、時間の経過とともにその差は増加する。しかし、時刻 T_r 以後は逆に自由端側が低温ほど応力の減少は大きく、その差を増しながら衝撃終了へ向う。したがって、衝撃端温度が同一のとき、自由端温度が高いほど衝撃持続時間 (以後持続時間と呼ぶ。)は増加する。衝撃端の変形に影響をもつ自由端側要素が低温であるため高い変形抵抗をもつ。それゆえに、時刻 T_r 以前において衝撃端応力は減少しにくい。また、 T_r 以後では低自由端温度が自由端からの高自由端降伏応力を引き起すので、自由端で生じる除荷波は自由端温度が低いほど大きく、したがって時間の経過に伴う応力の減少は大となる。他の位置では、先行波の到達時に低自由端温度ほど高応力値を示すが、その事項を除いて衝撃端と同様の傾向を示す。一定自由端温度における衝撃端温度の変化による応力の推移は T_r 以前、衝撃端温度が低いほど応力の減少は幾分起りにくい。 T_r 以後は高衝撃端温度ほど応力値の減少も起りにくく持続時間も増加する。その理由として等しい衝撃端最大応力を生じせしめるためには、高い衝撃端温度ほど高い衝撃速度を必要とするためと考えられる。また、自由端温度が同一であることは自由端からの除荷波による除荷量が等しいことを意味し、従って衝撃端温度が高いほど持続時間が増加する。応力の推移および持続時間へ及ぼす前述した二つの因子、すなわち衝突速度と除荷の組合せの影響が最も顕著な例として温度こう配 0 ($R=0$) のものを Fig. 4 に示す。高温ほど等しい衝撃端最大応力を生じせしめるに必要な衝突速度は高く、全体の変形抵抗も低くさらに除荷波による除荷量も小さい。衝撃端温度、自由端温

Fig. 3. Typical variation of stress at the impacted end for various cases.

Fig. 4. Variation of stress at the impact end for various cases. ($R=0$)

Fig. 5. Time of contact versus various temperature gradients.

度の組合せに対する無次元化された持続時間を Fig. 5 に示す。図のように衝撃端最大応力を固定すれば、衝撃端温度が高いほど、また、自由端温度が高いほど持続時間は増加することが明らかであり、さらに持続時間へは自由端温度より衝撃端温度が強い影響をもつ。

3・2 ひずみへの影響

Table II・b, Table III・A, C の組合せによるひずみの時間変化の例を Fig. 6(a), (b) に示す。どちらの温度条件でも衝撃端 ($X=0$) では持続時間全体に渡り低自由端温度ほど高いひずみを示し、その差も時間の経過とともに増加する。しかし、 $X=3$ mm では衝撃なかばまですべての温度条件においてほとんど同値を示すが、終了近くで自由端温度の低いもののほどひずみの低下を示す。 $X=6$ mm より自由端側の要素では衝撃持続中すべて高自由端温度下でのひずみが低自由端温度下でのひずみより大となる。最終ひずみ分布から比較すれば (Fig. 7 (a), (b)) 温度こう配の違いにかかわらず低自由端温度ほど衝撃端近傍での値が大きく、残りの自由端側では小さい。交点 I_s より衝撃端側の変形は自由端側要素の影響により変形が進行するため低自由端温度ほど自由端側の変形抵抗が高くなるので変形が衝撃端側に集中する。しかし、自由端温度が高くなれば全体の変形抵抗が下がる理由により変形は全体に分散する。試料長の違いによる最終ひずみ分布を試料長で無次元化して示したものが Fig. 8 (a), (b) である ($P=20$ kg/mm²)。試料長が長いほど中央より衝撃端側で大きく自由端側で小さい。また、 I_s 点は試料長が長いほど無次元位置 (X/L) で衝撃端に近づく。Fig. 8 中 Table II・a の結果を最大ひずみで無次元化すれば Fig. 9 に示す形状となる。これは、衝撃端に生ずる最終ひずみが等しくなるように衝撃速度を変化させたことと等価と考えられる。一定の衝撃端ひずみを生じせしめる衝突速度は衝撃端温度のみで決定されるた

め、衝撃端温度が高く自由端温度の低いこう配 ($R>0$) に比較してこう配 0 ($R=0$) の状態では衝撃端と自由端を除いてすべて小さく、逆こう配 ($R<0$) では上述の理由から、衝撃端と自由端を除いて 0 状態でのひずみが小さい。2 種の 0 状態を比較すれば高温ほど変形抵抗が低いので変形は中央と衝撃端間に蓄積される。その結果、衝撃端側でひずみが大きく、自由端側では逆転して低温ほど大きいひずみを示す。自由端側の要素は衝撃端側の変形を促すため、試料長が増加すれば衝撃端への影響が大となるため衝撃端側の大ひずみ域

(a) ($R \geq 0$)

(b) ($R \leq 0$)

Fig. 6. Typical variation of strain at various sections of the bar.

すなわち $X/L=0$ から E_c 点までの長さが増加する。また、全体のひずみの増加に従って温度こう配による差はしだいに減少する。一定応力試験における最終ひずみ分布を衝撃端 ($X/L=0$) と中央 ($X/L=0.5$) の2箇所について Fig. 10 (a), (b) に示す (Table II a)。衝撃端では衝撃端温度が高く自由端温度が低いほど大きいひずみを生じる。しかし、試料中央では衝撃端温度、自由端温度ともに高いほどひずみは大きい。Fig. 7 とともに考え合わせれば I_s 点より衝撃端側で Fig. 10

(a) の傾向であり自由端側で Fig. 10 (b) の形状となる。一定ひずみ試験では、どの位置においても衝撃端温度が決まれば自由端温度が高いほどひずみは大きく、自由端温度が一定であれば衝撃端温度が低下するに従いひずみは増加する。しかし、0 こう配では E_s 点を境界として衝撃端側と自由端側でその傾向は逆転する。

4 結 言

温度こう配をもつ有限円柱内部を伝ばする弾塑性波

Fig. 7. Distribution of plastic strain after impact.

Fig. 8. Distribution of plastic strain after impact for two lengths.

Fig. 9. Distribution of nondimensional plastic strain after impact. ($R \geq 0$)

の挙動に関して、構成式にひずみ速度に依存する型の1例である Malvern 型、さらに静的なひずみ関係が温度の一次関数であると仮定して計算機によりシミュレーションを行った。その結果、温度こう配は応力、ひずみともに影響を与えるが、大別して変形抵抗と自由端より生じる除荷波への二つの効果と考えられる。また、一定応力試験において温度こう配によるそれぞれの差異は応力またはひずみが増加するに従い増加する。計算例は2種の試料長と衝撃応力の3とおりの組合せに対する温度こう配について行ったのでより詳細な考察は充分であるとはいえないが温度こう配が、自由端を有する棒内の弾塑性波の伝ばに及ぼす影響について基本的な点は明らかになったと考える。なお、数値計算は東北学院大学計算センター FACOM-M-140F を用いて行った。

(昭和55年5月20日 日本材料学会第29期学術講演会にて講演)

参 考 文 献

- 1) 例えば, Lindholm, U.S., J. Mech. Phys. Solid, **12**, 317 (1964).
- 2) 例えば, 西山卯二郎, 谷村真治, 日本機械学会論文集, **38**, 715 (1972).
- 3) 内田幸彦, 塑性と加工, **19**, 386 (1978).
- 4) Francis, P.H., and U.S Lindholm, Trans. ASME,

(a) ($X < L_g$)

(b) ($X > L_g$)

Fig. 10. Strain of impact end versus various temperature gradients.

- J. Appl. Mech., **90**, 441 (1968).
- 5) Francis, P.H., Trans. ASME, J. Appl. Mech., **37**, 315 (1970).
- 6) Wood, E.R., and A. Phillips, J. Mech. Phys. Solid, **15**, 241 (1967).
- 7) 岸田敬三, 千田香苗, 日本機械学会論文集, **37**, 875 (1969).
- 8) Lin, H.-C., and Wu, H.-C., Trans. ASME, J. Appl. Mech., **43**, 92 (1976).
- 9) 林 卓夫, 福岡秀和, 藤村靖之, 香本芳正, 塑性と加工, **14**, 343 (1973).
- 10) Chiddister, J.L., and L.E. Malvern, Exp. Mech., **3**, 81 (1963).