平織クロス FRP 板の衝撃はく離解析*

平 井 恒 夫** 今 井 田 豊**
仙 波 卓 弥*** 樽 井 勝***

Micro-Fracture Mechanism in Woven Reinforced FRP under Impact Tensile Load

by

Tsuneo HIRAI, Yutaka IMAIDA, Takuya SEMBA and Masaru TARUI

(Department of Mechanical Engineering, Doshisha University, Kyoto)

Fundamental characteristics of stress wave propagating in the fabric reinforced laminates may be more complex than that of non-woven reinforced plastics or the homogeneous materials. Especially, the heterogeneous construction and accompanied internal fracture introduce severe complexities into the behaviour.

The shock propagation due to impact tensile displacement in the lamina was measured to understand the essential characteristics of composites. Also, the shock propagation characteristics were analyzed by FEM (Finite Element Method) by considering the stiffness drop caused by the occurrence of micro-fracture as a problem of material non-linearity.

It was made clear the stress wave propagating in the warp fibre bundle arranged along the load direction increased sharply by the occurrence of micro-fracture in the weft fibre bundle. The stress waves transmitting in both warp and weft fibre bundle diminished suddenly by the inter-separation between them. The stiffness drop that is generally called "knee" appeared clearly in the numerical results.

(Received May 20, 1981)

キー・ワード：複合材料，動的応答，不均質解析，微視破壊，はく離

1 緒 言

強化布とマトリックスとの三次元構成や、それに起因する特有の微視破壊に留意すると、動的な変形下におけるクロス FRP 板の変形挙動は、本質的に均質体とは異っていることが予想される。特に、微細クラックや層間はく離等の発生は、材料内を伝ばする応力波の性質を支配し特徴づける大きな要因であると考えられる。

以上のような観点から、衝撃変形下における複合材料の変形挙動を把握しようとする試みはこれまでも盛んになされている。しかしながら、それらのほとんど^{1)~3)}のものは、ひずみ速度の影響を考慮した構成関係や、巨視力学の立場から弾性応力波の伝ば現象を明らかにしようとするものであり、構成の不均質性に依存するクロス FRP 板特有の微視破壊やその挙動を解明するには至っていないように思われる。

本報では、クロス FRP 板の内部を伝ばする応力波の基本的な性質を明らかにすることを目的として、まず始めに、衝撃変形下における短冊型平織クロス FRP 板（ラミナ）の変形挙動を実験により明らかにする。続いて、微視破壊の発生に伴う剛性の低下を材料非線形の問題に置換することにより、上記の挙動を有限要素法を用いて解析する。同時に、実測値との比較検討を試みる。

2 単位構造モデルおよび基礎方程式

強化布とマトリックスとの不均質構成や、機械的性質の相違に基づく応力波の分散や透過現象は、FRP 板内部を伝ばする波の性質を支配する大きな要因であろう。ここでは、不均質構成を考慮した構造モデルを選択し、微視力学の立場から上記の動特性を有限要素解析する手法について述べる。

たてよこ規則的に配向され、織構造により結合された強化材をもつ FRP 板は、巨視的にみれば正方対称の面内挙動を呈するものと推察されるが、これでは織構造に基づく微視破壊を追従できない。一方、織構造

* 原稿受理 昭和56年5月20日

** 正 会 員 同志社大学工学部 京都市上京区烏丸今出川

*** 同志社大学大学院 京都市上京区烏丸今出川

(b) 3-dimensional heterogeneous model unit.

Fig. 1. Illustration of modeling on plane weave reinforced plastics (lamina).

の厳密なモデル化は現実に不可能であるだけでなく、不必要に解析を煩雑なものにすると考えられる。そこで、Fig. 1 (a) に示す繊維束の交錯を、有限要素モデルを用いて Fig. 1 (b) のようにモデル化する。図中、Y-Z平面内のはり要素は樹脂の含浸した縦繊維束を表し、糸軸方向の変形に対する抵抗をもつ。また、三角形要素は縦繊維束と直交する横繊維束を意味し、糸軸と直交する方向の変形に対する抵抗をもつ。X-Z平面内のはりならびに三角形要素についても同様である。さらに、X-Y平面内の三角形要素は、繊維束の収縮あるいは膨脹変形に対する抵抗を受けもつ。

Fig. 1 (b) に示した単位構造モデルの結合構造として、短冊型試験片（ラミナ）を Fig. 2 のようにモデル化すると、任意の変形段階において平衡状態にある各構成要素に対し、仮想仕事の原理は(1)式のように表される。

$$\begin{aligned} & \int_V (\sigma_{ij} + \Delta\sigma_{ij}) \delta(\Delta\epsilon_{ij}) dV \\ &= \int_V (P_i + \Delta P_i) \delta(\Delta u_i) dV + \int_S (T_i + \Delta T_i) \delta(\Delta u_i) dS \end{aligned} \quad (1)$$

ここに、 σ_{ij} 、 E_{ij} 、 P_i 、 T_i ならびに u_i は、それぞれ、応力 (Pa)、ひずみ (-)、単位体積あたりに作用する物体力 (N/mm³)、単位面積あたりに作用する表面力 (N/mm²) および要素内変位 (mm) を表す。また、 Δ は増分記号を意味する。変形下において発生する微細クラック⁸⁾やはく離に起因する剛性の低下を材料非線形の問題に置換し、微小応力増分 $\Delta\sigma_{ij}$ とひずみ増分 $\Delta\epsilon_{ij}$ との間に(2)式に示す弾塑性構成式を仮定する。

Fig. 2. Idealized strip-shape FRP plate constructed by heterogeneous model unit.

$$\left. \begin{aligned} \Delta\sigma_{ij} &= C_{ijkl} \Delta\epsilon_{kl} \\ C_{ijkl} &= C_{ijkl}^{(e)} (\bar{\sigma} \leq \sigma_Y), \quad C_{ijkl} = C_{ijkl}^{(p)} (\bar{\sigma} > \sigma_Y) \end{aligned} \right\} (2)$$

ただし、 C_{ijkl} は、連続繊維一方向強化型の複合則（繊維弾性率 $E_f = 68.6$ GPa、樹脂弾性率 $E_m = 3.4$ GPa）を用いて決定することが可能な樹脂繊維束の材料定数であり、その変化は直線硬化則に従う。また、 $\bar{\sigma}$ ならびに σ_Y は、それぞれ要素の相当応力 (Pa) および、樹脂の破壊に起因する降伏応力 (Pa) を表す。ひずみ増分 $\Delta\epsilon_{ij}$ を線形ひずみ増分 $\Delta\epsilon_{ij}$ と非線形ひずみ増分 $\Delta\eta_{ij}$ とに分離し、さらに(2)式を(1)式に代入すると、(1)式は(3)式のように変形される。

$$\begin{aligned} & \int_V \sigma_{ij} \delta(\Delta\eta_{ij}) dV + \int_V \Delta\epsilon_{ij} C_{ijkl} \delta(\Delta\epsilon_{ij}) dV \\ &+ \int_V \{ \epsilon_{kl} C_{ijkl} \delta(\Delta\eta_{ij}) + \Delta\eta_{kl} C_{ijkl} \delta(\Delta\epsilon_{ij}) \\ &+ \Delta\eta_{kl} C_{ijkl} \delta(\Delta\eta_{ij}) \} dV \\ &= \int_V \Delta P_i \delta(\Delta u_i) dV + \int_S \Delta T_i \delta(\Delta u_i) dS \\ &+ \left\{ \int_V P_i \delta(\Delta u_i) dV + \int_S T_i \delta(\Delta u_i) dS \right. \\ &\quad \left. - \int_V \sigma_{ij} \delta(\Delta\epsilon_{ij}) dV \right\} \end{aligned} \quad (3)$$

$\Delta\epsilon_{ij}$ ならびに $\Delta\eta_{ij}$ は、要素内変位増分 Δu_i を用いると(4)式のように書き表すことができる ($k=x, y, z$)。

$$\Delta\epsilon_{ij} = (\Delta u_{i,j} + \Delta u_{j,i})/2, \quad \Delta\eta_{ij} = (\Delta\eta_{k,i} \Delta\eta_{k,j})/2 \quad (4)$$

(3)式右辺第1項の物体力増分として、要素の重心に作用する、慣性力 $\rho_c \Delta \ddot{u}_i$ を用いると、(3)式は次式のように変形される。ただし、右辺第3項以下の積分項は変形後の非平衡性を表すが、適切な増分間隔を選択することにより、それらを考慮した場合と同等の効果が

得られることから, ここでは省略して考える.

$$\begin{aligned} & \int_V \sigma_{ij} \delta(\Delta \eta_{ij}) dV + \int_V \Delta \varepsilon_{kl} C_{ijkl} \delta(\Delta \varepsilon_{ij}) dV \\ & + \int_V \{ \Delta \varepsilon_{kl} C_{ijkl} \delta(\Delta \eta_{ij}) + \Delta \eta_{kl} C_{ijkl} \delta(\Delta \varepsilon_{ij}) \\ & + \Delta \eta_{kl} C_{ijkl} \delta(\Delta \eta_{ij}) \} dV \\ & = \int_V \rho_c \Delta \ddot{u}_i \delta(\Delta u_i) dV + \int_S \Delta T_i \delta(\Delta u_i) dS \quad (5) \end{aligned}$$

ρ_c は, 実測可能なクロス FRP 板の密度 (Ns^2/mm^4) を表す. 要素内変位増分 Δu_k を, 形状関数 ϕ_k と節点変位増分 $\Delta r_i^{(e)}$ とを用いて(6)式のように表すと, (5)式より, (7)式に示す要素平衡方程式を得る.

$$\Delta u_k = \phi_{ki} \Delta r_i^{(e)} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} & (K_{\sigma_{ij}}^{(e)} + K_{E_{ij}}^{(e)} + K_{L_{ij}}^{(e)}) \Delta r_j^{(e)} \\ & + M_{ij}^{(e)} \Delta \ddot{r}_j^{(e)} = \Delta f_i^{(e)} \quad (7) \end{aligned}$$

したがって, はり要素と三角形要素とを用いてモデル化した平織クロス FRP 板の動的平衡方程式は, (7)式に示した要素平衡方程式を構造全体について足し合わせるにより得ることができる.

$$\begin{aligned} & \sum_{e=1}^B (K_{\sigma_{ij}}^{(e)} + K_{E_{ij}}^{(e)} + K_{L_{ij}}^{(e)}) \sum_{j=1}^B \Delta r_j^{(e)} \\ & + \sum_{e=1}^B M_{ij}^{(e)} \sum_{j=1}^B \Delta \ddot{r}_j^{(e)} = \sum_{j=1}^B \Delta f_i^{(e)} \quad (8) \end{aligned}$$

ただし E は全要素数を意味する. (8)式の数値積分に際しては, Newmark の β 法を用いた. この場合, 積分定数 β に $1/4$ を用いた場合には, 数値積分の安定性が証明されていることから, 本報では β を $1/4$ とし収束条件を満たす時間増分 Δt を(9)式により求め使用した.

$$\Delta t \leq T_{\min}/\pi \quad (9)$$

$T_{\min}$ は Fig. 1 (b) に示す単位構造より求めた最小固有時間を表す.

3 解析結果と実験結果との比較

一般に Knee と称されている剛性の低下や, 横織繊維束の回復変形は, 静的引張負荷を受けるクロス FRP 板特有の挙動であり, 負荷方向と直交する横織繊維束内に発生する微細クラックや, 交錯繊維束のはく離により生じることが明らかにされている. ここでは, 動的な負荷変形下においても, 上記の微視破壊に起因する特有の波の伝ばがなされていることを, 実験ならびに解析により明らかにする. ただし, 用いた短冊型試験片の寸法は $40 \times 20(\text{mm})$, 繊維体積含有率 V_f は $27(\%)$ である.

3・1 実験方法および実験結果

実験に用いた装置の概略図を Fig. 3 に示す. 負荷方式は重すい落下型とし, スライド軸②上部に設置したスプリング①により, 下部チャック⑧を打撃する重すい④の速度を制御し得るようにした. 動ひずみの測定回路を, Fig. 3 (a) のブロック線図に示す. 動ひずみアンプのもつ周波数特性を考慮して, ブリッジ回路に

(a) Circuit diagram measuring dynamic strain.
(b) Circuit diagram measuring impact displacement

Fig. 3. Illustration of drop-weight type impact tensile device (① Spring, ② Guide shaft, ③ Slide bearing, ④ Weight, ⑤ Upper chuck, ⑥ Specimen, ⑦ Strain gage, ⑧ Lower chuck, ⑨ Marker).

Fig. 4. Relation between output voltage and strain measured by employed bridge circuit.

は直流電圧を加え, ブリッジからの出力を直接オシロスコープにて観測した. なお, オシロスコープの同期には, レーザー光線とフォトトランジスターとを用いた. この場合, オシロスコープに出力される電圧と静ひずみとの間には, 少なくとも $2(\%)$ 前後のひずみ変化に対し, Fig. 4 に示す線形の較正関係が得られている. また, Fig. 3 (b) に示す, 非接触電子光学式変位測定装置 (オプトフォロー) を用いて, 試料と連結する下部チャックの打撃速度を計測した.

重すいの衝突により加振される, 下部チャック打撃面の移動変位例を Fig. 5 に示す. 縦軸は負荷方向移動変位, 横軸は時刻を表す. 同図より, 打撃面に作用する強制変位は, 急激に増大した後振動を繰返しながら, 一定変位に減衰していく様子がわかる. また, Fig. 6 に示すように, 初期変位は時間に比例し 0.3

Fig. 5. Typical impact displacement-time curve.

Fig. 6. Impact displacement-time curve within 1.5 (ms).

Fig. 7. Typical dynamic strain-time curves in fibre bundle.

(ms) 付近まで線形に増大する。上記の波形形状、特に第1波に依存する衝撃速度は、試料内部を伝ばする波の性質を支配する要因の一つであると考えられる。そこで、計測される初期こう配、すなわち衝撃速度が一定となるように、下部チャックを打撃する重すいの速度を制御した。

衝撃速度を 5(m/s) とし、Fig.3 (a) に示した一連の装置により測定した、動ひずみ特性の 1 例を Fig.7 に示す。縦軸は、Fig.4 に示した校正直線を基に換算した動ひずみ、横軸は変形時刻を示す。また、引張りならびに圧縮ひずみは、それぞれ、打撃端近傍の試料表層に貼付したひずみゲージ (Fig.2 参照) に感知される、縦および横繊維束の挙動を表す。Fig.7 に示した結果によれば、引張りひずみは 75 (μ s) 付近まで規則

的に増大し、同時刻において急激に減少していることがわかる。また、それ以後の領域では、振幅の大きい不規則な振動を繰返しながら、増加している。同様の現象は、圧縮ひずみ、すなわち負荷方向と直交する横繊維束の動ひずみ特性にも見ることができる。さらに、ステップ状に増加する引張りひずみの増加の割合は、必ずしも線形ではなく、下に凸な非線形挙動を呈していることがわかる。補足として、変形後の試料破壊状況を Fig.8 に示す。強化布とマトリックスとの不均質構成に基づく特有の破壊モードは、負荷形態の相違に関係なく、動的な場合にも得られていることが明らかである。

Warp direction (Tensile direction)

Fig. 8. Aspect of damage in lamina after the impact test.

さまざまな付加質量を伴う衝撃試験に際し、試料把持部から試料内部への透過波を完全に除去してしまうことは、基本的に不可能であるように思われる。しかしながら、本実験により観測された応力波の挙動、特にひずみの非線形な増大や回復は、微視破壊の発生に起因する、クロス FRP 板特有の挙動であろう。

3・2 解析結果と実験結果との比較

下部チャックから試料内部への透過波は、現実中存在し、少なからず試料内部を伝ばする波の性質に影響を及ぼしているように考えられる。しかし、クロス FRP の動特性を把握しようとする本来の目的からすれば、計算時間の長大化に起因する付加質量を、あえて考慮する必要はないように思われる。そこで、理想化された境界条件 (Fig.2 参照) の下で数値実験を行った。ただし、ひずみの非線形な増大や回復は、いずれも 100(μ s)以内の現象であること、ならびに、Fig.1 (b)に示した構造モデルによれば、交錯繊維束のはく離¹⁴⁾に基づくひずみの回復を充分追従し得ないことの 2 点に留意して、ひずみの回復に至る挙動を解析した。

Fig.6 に示した初期こう配、5(m/s)を負荷条件として用いると、Fig.9 に示す衝撃端荷重と変位との関

Fig. 9. Relation between tensile load and displacement at the impact end calculated by FEM.

係を得る。白丸は試料の微視破壊に起因する剛性低下を考慮した場合、黒丸は考慮しない場合を表す。同時に、構成要素に発生し、進展する塑性域の模様を Fig. 10 (a), (b) に示す。ただし、Y-Z 平面内にある三角形要素の塑性変形は、負荷方向と直交する横繊維束内に発生する微細クラックを仮想する。また、X-Y 平面内にある三角形要素の塑性変形は、樹脂破壊に起因する交錯繊維束間のはく離を表す。この場合、はく離の発生に伴う変位の不連続性については考慮していない。

Fig. 10 に示した結果によれば、弾性波の反射によって生じた微細クラックは、固定端から打撃端に向かって進展していること、ならびに、交錯繊維束間のはく離は打撃端や固定端での弾性反射波によって発生し、試料中央部に向かって進展していること等が推察される。

Fig. 10. Progress of plastic deformation in constituent element calculated by FEM.

Fig. 11. Strain waves transmitting in the fibre bundle near the impact end.

したがって、Fig. 9 に見ることができる衝撃荷重の低下は、横繊維束内に発生する微細クラックに起因し、一般に Knee と称されている剛性低下に相当するものであることが推察される。

実験結果と対応する、交錯繊維束（はり要素）の動ひずみ特性を Fig. 11 に示す。破線は実測値を表す。同図によれば、縦繊維束内を伝ばする引張波は、試料再端部での反射により、約 25 (μs) の周期でステップ状に増加していることがわかる。ただし、波の増加割合は、均質体の内部を伝ばする弾性波のそれとは異り、微細クラックの発生を仮想する塑性変形により逐次増大している。一方、負荷方向と直交する横繊維束の内部を伝ばする圧縮波は、糸のもつ固有振動数に従って、振幅の小さい振動を繰返しながらゆるやかに増加している。

以上の結果、ならびに、静的な負荷変形下においては、交錯繊維束のはく離に基づく横繊維束の回復変形が確認されていること等を勘案すると、Fig. 7 に見られる引張ひずみの非線形な増加は、負荷方向と直交する横繊維束内に生じる微細クラックによるものであることが考察される。また、約 75 (μs) 付近において顕著であるひずみの回復は、交錯繊維束間のはく離に起因しているように思われる。

ここで解析に用いた密度 ρ_e は、 1.59×10^{-9} (Ns²/mm⁴)、各構成要素の材料定数は、Table I に示すとおりである。また、収束条件を満たす時間増分 Δt として、0.5 (μs) を選択した。

3・3 層間のはく離現象に対する考察

一般にはく離と称されている交錯繊維束間の破壊は、本来変位の不連続性を伴う。この内

Table I. Material constants of constituent elements for heterogeneous model unit.

	Young's Modulus E , GPa	Shearing Modulus G , GPa	Poisson's Ratio ν	Yielding Stress σ_Y , MPa	Hardening Ratio H' , GPa
Triangular Element on X-Z or Y-Z Plane	26.6	10.2	0.3	67.6	4.5
Triangular Element on X-Y Plane	13.3	2.8	0.3	39.2	—
Truss Element	21.0	—	—	—	—

部界面の破壊を評価する一つの方法として、破壊の発生に基づく境界条件の変化を拘束条件として用いる方法を挙げることができる。本報で取り扱った対象についても上記の手法を適用することは可能である。また、そうすることにより、はく離の発生に起因する急激なひずみの回復を追従することが可能となるように思われる。その反面、膨大な計算時間を要することが推察される。そこで、本報でははく離の発生に伴う剛性の低下を材料非線形問題に置換した。この手法によれば、ひずみの回復現象は追従し得ないが、はく離の発生時期や位置を予測することが可能となる。¹⁵⁾

4 結 言

織構造をもつ強化布とマトリックスとの三次元構成や、機械的性質の相違に基づく微視破壊現象は、クロス FRP 板の縦衝撃変形下において顕著に現れ、試料内部を伝ばする波の性質に大きな影響を与えていることが明らかとなった。すなわち、負荷方向に配列する縦繊維束の内部を伝ばする波は、それと直交する横繊維束に生じる微細クラックにより、巨視的には非線形に増大していくことが確認された。また、繊維束の内部を伝ばする引張り、ならびに圧縮波は、交錯繊維束間のはく離により急激に回復することが考察された。さらに、微細クラックの発生は打撃端に作用する動的な荷重にも影響を及ぼし、一般に Knee と称されてい

る引張剛性の低下を招いていることが明らかとなった。

本研究に当り、試材を提供していただいた、武田薬品工業株式会社ならびに日本硝子繊維株式会社両社のご好意に感謝致します。

(昭和56年3月17日第10回FRPシンポジウムにて講演)

参 考 文 献

- 1) Tauchert, T. R., J. Composite Materials, **5**, 456 (1971).
- 2) Tauchert, T. R., and F. C. Moon, AIAA. J., **9**, 1492 (1971).
- 3) Sutherland, H. J., and D. E. Munson, J. Composite Materials, **10**, 118 (1976).
- 4) Achenbach, J. D., and G. Herrmann, AIAA. J., **6**, 1832 (1968).
- 5) Rorvik, R. J., J. Composite Materials, **4**, 296 (1970).
- 6) Barker, L. M., J. Composite Materials, **5**, 140 (1971).
- 7) Hofmeister, L. D., G. A. Greenbaum, and D. A. Evensen, AIAA. J., **9**, 1248 (1971).
- 8) Gallagher, R. H., Y. Yamada, and J. T. Oden, "Recent Advances in Matrix Methods of Structural Analysis and Design", (1971) The University of Alabama Press
- 9) Tsai, S. W., NASA., CR-71 (1964).
- 10) 平井恒夫, 仙波卓弥, 日本機械学会講演論文集, No. 800-9, 77 (1980).
- 11) Newmark, N. M., Trans. ASCE., **127**, 1406 (1962).
- 12) Richtmyer, R. D., and K. W. Morton, "Difference Methods for Initial-Value Problems", (1967) Interscience Publisher
- 13) 戸川隼人, "有限要素法による振動解析", (1975) サイエンス社
- 14) 藤原庄一, 平井恒夫, 大槻茂寿, 日本機械学会論文集, **39**, 2667 (1973).
- 15) Hirai, T., and T. Semba, ICCM., **3**, 357 (1980).
- 16) Hirai, T., and T. Semba, Japan-US. Conference on Composite Materials, 410 (1981).