等価応力評価によるランダム荷重下における FRP の疲労寿命推定に関する研究*

網 島 貞 男** 谷 本 敏 夫** 松 岡 敬***

Fatigue Life Estimation of FRP under Random Loading by Equivalent Stress Amplitude Evaluation

by

Sadao AMIJIMA, Toshio TANIMOTO and Takashi MATSUOKA

(Department of Mechanical Engineering, Doshisha University, Kyoto)

Investigations were performed on the fatigue properties of satin woven glass cloth FRP under the pseudo random loading condition which was programmed in two different ways. Both the constant stress amplitude and the random loading tests were carried out by a hydraulic fatigue testing machine.

The FFT analysis was conducted in order to identify the statistical nature of random load to be applied on the specimen. Then, discussions were made on the validity of evaluating the fatigue life under the Gaussian narrow band random loads with the aid of equivalent stress amplitude based upon Miner's rule.

Also, the effect of number of cycles assigned for each stress step on the actual fatigue life in the program loading test was examined.

As a result, it was shown that the fatigue life under various program loads could be estimated to some extent by the equivalent stress amplitude.

(Received May 20, 1981)

キー・ワード：疲労寿命，FRP，ランダム荷重，等価応力評価

1 緒 言

機械・構造物の疲労破壊を防ぎ，安全性・信頼性の高い設計を行うには，ランダム荷重下での構造部材の疲労強度や疲労寿命を正しく予知する必要がある。それにはまず，ランダム荷重が非決定論的な波形である場合がほとんどであることから統計的手法に頼らざるを得ない。実働荷重の統計的性質としてまず，一般にはパワースペクトル密度分布や荷重ひん度分布などが調べられ，しかる後に実際の実働荷重下での寿命評価に際して，その基本となる一定振幅荷重下での $S-N$ 曲線からどのように寿命予測を行えばよいか検討するのが普通である¹⁾²⁾。しかしながら，FRP に関するこの種の研究はその他の材料に比べれば，まだまだ不十分なようである³⁾⁴⁾。

本研究では朱子織ガラス布 FRP の疲労寿命に対して，周期的に繰返される擬ランダム荷重下での疲労試験を実施し，寿命推定のための一試案としてマイナー

則を適用した等価応力評価を行い，寿命推定法としての適否の検討を行ってみた。また，この荷重波形に対して FFT 解析を行い他の周波数成分が存在する場合と存在しない場合とでは，寿命にどのような差をもたらすかについても検討を加えた。さらにまた，プログラム荷重波形を設定する際，各応力値に対する繰返し数が指数関数に従うように決定した 3 種類の異なるプログラム荷重波形 (Lo-Hi 型，Hi-Lo 型，Lo-Hi-Lo 型) について，マイナー則が成立するか否か，また荷重負荷順序の差がどのように現れるかなどについても検討したので併せて報告する。

2 供試材料ならびに試験片

本研究に用いた材料は基材として不飽和ポリエステル樹脂，補強材として朱子織ガラス布を用い手積法により積層板を成形しその後 24 時間常温硬化させて作った。積層途中，層内に残る気泡を除去するためガラス丸棒をころがして気泡を送り出す脱泡方法を用いた。

できあがった積層板はさらに電気炉で 80℃，4 時間のアフターキュアを施し，成形時の内部ひずみを除去した。これらの積層板から強化材の縦糸方向が，試験

* 原稿受理 昭和 56 年 5 月 20 日

** 正 会 員 同志社大学工学部 京都市上京区烏丸今出川

*** 学 会 員 同志社大学工学部 京都市上京区烏丸今出川

片の長手方向になるようにして Fig. 1 に示す形状寸法の試験片を作製した。

Fig. 1. Fatigue test specimen.

Table I に積層板の素材構成を示す。また、Table II は実験に用いた試験片のガラス含有率および静強度特性を示したものである。

Table I. Material of the FRP specimen.

Matrix	Polyester resin (Polylite FG-284)
Reinforcement	Satin woven glass cloth (SLS-212)
Catalizer	Methyl ethyl ketone per oxide
Hardener	Cobalt naphthenate 0.6% solution

Table II. Glass fiber content of the specimen and its static properties.

Weight content W_g	58.14(%)
Volume content V_g	39.77(%)
Tensile strength σ_t	31.0 (kg/mm ²)
Bending strength σ_b	43.0 (kg/mm ²)

3 実験方法

試験片は試験前の環境条件を一定にするため、温度 $23^\circ\text{C} \pm 1^\circ\text{C}$ 、湿度 $60\% \pm 5\%$ の恒温恒湿槽内に48時間以上保持した後、取り出して実験に供した。

本実験における負荷方式は引張圧縮とし、疲労試験装置として電気油圧サーボ疲労試験装置（島津サーボパルサ EHF-EA 5）を用いた。疲労試験は、周波数 10 Hz および 20 Hz を基本とし、プログラマブルファンクションジェネレータおよび関数発生器より各種荷重波形を、入力信号として発生させた。

4 実験結果および考察

4.1 実働荷重下における FRP の疲労寿命評価

本実験に用いた荷重波形は Fig. 2 に示すような2種類のランダム荷重波形（以下、それぞれの波形を RW 1, RW 2 と称することにする。）で、これらの波形における各ピーク応力値はマイクロコンピュータ（ヒューレット・パッカード HP-85）より乱数発生させたものである。また、ランダム荷重波形を用いる際に、その波形がどのような周波数成分を含んでいるか、またどの周波数域でパワースペクトル密度が最大となっているかをあらかじめ調べておく必要がある。そこで、RW 1 の FFT 解析結果を示したのが Fig. 3 であ

Fig. 2. Actually observed random loads.

Fig. 3. Power spectral density distribution.

る。この波形は、周波数が約 20 Hz 付近で最大のパワースペクトル密度を有している。つぎに、RW 2 は RW 1 のように他の多くの周波数成分が存在する場合と対比させるために、これらの最大パワースペクトル密度を有する周波数 20 Hz 一定でかつ入力波形を sin 波とした波形である。また、この波形の各応力値は RW 1 における引張ピーク応力値と等しいものとした。したがって、RW 1, RW 2 とともに 20 Hz 付近において FRP 材への疲労損傷度が大となるものと考えられる⁵⁾。また、同様にして、RW 1, RW 2 とともに 10 Hz 付近においてパワースペクトル密度が最大になるような荷重波形についても実験を実施した。sin 波で周波数が 10 Hz, 20 Hz の一定振幅疲労試験結果を Fig. 4 に示す。図中、実線および一点鎖線はそれぞれ繰返し速度が 20 Hz, 10 Hz に対する寿命データに直線をあてはめたものである。参考までに、実験により得られた各周波数に対する直線近似式を以下に示す。

$$\text{周波数 } 10 \text{ Hz } \sigma^{18.54} \times N_f = 3.737 \times 10^{24} \quad (1)$$

$$\text{周波数 } 20 \text{ Hz } \sigma^{27.39} \times N_f = 1.727 \times 10^{33} \quad (2)$$

また、実際には RW 1, RW 2 の荷重設定にあたって

Fig. 4. S-N diagrams (10Hz, 20 Hz).

Fig. 5. Relation between peak stress amplitude and fatigue life (10 Hz).

Fig. 6. Relation between peak stress amplitude and fatigue life (20 Hz).

は引張ピーク応力値を疲労試験装置デジタルメータから読み取り、各応力値を設定した。S-N線図を用いて実験結果を評価する場合、一般には応力として RMS 値や波形内に含まれるピーク応力値を用いるがここでは便宜上、10Hz および 20Hz の二種類の周波数のもとにおける疲労試験結果について縦軸にプログラムした波形の 1 ブロック中の最大応力値をとった S-N 線図を Fig. 5, 6 に示す。結果として、最大のスペクトル密度が 20 Hz の場合の寿命はそれが 10 Hz の場合よりも短く現れた。著者らの以前に行った一定応力振幅に対する疲労試験に関する研究において、疲労破壊直前の上昇温度を不可逆性サーモポイントで測定した

結果によれば、試験片内には応力繰返しに伴い、かなりの発熱が生じており、室温においてさへ破断直前には 50~70℃ に温度が上昇し、これはガラス含有率が大なるほど顕著であることがわかっている。Smith と Owen は一定応力振幅疲労試験において、繰返し速度が速くなれば寿命が短くなることを報告しており、また彼らは試験速度が速くなるほど試験片の内部温度上昇が大きくなることを指摘している。本研究のランダム荷重下における疲労試験において荷重波形の最大パワースペクトル密度が 20Hz の場合に、10Hz の場合よりも寿命が短くなるのは繰返し速度が速くなることにより内部発熱温度が高くなり結果的にはそれが寿命の低下をもたらしたものと推察できる。またこれらの図から明らかなように、RW 1, RW 2 ともピーク応力値で評価した場合には、基本 S-N 曲線から大きく離れる傾向にあり、寿命を推定することは實際上、困難である。そこで、本論文では FRP のランダム荷重下での疲労寿命を推定するための一つの方法として、マイナー則を基本とした等価応力振幅評価方法を導入し、その適否の検討を行ってみた。

さて一般に、S-N 曲線のばらつきを無視し、この曲線が両対数グラフ上で直線とすると、 σ^* , m を定数として、

$$N = N(\sigma) = \left(\frac{\sigma^*}{\sigma} \right)^m \quad (3)$$

と書ける。種々の応力レベル σ_i での負荷サイクル数を n_i とすると、マイナーの線形累積損傷則を用いた累積損傷度 D は、

$$D = \sum_i \left(\frac{n_i}{N_i} \right), \text{ ただし, } N_i = N(\sigma_i) \quad (4)$$

で定義される。上式の D が 1 となったときに疲労破壊が起ると考えると、

$$D = \sum_i n_i \left(\frac{\sigma_i}{\sigma^*} \right)^m = 1 \quad (5)$$

で与えられる。ただし、本実験では m として (1), (2) 式に示す数値を用いた。ここで、同じ総繰返し数 $\sum_i N_i$

を与える一定振幅波の振幅を等価振幅とよぶと、これは

$$\sigma_{\text{eff}} = \left(\frac{\sum_i n_i \sigma_i^m}{\sum_i n_i} \right)^{\frac{1}{m}} \quad (6)$$

と書きあらわすことができる。ここで RW 1 の荷重波形はパワースペクトル密度からわかるように鋭いピーク状を呈しており応力の確率過程 $\sigma(t)$ はほぼ共振周波数 10 Hz, 20 Hz で振動する狭帯域波になっている。このとき極大値の密度関数 $f_p(\sigma)$ は、一般にレーレイ分布に従っていると仮定することができる。したがって等価応力振幅は、

$$\sigma_{\text{eff}} = \left(\frac{\int_0^\infty \sigma^m f_p(\sigma) d\sigma}{\int_0^\infty f_p(\sigma) d\sigma} \right)^{\frac{1}{m}} \quad (7)$$

となる。応力の瞬時値 $\sigma(t)$ の rms ピーク応力値を σ_{rms} とすれば、

$$f_p(\sigma) = \frac{2\sigma}{\sigma_{rms}^2} \exp\left(-\frac{\sigma^2}{\sigma_{rms}^2}\right) \quad (8)$$

である。これを上式に代入すれば

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{eff}} &= \left(\frac{\int_0^\infty \sigma^{m+1} e^{-\frac{\sigma^2}{\sigma_{rms}^2}} d\sigma}{\int_0^\infty \sigma e^{-\frac{\sigma^2}{\sigma_{rms}^2}} d\sigma} \right)^{\frac{1}{m}} \\ &= \left[\Gamma\left(\frac{m}{2} + 1\right) \right]^{\frac{1}{m}} \sigma_{rms} \end{aligned} \quad (9)$$

となる。⁹⁾ このことから σ_{rms} は極大値の rms 値であるから等価応力 σ_{eff} は rms ピーク応力値の数倍になっていることがわかる。著者らがすでに報告したように、荷重波形 (sin 波, pulse 波) の疲労試験を実施し、換算 rms ピーク応力値を用いることによりかなりの精度で寿命評価が可能であることを指摘したが¹⁰⁾、この(9)式によって明確なごとく等価応力は rms 値の関数になっていることを考えあわせると、ランダム荷重下での寿命評価をする際には rms 値が重要なキーポイントになるということはいうまでもない。

Fig. 7. Relation between equivalent stress amplitude and fatigue life (10 Hz).

Fig. 8. Relation between equivalent stress amplitude and fatigue life (20 Hz).

そのような観点から、各ランダム荷重下に対する疲労寿命データを等価応力で評価し、その場合の $S-N$ 線図を Fig. 7, 8 に示す。ただし、参考までに(1)式および(2)式の直線近似結果を一点鎖線で示してある。まず、20 Hz においてパワースペクトル密度が最大となるようなランダム荷重波形 RW 2 に対して等価応力で評価することにより、その寿命データは一点鎖線で示した一定振幅疲労試験結果と非常に近づくことが確認された。しかしながら、他の周波数成分を含んだ RW 1 に対しては低応力レベルにおいて RW 2 より大きな寿命低下がみられた。これは、Fig. 3 に示したように他の周波数域においてもパワースペクトル密度を有しており、それらの周波数成分の影響が作用して長寿命域になって差として現れたものと考えられる。また、他の周波数帯においても等価応力評価が可能であるか調べるために、10 Hz においてパワースペクトル密度が最大となるような RW 1, RW 2 の疲労試験を実施した。その結果、この場合には両波形とも等価応力を用いて評価することにより、ある程度まで、その疲労寿命データは一定振幅疲労試験結果と一致した。したがって、このように中心周波数が異なる場合でも寿命推定の精度が変化することから、今後、他の周波数成分をも考慮した修正等価応力評価を行う必要があると思われる。

4・2 荷重負荷順序を変化させたプログラム荷重下における実際の寿命推定

前節で述べた擬ランダム荷重下での寿命推定にあたってはパワースペクトル密度と周波数との関係から各種波形の違いを判断し、寿命推定することがある程度まで可能である。さて、本節では各種プログラム荷重下での疲労試験を行い、最も基礎となる荷重負荷順序の影響および荷重ひん度分布などによってどのように FRP 材の疲労寿命に差をもたらすかについて検討を行った。

本実験に用いた累積ひん度分布は片対数紙ではほぼ直線であらわされる指数関数に従ったものとし、周波数

Fig. 9. Number of cycles assigned for each stress amplitude.

を 20Hz, 入力波形として sin 波を用いた. Fig. 9 に示すように, 各応力に対して負荷サイクル数が変化するような A, B, C, 3 type の 8 段多重疲労試験を実施した. これらの荷重ひん度分布は次式で表され直線の傾きを k とし, $\Delta\sigma_i = (\sigma_i - \sigma_0) / (\sigma_p - \sigma_0)$ とした. ただし, $\sigma_0 = 8.5 \text{ kg/mm}^2$, $\sigma_p = 12 \text{ kg/mm}^2$ であり σ_i は各応力値を示すものである.

$$F(n) = \text{EXP} \left\{ \frac{1 - \Delta\sigma_i}{k} \right\} \quad 0 \leq \Delta\sigma_i \leq 1 \quad (10)$$

また, 各タイプにおける k の値を以下に示す.

A type $k = 0.1448$

B type $k = 0.2170$

C type $k = 0.3338$

実際に設定した応力とその負荷サイクル数を Table III に示す. また, 荷重負荷順序はこれら A, B, C, 3 type と Fig. 10 に示すような Lo-Hi 型, Hi-Lo 型, Lo-Hi-Lo 型の 3 種類について行った. Table III

Table III. The number of cycles assigned for each stress amplitude.

stress $\sigma \text{ (kg/mm}^2\text{)}$	$\Delta\sigma_i$	Number of cycles N		
		A type	B type	C type
8.5	0.000	20	100	1000
9.0	0.143	13	52	370
9.5	0.286	8	27	140
10.0	0.429	5	14	52
10.5	0.571	4	7	20
11.0	0.714	3	4	7
11.5	0.857	2	2	3
12.5	1.000	1	1	1

Fig. 10. Pattern of load program.

に示すように, A, B, C, 3 type とともに最大応力値が同じ 12 kg/mm^2 であることからこのようなプログラム荷重下に対してはピーク応力値を用いて寿命推定をすることは困難である. したがって, ここでは各タイプ 1 ブロックの負荷サイクル数の変化から前節で示した等価応力の導入により各応力レベルに換算しなおし寿命を評価した. A, B, C, 3 type の等価応力値を(6)式より算出するとそれぞれ $10.65, 10.21, 9.66 \text{ kg/mm}^2$ となる. このようにして, Lo-Hi 型, Hi-Lo 型, Lo-Hi-Lo 型において縦軸に等価応力, 横軸に破壊までの総繰返し数をとった S-N 曲線が Fig. 11 である. この図からわかるように疲労寿命において荷重負荷順序の差はさほど顕著には現れなかったが, Lo-Hi-Lo 型が他の二つよりややのびる傾向にあった. 変動段数が 2 段多重疲労試験のように少ない場合には負荷順序の差は現れやすいが⁴⁾, 多段多重疲労試験 (本実験では 8 段多重疲労試験) においてはあまり差はみうけられないものと考えられる.

また, Fig. 11 に示した破線は一定疲労試験結果から得られた近似直線である. この図からわかるように各寿命データは, 直線近似結果より少しのびる傾向にあるが, この場合も等価応力で評価することによりある程度推定しうるものと考えられる.

Fig. 11. Relation between equivalent stress amplitude and fatigue life.

Fig. 12. Effect of program period on Miner's value.

つぎに、プログラム周期が変化した場合にトータルマイナー値がどのような変化を示すかについて検討した。この実験から得られた寿命データより基本 $S-N$ 曲線からトータルマイナー値を算出し、その結果を縦軸にとり横軸にはプログラム周期 1 ブロック繰返し数 n_0 をとったグラフが Fig. 12 である。この図からわかるように、どの荷重負荷順序に対してもトータルマイナー値は 1 以上を示し、どのタイプにおいても全体的にはプログラム周期が長くなるにつれてトータルマイナー値は小さくなる傾向があるようである。

5 結 言

FRP が機械・構造物などますます広汎に用いられるようになってきている現在、疲労設計に際して特に重要であると思われる実働荷重下での疲労寿命推定方法について検討した。その結果、一定振幅荷重疲労試験から得られた $S-N$ 曲線で等価応力評価を行うことにより、実働荷重下での寿命推定がある程度まで可能であることが判明した。また、プログラム荷重下における荷重負荷順序の影響による寿命差は、明確に認められなかった。

今後、著者らはランダム荷重下での寿命推定を行ううえで、周波数成分をも考慮した修正等価応力評価について検討してゆきたいと考えている。

なお、本研究にあたり樹脂を提供していただいた大日本インキ株式会社に感謝の意を表する。

(昭和56年3月18日 第10回 FRP シンポジウムにて講演)

参 考 文 献

- 1) 石川 浩, 材料, **24**, 124 (1975).
- 2) 河本 実, 石川 浩, 井上伸夫, 吉田義男, 日本機械学会論文集, **40**, 3245 (1974).
- 3) 藤井太一, 福田武人, 飯田宗四郎, 佐野政明, 日本複合材料学会誌, **4**, 157 (1978).
- 4) Tanimoto, T., S. Amijima, and H. Ishikawa, Proceedings of US-JAPAN Joint Conference on Composite Materials, 145 (1981).
- 5) 田中道七, 柴田俊忍, 材料, **17**, 51 (1968).
- 6) Tanimoto, T., and S. Amijima, Proceedings of 29th Annual Conference, SPI, Reinforced Plastics Division, SECTION 17-B, p.1 (1974).
- 7) Smith, T.R., and M.J. Owen, Fatigue Properties of RP, Modern Plastics, 124 (1969).
- 8) Owen, M.J., and T.R. Smith, Some Fatigue Properties of Chopped-Strandmat/Polyester-Resin Laminates, Plastics & Polymers, p.33 (1968).
- 9) 岡村弘之, 板垣 浩, “強度の統計的取扱い”, p.107 (1979) 培風館
- 10) 網島貞男, 谷本敏夫, 松岡 敬, 第24回材料研究連合講演会前刷集, p.25 (1980).
- 11) 関 護雄, 藤谷景三, 田中道七, 石井啓道, 材料, **17**, 26 (1968).
- 12) 田中道七, 柴田俊忍, 材料, **17**, 114 (1968).

書 評

丸 善 金 属 重 量 表 (第5版)

(1981年, 丸善(株) 発刊, ポケット判, 398ページ, 1300円)

金属材料の製造, 使用や売買および設計に携る技術者にとって種々の断面をもつ材料の重量を容易に知ること, は, 極めて重要である。本書は, このような目的で編算されたポケットサイズのデータブックである。

内容は, まず, 丸鋼, 角鋼などにはじまり, 山形, I 形, H 形などの形鋼, 鋼矢板, レール, 板管, ワイヤロープなど種々の断面をもつ鉄鋼と, 銅, アルミニウムとその合金などの非鉄金属に大別して, それぞれの重量が極めて簡潔に読みとることができるように配列されている。また, とくに構造設計などにひんばんに使われるものについては, 断面 2 次モーメント, 断面 2 次半径, 断面係数なども数値で与えられている。これらのデータは, 日本工業規格の他に, 種別によっては各製造メーカーの基準によっているため実用的な数値を容易に得ることができる。

第Ⅱ部には, 度量衡比較表と換算表が挙げられており, これは上記の技術者のみならず研究に携る研究者にも有益であるが, 最近ますます普及している SI 単位も掲載されていれば更に使いやすいものであったと悔まれる。次の改訂版では, この点の改善も期待したい。

(京都大学工学部 井上 達雄)