講座 LECTURE

複合材料に対するコンピュータ応用設計 (CAD)

Ⅶ 複合材料の不均質構成要素に基づく単軸負荷挙動*

平 井 恒 夫**

1 はじめに

複合材料の応用開発は最近次第に拡張され、工業用材料として大きな“地歩”を占めつつある。とくにその開発を加速した宇宙航空機での使用はもちろんのこと、省エネルギー化の要求に応じて車輻、自動車への応用も増大しつつある。それらの極限構造設計には電算機の利用が必要欠くべからざるものとなっている。

複合材料として利用度の大きいのが繊維強化型でありその成形法として、

- (a) 配向を考慮した一方向強化
- (b) 繊維構造強化（繊維束配置の安定性より）
- (c) 不連続繊維による不織布無配向強化

などが用途に応じて採用されている。とくに(a)項の成形は配向角の選択により適材適所に複合構成することを可能にするので、設計要求に応じた新しい構成関係を創成できるので広く採用され、その設計計算法は本講座ⅡおよびⅢにおいて詳しく述べられている。繊維強化複合材料は準均質異方性材料とみなされる繊維束と準均質等方性のマトリックスによって複合構成されているので、本質的には不均質特性をもつ。

巨視的にそれを均質異方性と仮定した複合材料の力学は林¹⁾にはじまり、S. W. Tsai²⁾にいたって体系的に定式化の完成の域にまで高められている。

しかし設計にあたって考慮すべき要因の一つは配置された強化材相互の応力伝達機構であり、これに従って構造部材の寸法効果と境界問題、断面急変部の応力集中および層間はく離などの突然の破壊の原因となる設計上の諸問題の解析が必要となり、これらの挙動は均質化仮定に基づく解釈と異なる可能性がある。そこで大型計算機による微視的挙動の解析が必要となろう。

複合材料の解析法はその負荷様式(静的および動的)に関らず次のように分類されよう。

Aは複合材料の力学の本流であり、複合理論とその妥当性の検証^{3,4)}が、また、その応用として円孔の応力集中の解析^{5)~7)}、一方向材の把持効果を有限要素法により求めたもの⁸⁾もある。弾性論を用いて斜交積層板の内部平面に分布する応力を解析し、端面効果について行ったもの^{9)~11)}もある。動的解析に関しては本講座Ⅷにゆずる。Bに属するものとして、Mises の降伏条件を一般化して材料非線形挙動を解析したもの¹²⁾、粘弾塑性、異方性を考慮したモデルを用いたもの^{13,14)}、また斜交積層の knee、破断について解析した報告がある。Dは構造をモデル化すると要素数が膨大となるので、多元連立一次方程式に特殊な工夫(部分分割法、Skiline 法など)を要するもので、これには Paul の包囲モデルを用いて弾性係数を求めたもの¹⁷⁾、微視モデルから複合理論を誘導したもの¹⁸⁾、繊維-マトリックス界面における応力集中問題の解析などがある。本稿ではCについて述べるが、その場合の CAD に関しては有限要素法が有力な手段となる。

2 有限要素法を応用した CAD

複合材料構造要素の変形挙動と強度評価のために有限要素法を用いた解析プログラムの構成が考えられる。ここでは構造体への複雑な実働荷重、構造形状を考慮して、強化材の3次元構成による変形挙動、またその線形、非線形構成関係、微視的要素の欠陥の成長と破壊、さらに構造形態に基づく応力集中などを評価し、強度を予測するためのコンピュータプログラムが形成される。そのプログラム構成を図1に示す。図に示すように有限要素法は大別して五つのブロックよりなり、メインでは流れのコントロールを行い、インプットでは要素分割や境界条件、材料強度などの各種データの入力、アセンブルではエレメントにより特性化された要素を構造全体に組立て、ソルブで連立方程式の解法を行い、アウトプットで各種の応答を出力する。代表

図1 有限要素プログラム構成図

* 原稿受理 昭和56年9月22日

** 正会員 同志社大学工学部 京都市上京区今出川通烏丸

図2 有限要素法の代表的フローチャート

図3 CODSTRAN のプログラム構成図

的な有限要素法のフローチャートを図2に示す。

NASA で開発された有限要素法の超大型・汎用プログラム NASTRAN に基礎をおき MFCA (Multi-layer Filamentary Composite Analysis Code) により要素特性や各種判定基準を作成して解析を行う複合材料を対象とした解析プログラム CODSTRAN²⁰⁾が発表されているが、本質的には上記有限要素プログラム NASTRAN の複合材料解析用の改良型であり、その構成を図3に示す。図中の入力モジュールで複合材料の成分形状、欠陥形状、積層配置などのデータなどを入力し要素分割を行う。NASTRAN には多種多様の自動要素分割のプログラムをもっている。さらに材料特性、破壊データ、疲労データ、実働環境の入力をする。要素特性としては複合材料力学モジュール MFCA によって特性づける。複合材料の微視力学、巨視力学、破壊基準、線形または非線形積層板理論、層間く離基準などその他いろいろな解析も用意されている。解析モジュールは材料力学に基づいた近似解析、破壊力学、経験式、NASTRAN など。これは荷重増分、ひずみ増分のステップがかわるなど要素特性が変わるたびにより出される。解析は解析モジュールにある NASTRAN で行う。一部材料則による近似解も採用されている。計算された結果より破壊(要素ごとの)をしたかどうかの判定を破壊基準モジュールで行う。ここには静的、周期的、動的破壊の判定基準を備えることになっているが後二者はまだ確定されていない。静的破壊の規準は2種類であり、一つはプライ水準の破壊で、他は積層板水準の破壊である。破壊基準は修正ひずみエネルギーを基本としたものと2次曲面フィッティングを基本としたものである。また計算された結果よ

り寿命判定を行うのが寿命予測モジュールで、今のところ確立されていない。これらの結果を出力モジュールにより出力される。出力は表あるいは図形処理されて理解しやすくなっている。以上が CODSTRAN の希望的将来予測であるが、現状では、(1)複雑な構造要素、欠陥形状、荷重条件、(2)複合材料の力学、(3)静的破壊、(4)繊維強化複合材料のすべてのタイプといくつかのハイブリッド、(5)積層残留応力、(6)形状および材料の非直線性などが考慮されているのみである。

3 解析に対するモデリング

複合材料の変形挙動、応力集中問題、欠陥の生成と破壊への進展などを論じる場合、解析対象の構造様相の理想化が必要となる。モデリングの意義については本稿Vで解説されている。

まず、強化繊維の一方配向型に対しては巨視的に考察して配向の効果を繊維・樹脂複合構成を相等平面に置換して均質異方性体と解釈しているのが一般の方法である。しかし一般に複合材料は多層積層板であり、これを相当平面に置換するためには大きな変形仮定の導入が必要で構成各層の力学挙動を正當に評価できない。そこで3次元要素を用いた興味ある方法が開発され、各層の応力、ならびに自由境界に対する効果が巧みに解析されている。その要素ならびに要素分割例を図4に示す。さらに複合材料を微視化すると、繊維から樹脂へ、界面の応力集中を伴って、また隣接繊維へ

図4 立体要素と4層対称積層に対する要素分割例

図5 斜向配置繊維の相当応力分布とその光弾性結果

と応力が伝達されるであろう。この界面の存在に関する問題は非常に特殊な状態で解析されている。²²⁾²³⁾ そのときの要素分割と計算結果の一例を図5に示す。これの一般化は要素数より考えても計算不可能で、無駄であろう。しかし上記の巨視的均質異方性体としての取扱いは、有限幅あるいは自由境界のある問題に関しては実験結果を十分に検証できない。そこで界面の存在を考慮に入れたモデリングが必要となる。しかし一方向配向材に対してはかなり難しい。

平織構造をもつ強化材の場合は繊維束配置が保持されるので理想化はそれに比べて多少容易になるので本稿ではそれを対象とする。相当平面解析においては正方対称体 (Square Symmetric Material, 経緯の構成関係は等しい) として取扱う。経緯交差部の単位構造のみを有限要素法を用いて平面的に解析し、光弾性実験によって検証した報告もあるが、平織構造は本質的に経緯の交錯した3次元構成をもっているのので、そのモデリングの例について紹介する。3次元配置をもった経、緯繊維束を弾性抵抗をもったはり要素 (図6) で表現する。そこで、綾織、朱子織など種々の織組織のモデリングが可能となる。まず第1の場合として繊維束に含浸させうる樹脂の量は限られているのでそのはり要素を平織構造に応じて配置し、経緯の交差部に対しては繊維束の断面方向の構成関係をもつ仮想ばねで代表させる。その単位モデルを図7に示す。その場合境界樹脂部を同図の三角要素で表す。なお、その場合の円孔をもった有限要素メッシュの例を図8に示す。仮想ばねで表した交差部をさらに連続体的表現にするため図9の単位モデルが考えられた。この場合も樹脂の含浸した繊維束の変形抵抗をもつはり要素と三角要素によって構成される単位構造の結合構造として平織

図8 円孔をもつ複合平板に対する有限要素メッシュ

図9 平織布強化複合材料の単位モデル

布複合板を理想化する。図9はその単位構造モデルを示し、図中 $y-z$ 平面上のはり要素は糸軸方向の変形に対する繊維束の変形抵抗をもつ。また三角要素は緯繊維束の糸軸と直交する方向の変形に対する変形抵抗をもつ。 $x-z$ 平面上のはりならびに三角要素についても同様である。さらに $x-y$ 平面上の三角要素は繊維束が糸軸方向に引張りあるいは圧縮変形をうける場合、糸軸と直交する方向に生じる収縮あるいは膨張変形に対する変形抵抗をもつ。本稿ではこの単位構造モデルの結合構造として複合板を表現した場合の単軸静荷重下での変形挙動の実施例について述べる。

4 平織布強化複合材料の単軸負荷挙動

前節でのモデリングが平織布強化複合材料の微視変形挙動を表しうるかどうかを単軸負荷の場合を対象にして検討する。

4.1 基礎方程式

変形過程において平衡状態にある複合材料板を構成するそれぞれの要素に対しては次式に示す仮想仕事の原理が成り立つ。

$$\int_V (\sigma_{ij} + \Delta\sigma_{ij}) \delta(\Delta E_{ij}) dV = \int_S (T_i + \Delta T_i) \delta(\Delta u_i) ds \quad (1)$$

ここに添字がすべて x の場合がはり要素に相当する。いまひずみ増分 ΔE_{ij} を線形ひずみ増分 $\Delta \epsilon_{ij}$ と非線形ひずみ増分 $\Delta \eta_{ij}$ に分離し、また応力増分 $\Delta \sigma_{ij}$ と

図6 空間はり要素

図7 平織布強化複合材料の単位モデル (仮想ばねの場合)

ひずみ増分 $\Delta \epsilon_{kl}$ の間に次式に示す線形構成関係を仮定すると(1)式は(3)式のように変形される。

$$\begin{aligned} \Delta \sigma_{ij} &= C_{ijkl} \Delta \epsilon_{kl}, \quad C_{ijkl} = C_{ijkl}^{(e)} \quad (\bar{\sigma} \leq \sigma_y), \\ C_{ijkl} &= C_{ijkl}^{(p)} \quad (\bar{\sigma} > \sigma_y) \end{aligned} \quad (2)$$

ここに、 $\bar{\sigma}$ は相当応力、 σ_y は降伏応力を表す。

$$\begin{aligned} & \int_V \sigma_{ij} \delta(\Delta \eta_{ij}) dV + \int_V \Delta \epsilon_{kl} C_{ijkl} \delta(\Delta \epsilon_{ij}) dV \\ & + \int_V (\Delta \epsilon_{kl} C_{ijkl} \delta(\Delta \eta_{ij}) + \Delta \eta_{kl} C_{ijkl} \delta(\Delta \epsilon_{ij})) dV \\ & + \Delta \eta_{kl} C_{ijkl} \delta(\Delta \eta_{ij}) dV = \int_s \Delta T_i \delta(\Delta u_i) ds \\ & + \int_s T_i \delta(\Delta u_i) ds - \int_V \sigma_{ij} \delta(\Delta \epsilon_{ij}) dV \end{aligned} \quad (3)$$

ここに、 $\Delta \epsilon_{ij}$ ならびに $\Delta \eta_{ij}$ は(4)式に示すとおりである。

$$\Delta \epsilon_{ij} = (\Delta u_{i,j} + \Delta u_{j,i})/2, \quad \Delta \eta_{ij} = (\Delta u_{k,i} \cdot \Delta u_{k,j})/2 \quad (4)$$

(4)式を(3)式に代入し、さらに要素内変位増分 Δu_k を節点変位増分 Δr_i を用いて(5)式のように表すと、(3)式より要素方程式(6)を導くことができる。

$$\Delta u_k = \phi_{ki} \Delta r_i \quad (5)$$

$$[k_{\sigma_{ij}}^{(e)} + k_{E_{ij}}^{(e)} + k_{L_{ij}}^{(e)}] \Delta r_j^{(e)} = \Delta f_i^{(e)} \quad (6)$$

ただし、 $k_{\sigma_{ij}}^{(e)}$ 、 $k_{E_{ij}}^{(e)}$ 、 $k_{L_{ij}}^{(e)}$ ならびに Δf_i は(7)式に示す。

$$\left. \begin{aligned} k_{\sigma_{ij}}^{(e)} &= \int_V \phi_{mi,i} \sigma_{kl} \phi_{mj,l} dV \\ k_{E_{ij}}^{(e)} &= 1/4 \int_V (\phi_{ki,i} + \phi_{li,k}) C_{klmn} (\phi_{mj,n} + \phi_{nj,m}) dV \\ k_{L_{ij}}^{(e)} &= 1/2 \int_V ((\phi_{ki,i} + \phi_{li,k}) C_{klmn} \phi'_{j,m,n} + \phi'_{i,k,l} C_{klmn} (\phi_{mj,n} + \phi_{nj,m}) + 2\phi'_{i,k,l} C_{klmn} \phi'_{j,m,n}) dV \\ \Delta f_i^{(e)} &= \int_s \Delta T_i \phi_{ik} ds \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

単位構造要素を結合構造にした場合の剛性マトリックスは

$$\left[\sum_{e=1}^E k_{\sigma_{ij}}^{(e)} + \sum_{e=1}^E k_{E_{ij}}^{(e)} + \sum_{e=1}^E k_{L_{ij}}^{(e)} \right] \sum_{e=1}^E \Delta r_j^{(e)} = \sum_{e=1}^E \Delta f_i^{(e)} \quad (8)$$

4・2 要素材料定数の導入法

繊維構造をもつ強化材とマトリックスによって構成される複合材料を材料定数の異なる要素と三角要素の結合構造として近似する場合、各要素の変形抵抗は繊維およびマトリックスの変形抵抗 (E_f , E_m)、ポアソン比 (ν_f , ν_m) ならびに繊維の体積含有率 v_f が既知の場合、複合則によって決定できる。たとえば、 x - z ならびに y - z 平面内のはり要素変形抵抗 E_L および三角要素変形抵抗 E_T は次式によって導入されよう。

$$E_L = k \{ E_f - (E_f - E_m) v_m \}, \quad v_m = 1 - v_f \quad (9)$$

$$E_T = 2 \{ 1 - \nu_f + (\nu_f - \nu_m) v_m \} \times$$

$$\left\{ (1-C) \frac{K_f(2K_m+G_m)-G_m(K_f-K_m)v_m}{(2K_m+G_m)+2(K_f-K_m)v_m} + C \frac{K_f(2K_m+G_f)+G_f(K_m-K_f)v_m}{(2K_m+G_f)-2(K_m-K_f)v_m} \right\} \quad (10)$$

ここに添字 L および T はそれぞれ軸方向および横方向を表し、材料定数 K_f , K_m , G_f および G_m は次のように表される。

$$\left. \begin{aligned} K_f &= E_f/2(1-\nu_f), \quad K_m = E_m/2(1-\nu_m) \\ G_f &= E_f/2(1+\nu_f), \quad G_m = E_m/2(1+\nu_m) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

そこで材料定数は次のようになる。

$$E_f = 68.6 \text{ GPa}, \quad E_m = 3.43 \text{ GPa}, \quad \nu_f = 0.22, \quad \nu_m = 0.35$$

ただし、これは次に示す場合に対応するものであり、対象が異ればこれらの値も変る。

5 平織布強化複合材料の単軸変形挙動に対する数値計算結果

図9に示した単位構造モデルの妥当性と CAD による微視的解析の効果を検討するため 70×20 の短冊型 R-FRP 板 (ロービングクロス強化プラスチック板) の静的単軸引張変形挙動を対象として単位構造モデルを試片に相当するように結合構成し本法の検証を行い、さらに複合材料の設計に重要な要素となる応力集中問題、ならびに負荷の増大に伴う欠陥の生成とはく離の進展の様相について述べる。

5・1 単位構造モデルの妥当性の検討

試験片の平行部の長さの引張変形特性に及ぼす影響は軽微であるという実験結果より、この場合には計算の簡単のため平行部長さは幅寸法と同一にした。この図10に示した構造モデルによる計算結果が図11である。ここに構成要素の材料特性は表I (この場合は $v_f = 27\%$) に示され、 x - y 平面上の三角要素はそのうけもつ要素特性を考慮してせん断降伏応力 $\sigma_y/\sqrt{3}$ を降伏基準として使用されている。さらにその要素の降伏後は引張り、圧縮変形に伴う収縮あるいは膨張変形に対する変形抵抗を0とした。図11においては実験結果とも比較されている。同図において曲り現象 (Knee) が認められるが、これは緯糸束内に発生する微細クラックに起因する剛性低下²⁹⁾が原因であることが計算結果ならびに実験結果よりも確認される (図12, 13)。ここに黒

図10 R-FRP板の理想化構造要素

図11 単軸引張負荷の場合の応力-ひずみ線図

表 I 構成要素の材料定数

	弾性係数 E (GPa)	せん断 弾性係数 G (GPa)	ポアソン比 ν (-)	降伏応力 σ_r (MPa)	ひずみ 硬化率 H' (GPa)
X-Z あるいは Y-Z 面上の 三角要素	26.6	10.2	0.3	67.6	4.5
X-Y 面上の 三角要素	13.3	2.8	0.3	39.2	—
はり要素	21.0	—	—	—	—

図12 有限要素法による $y-z$ 面の三角要素の
塑性化と緯糸内微細クラック

図13 有限要素法による $x-y$ 面の三角要素の
塑性化と緯糸のクラック

図14 有限要素法による試験片厚みの非線形増加

く塗りつぶした三角要素は塑性変形をしていることを表す。一般に材料の等方性、異方性を問わず均質体においては試片の引張変形に応じて板厚は減少することが推察されるが、織布強化複合材料ではその実験中に刻々と板厚が増してくる奇妙な事実が観測されている。不均質な織構造を考慮すればこの現象も表現することができ、それを図14に示す。以上のように本モデリングは平織布強化複合材料の変形挙動を十分に追跡することができるので、設計に対して有用な指針を与えるものと思われる。

5・2 円孔をもつ平織布強化複合材料のはく離解析

実際問題への応用例として、静的単軸荷重変形過程におけるはく離進展の状態を解析し、実験結果と対照する。この現象は応力集中の場合に発生位置が確定され、はく離の進展の様相が明確になるので、円孔径／試験片幅が0.3の有孔平板を選び、その要素結合構造を図15に、またその応力～ひずみ線図を図16に示す。この場合も曲り現象が表れ、それは前述の場合と同様に引張方向と直交する緯糸束内に生成する微細クラックによる剛性低下に基づくことは次図によってもわか

図15 有孔平板の単位要素結合構造

図16 有孔平板の応力～ひずみ線図と塑性化の計算ならびに測定位置

図17 有孔平板の Step 1 における塑性化進展の計算結果とクラック生成の状態

図18 有孔平板の Step 2 における塑性化進展の計算結果とクラック生成の状態

る。図16の曲り現象後の3段階で示される変形位置におけるクラックの進展状態を表す計算結果とそれぞれの場合に相応する実験結果における様相を図17～19に示す。両結果の一致より、このはく離は対象板の最小

図19 有孔平板の Step 3 における塑性化進展の計算結果とクラック生成の状態

図20 有孔平板の円孔中心位置と繊維束の関係

断面に発生するはく離領域の経糸、緯糸間のせん断変形に起因するものであることがわかり、計算結果よりその進展の状況を推測することができる。

5・3 円孔をもつ複合材料板の応力集中度

有孔積層板の応力集中度を求めることは設計における重要な因子である。応力集中度に関して、円孔の中心が丁度並行繊維束の中間にある場合（図20，Type A）と繊維束の中心線上にある場合（図20，Type B）の両極端の状態について考慮しなければならない。前述のように円孔のまわりの応力集中はクラックの生成とはく離を促進するので、計算にはその現象を生じない囲り現象以下の変形状態を選ぶ。円孔の応力集中度を、円孔径 d を繊維束幅 w 、あるいは板幅 B の比として無次元表示したものに對して図21に示す。図よりわかるように求められた値は均質体のそれとはかなり異なり、不均質体としての解析の必要性が暗示される。図20の両極端な場合の差異も明確にされ、さらに円孔径が繊維束幅に近い場合の応力集中度は小さく、また円孔径増大に伴うその値の変化の状態は興味あるものである。同図中に経緯糸束交差部の圧縮抵抗を仮想ばねで表現した場合も併記されているが、近似度が少し大きいようである。また、従来から使用されている均質体としての計算結果も図示されているが、円孔が非常

図21 円孔径に対する応力集中率の値

に大きい場合以外は実験値とかなり異なる。

6 おわりに

複合材料に対する CAD の適用は、とくに有限要素法を用いた大型コンピュータによる方法は複合材料の微視的解析に有用である。とくに複合材料の本質である不均質の影響を評価するためには不可欠であろう。とくにその必要は、機械部材としての有限の大きさ、その境界問題に関する評価、ならびに応力集中率の決定の場合である。CODSTRAN のような大型プログラムも複合材料の設計に関して総合的に判定するのに有用であるが、本稿の計算例に示すように、複合材料の強化材の構成に応じて不均質への考慮も必要となろう。将来、種々な理想化が提案され、複合材料の設計法が確立されるであろう。

参考文献

- 1) 林 毅, 日本機械学会誌, **71**, 781 (1978).
- 2) Tsai, S. W., and H. T. Hahn, "Introduction to Composite Materials" (1980) Technomic, Westport
- 3) Tsai, S. W., and V. D. Azzi, J. AIAA, **4**, 296 (1966).
- 4) 林 毅, "複合材料工学" (1971) 日科技連
- 5) 林 毅, 応用物理, **31**, 808 (1962).
- 6) 植村益次, 第1回復合材料 シンポジウム 講演集, 258 (1968).
- 7) 平井恒夫, 材料, **25**, 436 (1976).

- 8) Pizzo, R. R., J. Composite Materials, **3**, 202 (1969).
- 9) Wang, A. S. D., and F. W. Crossman, J. Composite Materials, **11**, 92 (1977).
- 10) Pipes, R. B., and N. J. Pagano, J. Composite Materials, **4**, 538 (1970).
- 11) Puppo, A. H., and H. A. Evenson, J. Composite Materials, **4**, 804 (1970).
- 12) Hoffman, O., J. Composite Materials, **1**, 200 (1967).
- 13) 藤井太一, 水川 清, 座古 勝, 材料, **20**, 1120 (1971).
- 14) 座古 勝, 藤井太一, 水川 清, 福田武人, 日本機械学会論文集, **39**, 1175 (1973).
- 15) Tsai, S. M., NASA Report, CR-71 (1964).
- 16) Tsai, S. W., NASA Report, CR-224 (1965).
- 17) Hashin, Z., and B. W. Roson, J. App. Mech., No. 63, 223 (1964).
- 18) Whitney, J. M., and M. B. Riley, J. AIAA, **1**, 1537 (1966).
- 19) Deruniz, J. A., and O. Hoffman, Trans. ASME, Series E, **36**, 551 (1969).
- 20) Chamis, C. C., and G. T. Smith, "Fibrous Composites in Structural Design", Session IX, 771 (1980) Plenum Press, New York
- 21) Yamada, Y., and H. Okumura, "Composite Materials; Mechanics, Mechanical Properties and Fabrication", 55 (1981) JSCM, Tokyo
- 22) Hirai, T., and T. Kimura, Proc. 21st J. C. M. R., 31 (1978).
- 23) Hayashi, I., et al., Proc. 24th J. C. M. R., 310 (1981).
- 24) Yoshino, T., T. Ohtsuka, and Y. Noguchi, "Composite Materials; Mechanics, Mechanical Properties and Fabrication", 47 (1981) JSCM, Tokyo
- 25) Hirai, T., and T. Kimura, "Mechanical Behaviour of Materials", **3**, 197 (1979) Pergamon Press, Oxford
- 26) Hirai, T., and T. Senba, "Advances in Composite Materials" 357, (1980) Pergamon Press, Paris
- 27) Tsai, S. W., NASA Report, CR-71 (1964).
- 28) 平井恒夫, 材料, **16**, 245 (1967).
- 29) 藤原庄一, 平井恒夫, 大槻茂寿, 日本機械学会論文集, **39**, 2667 (1972).